



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

- + *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.
- + *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.
- + *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.
- + *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse <http://books.google.com>

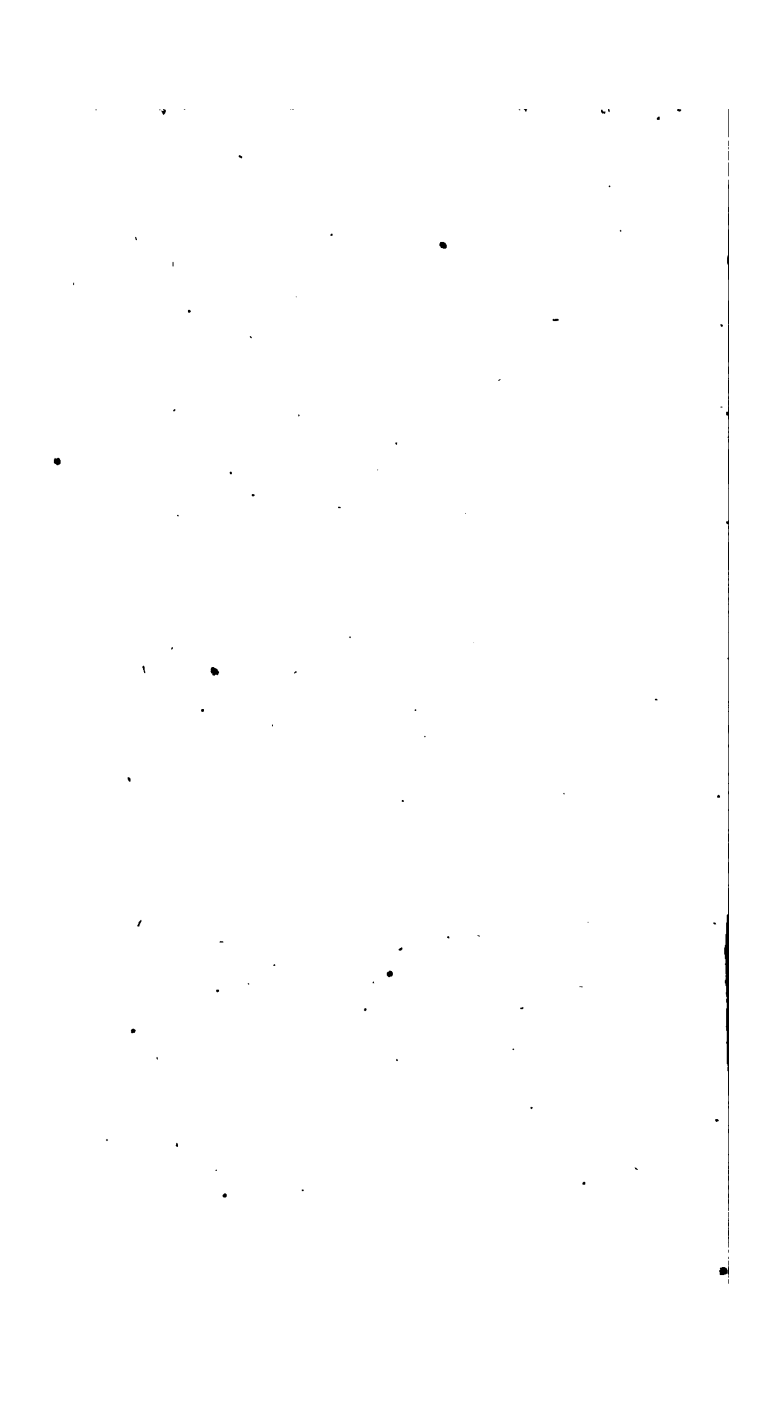
WIDENER LIBRARY



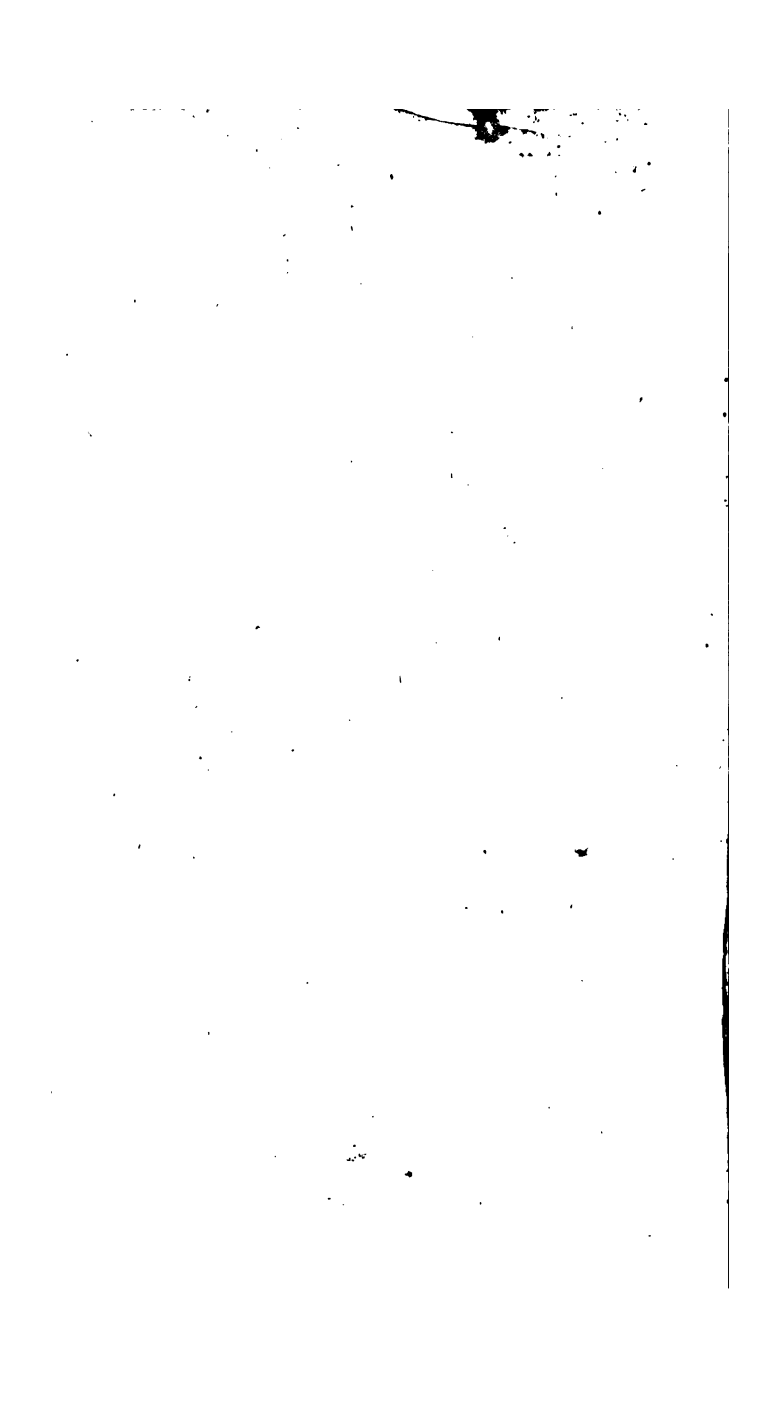
HX ISQ4 /











S U I T E D E
L'HISTOIRE
D E
L'ACADEMIE
R O Y A L E
D E S S C I E N C E S .

ANNEE MDCCIII.

Avec les Memoires de Mathematique &
de Physique, pour la même Année,

Tirez des Registres de cette Academie.



A AMSTERDAM,
Chez GERARD KUYPER, Marchand
Libraire à côté de la Maison de Ville.

MDCCVII.

Avec Privilege de N. S. les Etats de Hollande & de West-Frise.

KSD 208 (v. 2)

A V I S.

Comme ce Tome est plus gros que les autres, on a cru que ceux qui aiment les petites Volumes seroient bien aises de le faire retier en deux; c'est pour cela qu'on a fait imprimer un second titre. On le placera au devant de la page 141 des Memoires.

HARVARD
UNIVERSITY
LIBRARY

OBSERVATION

Du retour de la Tache, qui a paru au mois de Mai de l'année 1703, dans le disque apparent du Soleil.

Par M. CASSINI le fils.

* **N**OUS avons observé le 19 de ce mois de Juin 1703 au matin la Tache que nous avions cessé de voir le 3 de ce mois, & qui a reparu de nouveau après avoir parcouru l'hémisphère supérieur du Soleil. Sa grandeur étoit déjà considérable, & on auroit pû l'apercevoir le jour précédent dans les intervalles où le Soleil étoit découvert. Elle paroissoit avec une Lunette de 17 pieds, longue & entourée d'une atmosphère. Son plus grand diamètre, qui étoit dirigé suivant le bord Oriental du Soleil, étoit d'environ 30" de degré.

Nous déterminâmes sa situation par le passage des bords & de la Tache, par les fils qui se croisent & font des angles de 45 degrés au foyer d'une Lunette portée sur une machine parallactique, & nous trouvâmes qu'à 7^h $\frac{1}{2}$ du matin la Tache précédoit le bord Oriental du Soleil de 6 secondes de temps. Sa déclinaison du bord Septentrional du Soleil étoit de 1' 4" de temps.

Le 20 à 7^h du matin la Tache paroissoit avec une Lunette de 17 pieds moins étroite que le jour précédent. Elle précédoit le bord Oriental

* 20. Juin 1703.
MEM. 1703.

G

142 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
tal du Soleil de 15 secondes, & sa déclinaison
du bord Septentrional étoit de $1^{\circ} 5'' \frac{1}{2}$.

Nous avons placé cette Tache dans la même figure où nous avions tracé la route qu'elle a décrite par sa révolution précédente, & nous avons trouvé qu'elle avoit la même latitude que celle que l'on avoit déterminée par les observations précédentes. Elle ne doit pas cependant décrire la même trace dans le disque apparent du Soleil, parceque le pole Septentrional des Taches qui étoit alors sur le bord du Soleil, est à présent projeté dans le disque apparent, ce qui fait que l'Equinoxial des Taches & ses paralleles sont des Ellipses dont la convexité regarde le bord Meridional du Soleil.

Le 19 Juin à $7^h \frac{1}{2}$ la longitude de cette Tache du bord Oriental du Soleil étoit de $23^d 40'$.

Le 20 Juin à 7^h sa longitude étoit de $37^d 30'$.
Suivant ces observations cette Tache doit passer par le centre le 24 Juin, environ sur les 6 heures du matin. Nous avons déterminé dans sa révolution précédente son passage par le milieu de son parallele le 28 Mai à pareille heure. La difference entre ces deux passages donne la révolution de la Tache de 27 jours plus petite que celle que l'on a déterminée par un grand nombre d'observations de 27 jours & demi & quelques minutes.

Mais il faut considérer que le mouvement apparent des Taches résulte de la révolution du Globe du Soleil autour de son axe, & du mouvement annuel du Soleil. Supposant la révolution du Globe du Soleil autour de ses poles toujours uniforme, l'inégalité du mouvement annuel du Soleil en diverses saisons de l'année, doit faire tantôt accélérer, & tantôt retarder la révolution apparente des Taches.

Car

Car lorsque le mouvement annuel du Soleil est plus lent, comme il l'est à présent plus que dans aucune saison de l'année, la Tache le parcourt en moins de temps, & acheve par conséquent sa révolution apparente en moins de temps. Il'arrivera le contraire lorsque le mouvement annuel du Soleil sera plus vîte. Cette inégalité du mouvement annuel peut faire varier le temps de la révolution apparente de la Tache en divers temps de l'année d'environ $3^h \frac{1}{4}$; mais la différence qui résulte de cette inégalité n'est pas suffisante pour égaler le temps de cette révolution à celui que l'on a observé ordinairement dans les autres Taches: ainsi l'on peut supposer que cette Tache a eu quelque mouvement particulier qui l'a fait accélérer, comme on l'a observé souvent en plusieurs autres. L'on a déjà remarqué que cette Tache est beaucoup plus près de l'Equinoxial du Soleil, que celles que l'on a observées depuis long-temps; ainsi cette révolution accélérée confirmeroit les observations du P. *Skeiner*, qui rapporte que les Taches qui sont les plus proches du centre du Soleil achevent leur révolution en moins de temps, & cela a quelque analogie au mouvement des Taches que l'on a observées dans Jupiter, qui ont généralement un mouvement plus vîte lorsqu'elles sont plus proches du centre de Jupiter, que lorsqu'elles en sont plus éloignées, comme il est rapporté dans les Memoires du 31 Janvier 1692, où l'on ajoûte que l'on pourroit comparer leur mouvement à celui des courants qui sont près de l'Equinoxial de la terre.

La suite des observations que l'on fera plus proche du centre du Soleil, fera connoître avec plus de précision la grandeur de cette révolution.

S U I T E D E S O B S E R V A T I O N S

- *De la Tache qui a paru de nouveau dans le disque apparent du Soleil.*

Par M. CASSINI le fils.

* **N**OUS avons continué d'observer la Tache qui a reparu de nouveau dans le disque apparent du Soleil.

• Le 21 Juin à midi le passage de la Tache précédoit celui du bord suivant ou Oriental du Soleil de 28" de temps. Sa déclinaison du bord Septentrional étoit de 15' 30".

Le 22 à 7^h $\frac{1}{2}$ la Tache précédoit le bord suivant du Soleil de 39" $\frac{1}{2}$. Sa déclinaison du bord Meridional étoit de 15' 58 secondes de degré, dont le demi-diamètre du Soleil est de 15' 49"; ainsi elle avoit traversé l'Ecliptique entre le 21 & le 22. Elle paroïssoit alors d'une figure à peu près semblable à celle qu'elle avoit le 27 Mai.

Le 24 à 7^h $\frac{1}{2}$ la Tache précédoit le bord suivant du Soleil de 1' 10". Sa déclinaison du bord Meridional étoit de 14' 47 secondes & demi, dont le demi-diamètre du Soleil est de 15' 49".

Le 25 Juin à 7^h $\frac{1}{2}$ la Tache précédoit le bord suivant du Soleil de 1' 25" $\frac{1}{2}$. Sa déclinaison du bord Meridional étoit de 14' 36".

• Le 26 à 7^h $\frac{1}{4}$ le passage de la Tache précédoit celui du bord suivant du Soleil de 1' 40". Sa de-

* 11. Juillet 1703.

declinaison du bord Meridional étoit de $14^{\circ} 9''$. Elle paroissoit alors formée de deux Taches entièrement séparées & à peu près de même figure, dont le plus grand axe étoit perpendiculaire au bord.

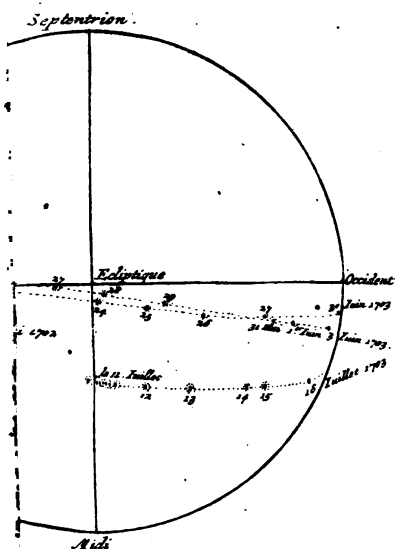
Le 27 à midi la Tache précédoit le bord suivant du Soleil de $1^{\circ} 56''$. Sa declinaison du bord Meridional étoit de $14^{\circ} 15''$.

Le 28 & le 29 le mauvais temps nous empêcha d'observer la Tache, & le 30 sur les $7^h \frac{1}{2}$ je l'apperçûs avec une Lunette de 9 pieds fort près du bord. Je déterminai sa situation avec une Lunette de 6 pieds montée sur une machine parallactique. Elle passoit une seconde après le bord précédent ou Occidental du Soleil. Sa declinaison du bord Meridional étoit de $14^{\circ} 33''$. Je l'observai ensuite avec une Lunette de 40 pieds. Elle me parut fort longue; le milieu qui étoit environ le tiers de sa longueur étoit plus obscur que les deux extrémités, ce qui me fit juger que ces extrémités étoient sous atmosphère. Sur les 6 heures du soir ayant regardé le Soleil avec la même Lunette, je ne pus pas distinguer la Tache, ce qui pouvoit venir de ce que le Soleil étoit dans des vapeurs, & que ses bords étoient ondoyans.

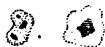
J'ai placé cette Tache dans la Figure, où j'ai marqué la trace qu'elle a faite dans sa première révolution, & j'ai trouvé qu'elle a décrit un parallèle à son Equinoxial, dont la declinaison ne diffère pas sensiblement de celle que l'on a observée dans sa révolution précédente. Suivant ces observations sa longitude du bord Oriental étoit le 21 Juin à 12^h de $54^d \frac{1}{4}$, précisément la même que celle que l'on avoit observée le 25 du mois de Mai dernier. Elle étoit le 22 à $7^h \frac{1}{2}$ de 65^d , le 24 à $7^h \frac{1}{2}$ de $91^d \frac{1}{4}$,

146 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

le 25 à $7^h \frac{1}{2}$ de $104^d 30'$, le 26 à $7^h \frac{1}{2}$ de $118 \frac{1}{2}$, le 27 à midi de $133^d 10'$, & le 30 à $7^h \frac{1}{2}$ de 172 . Ces observations, & principalement celles qui ont été faites plus proche du centre du Soleil, servent à déterminer son passage par le milieu de son parallèle. Le 24 Juin à $7^h \frac{1}{2}$ sa longitude du bord Oriental a été déterminée de $91^d \frac{1}{2}$, & par conséquent celle du centre de $1^d \frac{1}{2}$ que la Tache parcourt en 2 heures & 15 minutes. Supposant la révolution de 27 jours, l'on aura donc le passage de cette Tache par le milieu de son parallèle dans le Soleil le 24 Juin à $5^h \frac{1}{2}$ du matin; ce qui s'accorde assez bien à ce que j'avois marqué dans le Memoire précédent, où par les observations du 19 & du 20 faites près du bord du Soleil, j'avois déterminé son passage le 24 Juin sur les 6^h du matin. Les autres observations, & principalement celles du 25 s'accordent à donner à peu près la même détermination; & comme dans la révolution précédente j'avois déterminé par nos observations, & par celles que nous avons reçues depuis de *M. Manfredi* faites à *Bologne*, le passage de la Tache le 28 Mai sur les 6 heures du matin. L'on aura la révolution de cette Tache de ~~plus~~ de 27 jours plus petite que celle que l'on a déterminée par diverses autres observations de 27 jours 12 heures & quelques minutes. Cette Tache est sortie du Soleil le 30 Juin avant minuit, qui est le même jour que nous l'avons observée; & comme elle ne paroissoit pas diminuée considérablement de grandeur, elle pourra reparoître après avoir parcouru le disque supérieur du Soleil.

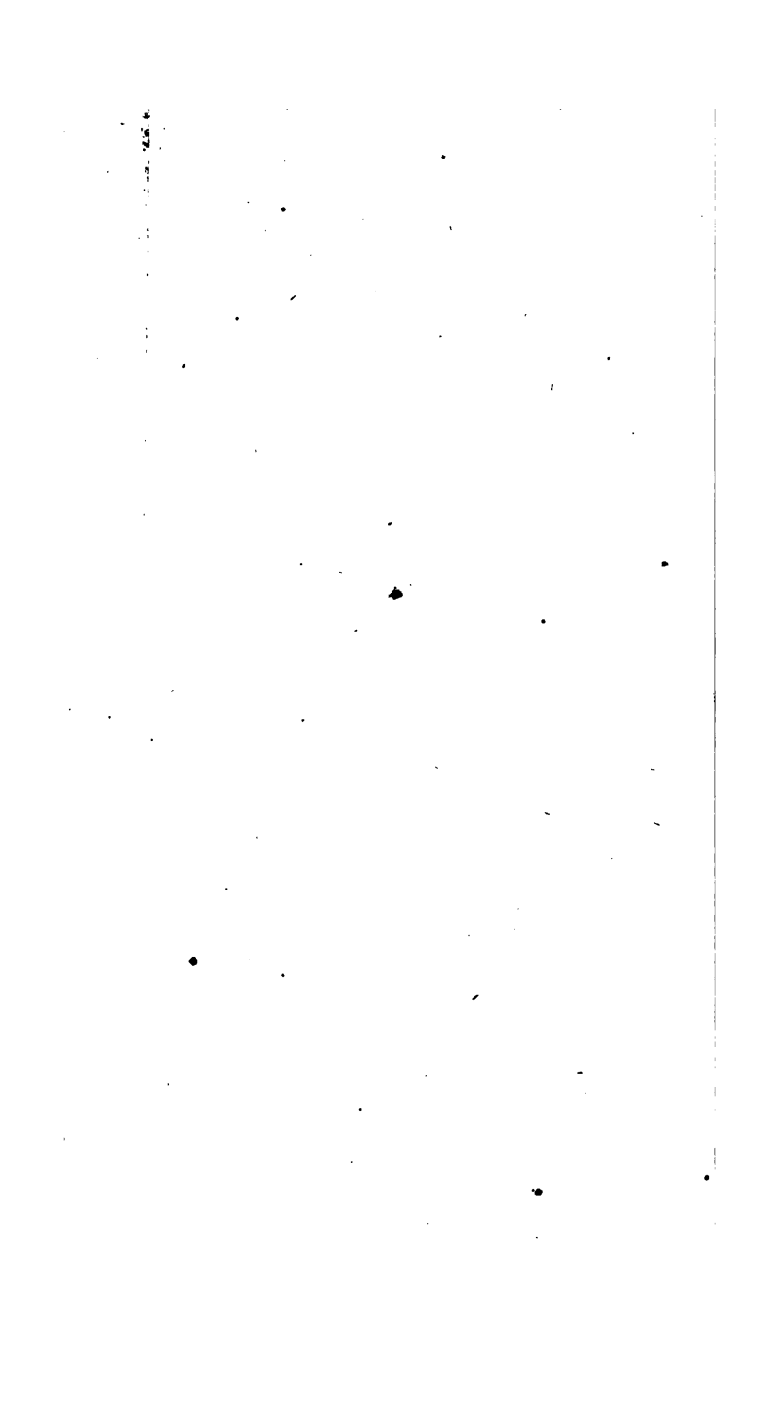


u aux mois de May et de Juin 1703



a paru au mois de Juillet 1703





~~~~~

## OBSERVATIONS

*De plusieurs Taches qui ont paru dans le  
Soleil au mois de Mai 1703.*

Par M. DE LA HIRE.

\* J'AI observé le 25 de ce mois à midi plusieurs Taches sur le corps du Soleil. Il y en avoit une plus grosse que les autres, dont elle étoit séparée. La plus grosse étoit environnée d'un espace brun, comme on le voit ordinairement dans ces sortes de Taches, & comme il est représenté dans la Figure.

Le 24 de ce mois j'avois observé le Soleil à midi, & je n'y remarquai aucune Tache. Celle-ci y auroit dû paroître, si elle s'étoit formée dans la partie du Soleil qui nous est cachée.

Le 25 la hauteur Meridienne apparente du milieu de la plus grosse de ces Taches a été de  $62^{\circ} 5' 20''$ . Son passage par le Meridien a été à  $40''$  après le passage du centre du Soleil, & la hauteur Meridienne apparente du bord supérieur du Soleil a été de  $62^{\circ} 19' 0''$ .

Le 26 la hauteur Meridienne de la même Tache qui est la plus grosse, étoit de  $62^{\circ} 14' 50''$ .

Et son passage par le Meridien après le centre du Soleil  $26''$ . La hauteur Meridienne du bord supérieur du Soleil étoit de  $62^{\circ} 29' 40''$ .

Le diamètre du Soleil étoit alors de  $2' 16''$ , & il passoit par le Meridien en  $2' 16''$  de temps; ce qui peut servir à placer ces Taches sur le disque apparent du Soleil.

O B-

\* 26. Mai 1703.

## OBSERVATIONS

*Des Taches du Soleil qui ont paru au mois  
de Mai & de Juin 1703.*

Par M. DE LA HIRE.

\* J'AI déjà donné les observations que j'ai faites de ces taches jusqu'au 26 de Mai. Voici le reste des observations de ces mêmes Taches jusqu'au jour où elles ont passé dans la partie du Soleil qui ne nous est pas visible, avec les Figures de ces Taches dans tous les temps où je les ai pu observer.

Le 27 Mai le milieu de la plus grosse des Taches passa par le Meridien 11' après le centre du Soleil, & la plus grosse des petites passa 7"  $\frac{1}{2}$  après la plus grosse de toutes; car il y avoit un amas de petites Taches séparées de la plus grosse, qui en étoit éloigné alors d'environ 1' 45", en posant le diamètre du Soleil de 31' 43".

La hauteur Meridienne apparente de la plus grosse des Taches étoit de  $62^{\circ} 24' 15''$ , & celle du bord supérieur du Soleil de  $62^{\circ} 40' 0''$ .

Le 28 Mai le milieu de la plus grosse Tache passa au Meridien 4" avant le centre du Soleil. Ainsi cette Tache passa par un Meridien apparent mené par le centre du Soleil le 28<sup>e</sup> jour à 8 heures  $\frac{1}{2}$  du matin.

L'amas des petites Taches qui accompagnoient la plus grosse étoit presque dissipé, & ce

\* 6. Juin 1703.

ce qui en restoit paroïssoit s'être beaucoup approché de la plus grosse.

La hauteur Meridienne apparente de la Tache étoit ce jour-là de  $62^{\circ} 33' 0''$ , & celle du bord supérieur du Soleil de  $62^{\circ} 50' 0''$ ; donc la différence des hauteurs Meridiennes étoit de  $17'$ . Mais le demi-diamètre du Soleil étant alors de  $15' 51''$ , la Tache étoit Meridionale par rapport au centre du Soleil, seulement de  $1' 9''$ .

Le 29 suivant le Ciel étoit brouillé & couvert de nuages à midi; cependant j'observai le passage de la Tache par le Meridien  $30''$  plutôt que le centre du Soleil.

La hauteur Meridienne apparente de la Tache étoit de  $62^{\circ} 41' 45''$ ; mais je ne pûs observer celle du bord supérieur du Soleil.

Le 30 le temps fut fort mauvais, & je ne pûs observer seulement que la hauteur Meridienne apparente de la Tache, & encore avec peine de  $62^{\circ} 50' 30''$ .

Le matin de ce même jour, le Ciel étant serein, j'observai exactement la figure des Taches, & il me parut deux amas de petites Taches, mais très-foibles, qui accompagnoient la plus grosse, dont l'un étoit éloigné du bord du nuage de la grandeur de son diamètre, & le plus foible paroïssoit à peu-près entre-deux.

Le 31 j'observai le passage de la grosse Tache à  $24''$  après le passage du premier bord du Soleil, ou bien  $48'' \frac{1}{2}$  avant le centre du Soleil.

La hauteur Meridienne apparente de la Tache étoit de  $62^{\circ} 58' 15''$ , & celle du bord supérieur du Soleil de  $63^{\circ} 17' 45''$ . Les deux amas de petites Taches paroïssent encore comme le jour précédent.

Le 1<sup>er</sup> Juin à 9<sup>h</sup> après midi la Tache passoit  $14''$  après le premier bord du Soleil: mais à  $5^h 20'$

# 150 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

du soir, en faisant passer le disque du Soleil par un Meridien, je trouvai que la Tache passoit  $12''\frac{1}{2}$  après le premier bord du Soleil. J'observai aussi alors que la difference de declinaison du bord Septentrional du Soleil & de la Tache étoit de  $18' 58''$ , & le diamètre du Soleil de  $31' 42''$ . Son demi-diamètre de  $15' 51''$ , & par conséquent la difference de declinaison du centre du Soleil & de la Tache étoit de  $3' 7''$  vers le midi; mais ces sortes d'observations n'ont jamais la justesse de celles que l'on fait au passage par le Meridien.

Le 2 Juin le Ciel étant toujours fort brouillé & couvert, je l'observai à  $3^h\frac{1}{4}$  après midi, à  $1'\frac{1}{2}$  de distance du bord du Soleil, mais cette observation n'est pas très-juste. Mais à  $5^h 20'$  je la trouvai éloignée du bord du Soleil seulement de  $35''$ . Je trouvai aussi la difference de declinaison du bord Boreal du Soleil, & de la Tache de  $20' 51''$ ; & par conséquent la difference de declinaison du centre du Soleil & de la Tache, étoit de  $5'$  vers le midi.

Le 3 Juin à  $6^h$  du matin la Tache paroissoit encore sur le bord du Soleil, dont elle n'étoit éloignée que de  $8''$ ; ce que j'observai exactement avec le Micrometre que j'avois accommodé à la Lunette de 16 piez: Elle étoit alors fort étroite, & on ne laissoit pas pourtant d'y remarquer encore le petit nuage obscur qui l'environnoit.

On peut voir par-là que ces Taches n'ont que très-peu de hauteur au-dessus de la superficie du Soleil, encore on pourroit douter qu'elles en eussent.

A midi de ce même jour la Tache qui étoit alors sur le bord même du Soleil, où elle paroissoit faire une espece de petite échancrure, passa



passa après le premier bord du Soleil à 3" environ. Sa hauteur Meridienne apparente étoit à peu près de  $63^{\circ} 21'$ , & celle du bord supérieur du Soleil de  $63^{\circ} 43' 0''$ . Ainsi la Tache étoit alors de 7 9" plus Meridionale que le centre du Soleil.

On peut prendre ce temps-là de midi pour celui où la Tache a passé dans la partie du Soleil qui nous est cachée. Cependant cette détermination ne peut pas être extrêmement juste, à cause du peu de chemin apparent qu'elle fait dans cet endroit.

On peut voir dans les Figures le changement qu'est arrivé à ces Taches dans le temps qu'elles ont paru. La plus grosse a persisté à peu près toujours de même grosseur, & l'on peut espérer qu'elle reparoîtra après qu'elle aura parcouru l'hémisphère du Soleil qui ne nous est pas visible.

## S U I T E D E S O B S E R V A T I O N S

*De la Tache du Soleil qui a paru à la fin  
du mois de Mai, & au commencement  
du mois de Juin 1703.*

Par M. DE LA HIRE.

\* **L**E 17 Juin à 1<sup>h</sup> 1/2 après midi, j'examinai avec soin le bord Oriental du Soleil, pour voir si la Tache qui avoit paru au com-  
men-

\* 20. Juin 1703.

mencement de ce mois, & qui s'étoit cachée derriere le Soleil ne reparoissoit point; car elle étoit encore fort grande lorsqu'elle passa derriere le Soleil, mais je n'y en remarquai aucune trace.

Mais le 18 à  $5^h\frac{1}{2}$  du matin, je l'apperçûs vers le bord Oriental du Soleil, & elle étoit encore fort grande & de figure fort longue, comme elles sont toujours dans cet endroit. Elle avoit aussi son atmosphere obscur qui l'environnoit. Elle étoit éloignée du bord du Soleil le plus proche seulement de  $20''$  de degré.

Le 19 à  $7^h\frac{1}{2}$  du matin, sa distance au bord le plus proche du Soleil étoit de  $1'34''$ , & le diamètre apparent de l'atmosphère de la Tache étoit de  $36''$ . Ces observations ont été faites avec le Micrometre qui étoit appliqué à la Lunette de 16 piez.

La difference du passage de la Tache & du bord Oriental du Soleil par un Meridien étoit alors de  $6''\frac{1}{2}$ ; mais à midi il m'a paru de près de  $9''$ , autant qu'il étoit possible de l'observer alors, à cause du mauvais temps.

J'ai conclu par plusieurs observations, que vers les  $8^h$  du matin la Tache declinoit au Septentrion par rapport au centre du Soleil de  $1'$ . Ce qui étoit aussi la latitude de la Tache, car l'Ecliptique étoit alors presque jointe au parallèle à l'Equateur qui est le Tropique.

Le 20 à  $8^h$  du matin, la distance de la Tache au bord le plus proche du Soleil, étoit de  $3'30''$ , observées avec le Micrometre à la Lunette de 16 piez; & il me paroissoit à côté vers le bord du Soleil une petite Tache sans être terminée.

J'ai aussi conclu par plusieurs observations que à  $7^h50'$ , la Tache avoit passé par un Meridien

DES SCIENCES. 1703. 153

ridien  $15''$  plutôt que le bord Oriental du Soleil, & que sa difference de déclinaison, par rapport au centre du Soleil, étoit Boreale de  $55''$ .

Mais à midi la Tache a passé au Meridien  $52''$  après le centre du Soleil.

La hauteur Meridienne de la Tache apparente étoit  $64^{\circ} 39' 0''$  un peu plus, & celle du bord supérieur du Soleil  $64^{\circ} 54' 25''$ .

La suite de l'observation de cette Tache est rapportée au 11 Juillet, avec les Figures de ses différentes apparences.

---

## SUITE DES OBSERVATIONS

*De la Tache qui a paru dans le Soleil à la fin du mois de Mai, & dans le mois de Juin 1703.*

Par M. DE LA HIRE.

\* J'AI déjà rapporté à l'Academie les observations du retour de la Tache, après avoir parcouru la partie du Soleil qui nous est cachée : mais comme le Ciel a presque toujours été couvert de nuages pendant le temps qu'elle a parcouru le disque apparent du Soleil, on a eu assez de peine à en faire les observations qui pouvoient servir à déterminer son chemin avec exactitude, & même les deux derniers jours qu'elle a paru il a été impossible de l'observer.

J'a-

\* 11. Juillet 1703.

# 154 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

J'avois déjà rapporté que je commençai à l'appercevoir après une demi-revolution le 18 de Juin à  $5^h \frac{1}{2}$  du matin, sur le bord Oriental du Soleil, dont elle n'étoit éloignée alors que de  $20''$  de degré, ce que j'observai exactement avec le Micrometre appliqué à la Lunette de 16 piez de foyer ; mais le Ciel ayant été couvert le reste du jour, je ne pûs déterminer autrement sa position ce jour-là.

Le 19 à  $7^h \frac{1}{2}$  du matin elle étoit éloignée du bord du Soleil le plus proche de  $1' 34''$ , & le diamètre le plus grand de l'atmosphère de la Tache étoit de  $36''$ .

Le même jour à  $8^h$  la distance entre le passage de la Tache & du bord Oriental du Soleil par un Meridien, étoit de  $6' \frac{1}{2}$  de temps. J'ai trouvé que sa latitude étoit alors de  $40''$  Boreale, & sa difference de longitude avec le centre du Soleil, étoit de  $14' 25''$  dont elle étoit plus Orientale.

Le 20 à  $8^h$  du matin sa distance au bord le plus proche du Soleil étoit de  $3' 30''$ . Mais sa latitude étoit alors de  $35''$ , & sa difference de longitude d'avec le centre du Soleil vers l'Orient, étoit de  $12' 28''$ . Ces observations ont été faites de plusieurs manieres, tant par les passages de la Tache & des bords du Soleil par des filets appliquez à une Lunette, que par les hauteurs Meridiennes de la Tache, & par son passage au Meridien quand il a été possible de l'y observer.

Le 21 à midi la latitude Boreale de la Tache n'étoit que de  $10''$ , & sa difference de longitude d'avec le centre du Soleil de  $9' 28''$ , la Tache étant à l'Orient par rapport au centre du Soleil. Car la Tache a passé au Meridien  $41''$  après le centre du Soleil, & sa dis-

distance au bord du Soleil le plus proche étoit de  $6' 29''$ .

Le 22 à  $8^h$  du matin la distance de la Tache au bord du Soleil qui en étoit le plus proche, a été trouvée de  $9' 11''$  avec le Micrometre; & par les observations des passages par des filets croisez au foyer d'une Lunette qui sert de Micrometre, j'ai trouvé que la latitude de la Tache étoit Australe de  $15''$ , & sa différence de longitude d'avec le centre du Soleil étoit de  $6' 30''$ . Ensorte qu'elle a rencontré l'Ecliptique vers les  $5^h$  du soir le 21, ce qui est assez difficile à bien déterminer, à cause que son chemin n'est que fort peu incliné à l'Ecliptique, & même par la comparaison des autres observations tant antérieures que suivantes, elle auroit dû y avoir passé beaucoup plutôt.

Le 23 le Ciel fut presque toujours couvert, & je ne pûs avoir que vers les  $10^h \frac{1}{2}$ . sa distance au bord le plus proche du Soleil toujours vers l'Orient de  $12' 26''$  avec le Micrometre.

Le 24 à  $9^h 10'$  du matin j'ai conclu que la latitude de la Tache étoit alors de  $1' 10'$  Australe, & sa longitude par rapport au centre du Soleil étoit de  $50''$ , la Tache étant vers l'Occident.

A  $11^h \frac{1}{2}$  la distance de la Tache au bord le plus proche du Soleil qui étoit vers l'Occident, étoit de  $14' 10''$  avec le Micrometre. Elle a donc passé par le milieu de son parallèle apparent ce même jour au matin, comme je le déterminerai ensuite.

Le 25 à midi la différence entre le passage de la Tache par le Meridien & le centre du Soleil a été de  $20'' \frac{1}{2}$  dont la Tache précédoit.

Mais à  $9^h$  du matin sa distance du bord du Soleil le plus proche étoit de  $11' 20''$  vers l'Occident.

La

# 156 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

La hauteur Meridienne apparente de la Tache étoit de  $64^{\circ} 35' 45''$ , & celle du bord supérieur du Soleil de  $64^{\circ} 53' 15''$ .

Par les observations du matin à  $7^h 20'$  j'ai trouvé la latitude Australe de la Tache de  $1' 30''$ , & sa différence de longitude d'avec le centre du Soleil de  $4'$ , la Tache étant à l'Occident de ce centre.

Le 26 à  $7^h \frac{1}{2}$  du matin j'ai conclu la latitude Australe de la Tache de  $1' 45''$ , & sa différence de longitude d'avec le centre du Soleil  $7' 15''$ , la Tache étant à l'Occident de ce centre.

A  $8^h \frac{1}{2}$  la distance de la Tache au bord le plus proche du Soleil vers l'Occident étoit de  $8' 19''$ .

A midi elle a passé par le Meridien plutôt que le centre du Soleil de  $36' \frac{1}{2}$  à peu près.

La hauteur Meridienne apparente de la Tache étoit de  $64^{\circ} 34' 0''$ , & celle du bord supérieur du Soleil de  $64^{\circ} 51' 40''$ .

Le 27 à midi la Tache a passé par le Meridien plutôt que le centre du Soleil de  $47''$ .

La hauteur Meridienne apparente de la Tache étoit de  $64^{\circ} 32' 20''$ , & celle du bord supérieur du Soleil de  $64^{\circ} 49' 40''$ .

La latitude de la Tache étoit alors Australe de  $2' 5''$ , & sa différence de longitude d'avec le centre du Soleil  $10' 50''$ , la Tache étant à l'Occident.

Le 28 & le 29 le Ciel a été si couvert que je n'ai pû faire aucunes observations; & le 30 au matin à  $5^h \frac{1}{2}$  je ne voyois plus la Tache sur le disque du Soleil, quoiqu'elle pût être vers le bord.

Mais dans la révolution précédente de cette même Tache on la voyoit encore sur le bord du Soleil vers midi, & le matin à  $6^h$  elle en étoit éloignée de  $8'$ . D'où l'on peut conclurre



clurre qu'elle a fait sa révolution apparente en moins de 27 jours, ce qui peut venir de plusieurs causes particulieres tant de son mouvement propre que de la position & du mouvement du Soleil.

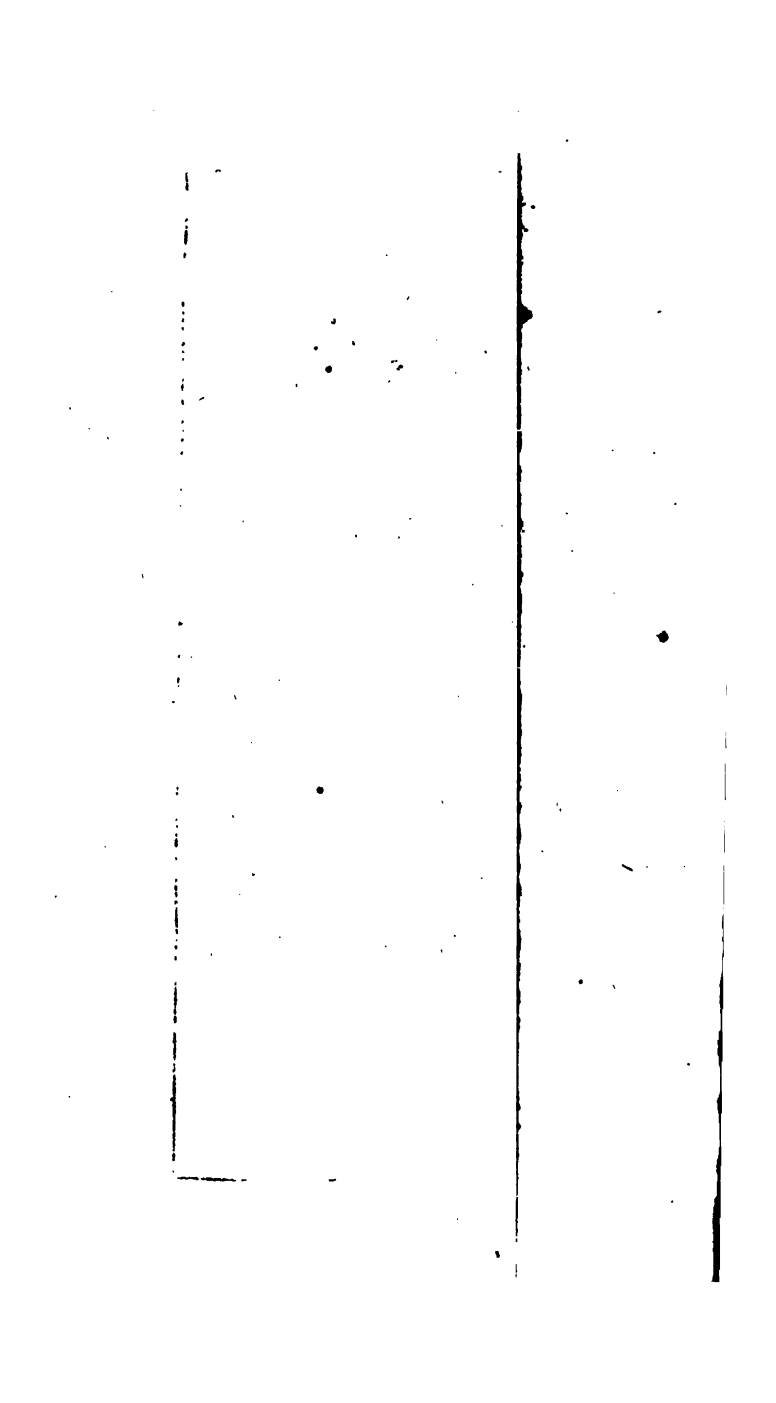
Je trouve aussi en comparant les positions de la Tache du 27 & du 28 Mai, avec celles du 23 & du 24 Juin, qui sont les temps entre lesquels elle a passé par le milieu de son parallele, qu'elle n'a dû employer dans sa révolution apparente que 26 jours 21 heures  $\frac{1}{2}$ . Et j'avois déterminé par d'autres observations du retour des Taches après 73 révolutions, qu'elles étoient de 27 jours 7 heures  $\frac{7}{8}$ , ce qu'on peut voir dans les observations imprimées de l'année 1700; mais des causes particulieres peuvent causer ces inégalitez, comme je viens de dire.

Pour ce qui est du temps où elle a passé par le milieu de son parallele apparent, je trouve par trois comparaisons des positions devant & après ce passage, que l'une le donne le 24 à 4<sup>h</sup> 30' du matin, une autre à 4<sup>h</sup>, & une autre à 5<sup>h</sup>; en sorte que si l'on prend un milieu, on aura ce temps à 4<sup>h</sup> 30', comme l'une des comparaisons le donne.

Son chemin apparent, par rapport à l'Ecliptique, a été à très-peu près en une portion d'Ellipse très-platte, dont la concavité étoit tournée vers le Septentrion, hormis seulement que dans le commencement de cette révolution ce chemin paroissoit un peu concave vers l'Ecliptique en cet endroit, ou convexe vers le Septentrion.

La distance de la Tache au centre du Soleil au temps où elle a passé par le milieu de son parallele apparent étoit 1' 5".

On peut enfin conclurre de ces observations, qu'elle



de & composée de plusieurs amas de Taches fort séparées les uns des autres ; mais elle étoit encore si foible, que quoiqu'elle fût fort avancée dans le disque du Soleil, il n'y avoit pas apparence qu'elle eût paru le jour précédent : aussi je ne remarquai rien sur le Soleil le 7 de ce mois, lorsque je l'observai à midi. J'ai suivi cette Tache tous les jours jusqu'au 17, où elle est passée dans la partie du Soleil qui nous est cachée. Je donnerai seulement ici la longitude & la latitude de la précédente qui étoit la plus grosse de toutes, & comme je les ai conclues de toutes les observations que j'en ai faites en plusieurs manières pour plus grande certitude. On trouvera aussi à la fin les Figures de ses différentes apparences, ce qui fera connoître que c'est une des plus grandes que nous ayons observées.

Le 8 Juillet à 2<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$  après midi sa longitude étoit plus grande que celle du centre du Soleil de 9' 20", & sa latitude étoit Australe de 4' 53".

Le 9 à 7<sup>h</sup> du matin sa longitude étoit plus grande que celle du centre du Soleil de 7' 20", & sa latitude Australe étoit de 5' 10". La distance entre le milieu de la précédente qui étoit la plus grosse, & de la dernière étoit de 1' 26".

Le 10 à midi sa longitude étoit plus grande que celle du centre du Soleil de 3' 0", & sa latitude Australe étoit de 5' 40". A 1<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$  après midi, la distance entre les deux plus éloignées étoit de 1' 39".

Dans ces observations du 9 & du 10 elle paroissoit beaucoup augmentée en force, en grandeur, & en nombre de petites Taches qui accompagnoient les plus grosses, comme on le voit dans les figures.

Le 11 au matin à 6<sup>h</sup> 20' la longitude de la  
Ta

Tache étoit encore plus grande que celle du centre du Soleil de  $20''$ . Sa latitude étoit de  $6'$  Australe, & la distance entre le milieu des Taches extrêmes étoit de  $1' 49''$ .

Le 12 à  $7^h \frac{1}{2}$  du matin sa longitude étoit moindre que celle du centre du Soleil de  $3' 36''$ , & sa latitude étoit Australe de  $6' 25''$ . La distance entre le milieu des Taches extrêmes étoit de  $2' 10''$ .

Le 13 à  $7^h \frac{1}{2}$  du matin la longitude de la Tache étoit moindre que celle du centre du Soleil de  $6' 40''$ , & sa latitude étoit Australe de  $6' 40''$ .

Le 14 à  $10^h \frac{1}{4}$  du matin sa longitude étoit moindre que celle du centre du Soleil de  $9' 36''$ , & sa latitude étoit Australe de  $6' 50''$ .

Le 15 à  $6^h \frac{1}{2}$  du matin sa longitude étoit moindre que celle du centre du Soleil de  $11' 30''$ , & sa latitude étoit Australe de  $6' 50''$ .

Il n'y avoit alors que deux amas de Taches, dont le suivant ne paroïssoit plus avoir autour de lui d'atmosphère obscur à l'ordinaire, mais un atmosphère plus clair que le reste du Soleil, qu'on appelle ordinairement *facule*.

Le 16 à  $1^h \frac{1}{2}$  après midi sa longitude étoit moindre que celle du centre du Soleil de  $13' 40''$ , & sa latitude étoit Australe de  $6' 50''$ .

Le même jour à  $7^h$  du soir elle n'étoit plus éloignée du bord le plus proche du Soleil que de  $35''$ .

Le 17 sur les  $8^h$  du matin je n'ai pû rien remarquer de la Tache sur le bord du Soleil, le Ciel étoit tout brouillé, mais à  $1^h \frac{1}{2}$  après midi il n'y en paroïssoit plus rien.

J'ai conclu de ces positions différentes, tant avant son passage par le milieu de son parallèle qu'après, qu'elle a été dans le milieu le 11 à

à 4<sup>h</sup> du matin, son éloignement du centre du Soleil étoit alors de 6' vers le midi.

Je trouve par-là que quand cette Tache auroit fait sa révolution en 27 jours, elle n'auroit dû être sur le bord du Soleil que le 17 à 10<sup>h</sup> du soir.

La Tache a dû être sur le bord du Soleil éloignée de l'Ecliptique de 25 degrez 25 minutes.

Le chemin que la Tache a décrit par rapport à l'Ecliptique étoit courbe, & la concavité tournée vers l'Ecliptique; ce qui fait voir que le pole Septentrional du mouvement du Soleil ou de la Tache, étoit sur le disque apparent du Soleil, & entre le 4 & 5 degré des Poissons.

Cette Tache pourra reparoître après sa demi-révolution derrière le Soleil le dernier jour de ce mois vers le soir tout au plutôt.

J'ai comparé cette Tache avec celle qui a paru en Mai 1702, & je trouve que si c'est la même, sa révolution a dû être de 27 jours 8 heures  $\frac{2}{3}$  à peu près, après 15 révolutions.

Mais si je la compare à celle de Septembre 1701, sa révolution seroit de 27 jours 2 heures après 25 révolutions.

Et par celle de Decembre 1700, sa révolution seroit de 27 jours 3 heures  $\frac{1}{2}$  environ après 34 révolutions.

Toutes ces comparaisons n'ont rien de la certitude de celle qu'on fait de la même Tache, quand elle fait plus d'une révolution autour du Soleil, quoiqu'il puisse y arriver plusieurs inégalitez par les changemens de la Tache, & par son mouvement apparent..

Les Figures sont représentées, en sorte que le midi est toujours en haut, & le Septentrion en bas.

~~~~~

REMARQUES SUR LES LIGNES GEOMETRIQUES.

Par M. ROLLE.

* **L**E Remarques que je donne ici sont une suite de celles que j'ai proposées à la Compagnie sur les Lignes Geometriques & sur les Tangentes.

ART. I. Je ferai voir, en premier lieu, que parmi les differens points que fournissent les égalitez dans la génération des Courbes, il y a plusieurs de ces points qui n'appartiennent pas à ces Courbes, & qui peuvent imposer.

Soit pour exemple l'égalité que l'on voit ici en *A*.

$$A. z^4 - 4az^3 + 5a^2zz - 2a^3z - bbvv = 0.$$

$$+ 2bbcv$$

$$- bbcc$$

Les inconnues de cette égalité sont *z* & *v*; & comme *v* ne passe point le second degré, il est facile de s'assurer que l'on peut en tirer une Courbe. Mais si l'on prend $z = a$ & $v = c$, on trouvera que ces deux valeurs donnent la résolution de l'égalité proposée, & delà on seroit porté à croire que cette résolution donne un point de la Courbe. Ce qui ne se trouve pas véritable, comme on le verra ici.

On reconnoît ces sortes de résolutions, & l'on

* 9. Juin 1703.





l'on ne peut y être trompé quand on se sert de la Methode que je donnai au public en 1699 pour la résolution générale des égalitez indéterminées, suivant ce que j'en ai dit dans le Memoire que je lus dans l'Assemblée du 10 Decembre 1701, où j'ai expliqué par des exemples & par des figures comment on peut faire servir les Regles de cette Methode à la génération des Lignes Géométriques. Mais comme l'on n'a point ce Memoire à la main, je rapporterai ici tout ce que l'on doit savoir de ces Regles, pour en faire l'application à l'exemple proposé.

Elles servent principalement à déterminer tout le réel & tout l'imaginaire des égalitez, & pour cela il faut trouver les limites des inconnues. Mais pour le dessein que l'on a ici, il suffit de trouver celles de l'inconnue z . Ce qui se fait en cette maniere.

1°. On multiplie tous les termes de l'inconnue v , chacun par son exposant; on efface une fois v du produit de la multiplication, & l'on suppose que la somme des termes qui resultent de cet effacement soit égale à 0. D'où se forme l'égalité qui est marquée ici en B .

$$B... 2bbv - 2bbc = 0.$$

2°. On résout cette égalité, & l'on substitue ses racines au lieu de v dans l'égalité A . La résolution donne $v = c$ seulement, & la substitution fournit l'égalité marquée D .

$$D. z^4 - 4az^3 + 5aaz^2 - 2a^3z = 0.$$

3°. Les racines de cette égalité sont des limites pour l'inconnue z dans l'égalité proposée. Ainsi, ces limites sont celles que l'on voit en E .

$$E. \quad 0. \quad a. \quad 2a.$$

4°. La Methode veut que l'on prenne arbitrai-

trairement une quantité dans chacun des intervalles que designent ces limites, de maniere que dans les quatre intervalles que forment les trois limites en E , on pourra prendre les quatre quantitez marquées ici en F .

$F.$ $-a.$ $\frac{1}{2}a.$ $\frac{1}{2}a.$ $3a.$

5°. La Methode veut aussi que l'on substitue chacune de ces quantitez moyennes au lieu de z dans la proposée A , pour savoir combien elle donnera de valeurs réelles ou imaginaires de l'inconnue v .

La premiere quantité est $-a$, & substituant cette quantité au lieu de z dans la proposée, l'égalité qui résulte de la substitution donne deux valeurs réelles de v . D'où il faut conclurre, selon la Methode, que toutes les valeurs prises dans le premier intervalle donneront aussi deux valeurs réelles de v ; & comme cet intervalle est indéfini, les deux rameaux de la Courbe que fournissent ces valeurs de v , sont aussi indéfinis.

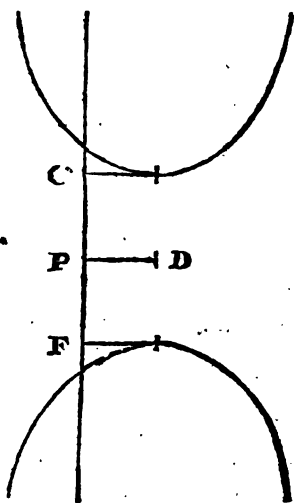
Si l'on substitue au lieu de z dans A , la seconde quantité moyenne $\frac{1}{2}a$, l'égalité qui en résultera ne renfermera que des racines imaginaires; & delà il faut conclurre, selon la Methode, que toutes les quantitez réelles que l'on peut prendre dans le second intervalle pour l'inconnue z , ne donneront que des résolutions imaginaires de l'égalité proposée A .

La troisième quantité moyenne $\frac{1}{2}a$ ne donne aussi que des résolutions imaginaires de la proposée.

Mais la quatrième quantité $3a$ fournit deux valeurs réelles pour v , & par conséquent toutes les quantitez du même intervalle donneront aussi deux valeurs réelles de v . Ce qui fournit deux rameaux indéfinis de la Courbe, de même que le premier intervalle.

Où

Où l'on peut voir que chacun des deux intervalles compris entre les limites extrêmes θ & $2a$, ne donneront que des résolutions imaginaires, & par conséquent l'un & l'autre ne sauroit donner aucun point de la Courbe. De



maniere que si l'on prend la droite OF pour l'axe des z , & que θ soit l'origine, l'image de la Courbe sera comme dans cette Figure.

6°. Ce n'est pas assez d'éprouver une des quantitez de chaque intervalle pour savoir tout ce que peut fournir l'égalité proposée pour la génération de la Courbe. Il faut encore, selon la Methode, que

l'on éprouve les limites mêmes qui séparent les intervalles; & si l'on substitue la limite A , qui sépare les deux intervalles imaginaires, pour en faire l'épreuve, on trouvera que l'égalité qui en résulte renferme deux racines réelles. Chacune de ces racines est la quantité c , c'est-à-dire que v est toujours égal à c , lorsque $z = a$, & que ces deux valeurs résolvent l'égalité proposée.

Mais cette résolution est la seule de cet exemple entre les limites θ & $2a$, & l'on a vu

MEM. 1703.

H

que

que les deux intervalles compris entre ces limites ne fournissent d'ailleurs que des racines imaginaires. Ainsi l'appliquée $v=c$, ou PD , que donne l'abscisse $z=a$, ou OP , sur l'axe générateur OF , ne se trouve dans aucun des deux intervalles indéfinis, & l'on a trouvé que ces deux intervalles sont les seuls qui peuvent fournir les rameaux de la Courbe. Ce qui suffit pour faire voir que parmi les points que donnent les égalitez génératrices, il peut y en avoir qui n'appartiennent pas aux Courbes que ces égalitez expriment. Et si l'on compare ces Remarques à la Methode des indéterminées que je donnai en 1699, on verra qu'il y a des exemples où il se trouve une longue suite de points qui viennent de l'égalité génératrice, & qui ne sont pas de la Courbe que cette égalité fournit.

ART. II. Delà se découvre un inconvenient dans toutes les methodes que j'ai vûes de *Maximis* & *Minimis*. Car il arriveroit qu'en cherchant les valeurs de v qui sont les plus grandes ou les plus petites de leurs semblables, on trouveroit que $z=a$ donne $v=c$ pour un *Max.* ou un *Min.* Mais l'on a vû que cette valeur de v ne sauroit être la plus grande ni la plus petite de ses semblables, puisqu'elle est seule de son ordre, & qu'elle ne détermine aucun des points de la Courbe.

Et si l'on cherchoit les *Max.* ou les *Min.* de z , on trouveroit que $v=c$ en donne plusieurs; & pour distinguer celui qui est faux, il faudroit ou les observations que l'on vient de proposer, ou des observations équivalentes.

Selon la methode ordinaire de *Max.* & *Min.* on trouvera dans cet exemple que $z=a$ donne des racines égales; d'où il faudroit conclurre que

que ces racines marquent deux parties de la Courbe, & qu'elles concourent au point *D*. Mais l'on a vû que la Courbe n'y passé point, & qu'elle s'en écarte de plus en plus.

ART. III. Si l'on étoit prévenu que $z = a$ & $v = c$ peuvent donner un point de la Courbe dans cet exemple, & que l'on voulut chercher la valeur de la sous-Tangente en ce point par le moyen de la méthode ordinaire des Tangentes, on trouveroit que la substitution de ces deux valeurs détruiroit la formule que fournit cette méthode. Et si l'on cherchoit une seconde formule par le moyen des règles qu'on a données dans le Journal du 13 Avril 1702, (p. 388. Edit. de *Holl.*) la substitution de ces valeurs ne la détruiroit point; mais la valeur de la sous-Tangente se trouveroit imaginaire. Ce qui marqueroit encore, que le point proposé n'est pas de la Courbe proposée.

A cela on peut ajoûter qu'en substituant cette valeur imaginaire de la sous-Tangente pour avoir la Tangente, on trouveroit une valeur réelle dans le resultat de la substitution lorsque a surpasse b , & que l'on prend cette sous-Tangente sur l'axe des z : ou bien lorsque b surpasse a quand on prend la sous-Tangente sur l'axe des v . Enforte que si l'on cherchoit la Tangente sans faire attention à tous ces inconveniens, on seroit porté à croire qu'elle est réelle.

Delà on voit aussi qu'il ne suffit pas toujours de trouver une quantité réelle en termes analytiques ni en nombres pour la valeur d'une ligne, & qu'il faut s'assurer des lignes adjacentes. Voici encore des remarques sur les lignes Géométriques, mais d'une autre espece.

ART. IV. On distribue ordinairement les

lignes Géométriques en divers genres, & sur cela on a marqué celles dont il faut se servir pour plusieurs recherches : mais on l'a fait d'une manière où il seroit facile de se méprendre, & il y a des cas où il faudroit des connoissances considerables pour éviter l'erreur. Ou pourra s'en appercevoir, si l'on fait attention à l'égalité G .

$$G, x^{10} - 20 a^3 y^4 x^4 - c b^4 y^5 = 0.$$

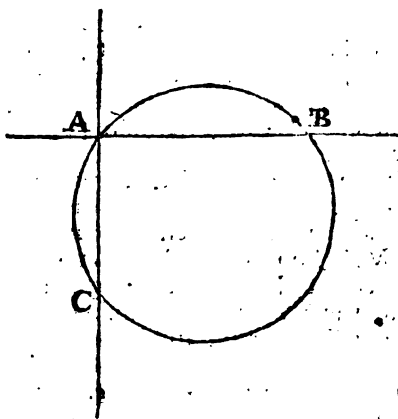
La Courbé que fournit cette égalité seroit du troisiéme genre, si on la consideroit par le degré des inconnues, comme l'a fait M. *Descartes*, & en cela il est suivi de plusieurs Géometres. Selon lui & selon eux aussi la parabole ordinaire est du premier genre. Cependant cette égalité G n'exprime que la parabole ordinaire. Ce qui paroît se contredire. Cela se peut expliquer ; mais quelque explication que l'on y donne, il faudra des regles pour réduire une égalité indéterminée à son véritable degré, quand on voudra en reconnoître le véritable genre, & l'on verra que pour former ces regles il faut résoudre de grandes difficultez. J'ai marqué les moyens dont je voudrois me servir pour cette recherche dans la Méthode des indéterminées de l'année 1699 pages 47. 48. 49. Et comme elle peut servir à l'inverse des Tangentes, selon ce que j'en ai dit dans la page 68 du même Livre, il arrive, par le retour, que cette inverse est un moyen pour trouver le véritable genre des égalitez indéterminées & des Courbes qu'elles expriment, comme on le dira dans un autre Mémoire.

J'ajoutérai ici quelques observations sur la methode dont on se sert ordinairement pour trouver les Tangentes, comme une suite de ce que j'en ai dit en d'autres Mémoires.

ART. V. Souvent il arrive dans l'usage que l'on fait de la formule des Tangentes, que l'appliquée & la sous-Tangente ne sont que des rien ou des zeros absolus. Ce qui designe en quelques exemples que la Tangente est parallele aux abscisses ou aux appliquées. Mais pour un exemple de cette façon, il y en a une infinité où cela n'arrive point, & où l'on pourroit se tromper si l'on s'en rapportoit à ce qui en a été dit dans le *Journal des Savans* du 3. Août 1702 .p. 831.

Pour marquer cet inconvenient par un exemple fort simple, je prendrai l'égalité génératrice que l'on voit ici en *M*.

$$M... zz + 6rz + vv - 8rv = 0.$$



La Courbe qu'exprime cette égalité n'est pas différente du cercle ordinaire, lorsque les axes générateurs *AC*, *AB*, font un angle droit comme dans cette Figure, où l'on peut voir

aussi que l'origine est en A sur la circonferen-
ce, & que chacun des axes en est une sécante.

Cela posé, il est évident que l'appliquée & la sous-Tangente au point A ne sont que des zéros absolus. Il est encore évident que la Tangente ne peut point être parallèle à l'un ni à l'autre des deux axes, ni se confondre avec eux.

Cela se voit d'une autre manière dans le calcul. Car si l'on prend c pour l'expression de la sous-Tangente, & que l'on veuille avoir sa valeur sur l'axe des z , la méthode ordinaire donnera cette valeur comme on le voit en N .

$$N... f = \frac{vv - 4rv}{x + 3r}.$$

En substituant dans cette formule $v = 0$ & $z = 0$ qui déterminent le point proposé, on trouvera $f = 0$ pour la valeur de la sous-Tangente. L'appliquée n'étant aussi que 0 , il est évident que cela ne détermine point la situation de la Tangente. On sait d'ailleurs qu'elle doit être perpendiculaire au rayon, & par conséquent il ne peut point arriver qu'elle soit parallèle aux axes, ni qu'elle se confonde avec eux. Mais l'on verra mieux l'étendue de cet inconvénient, si l'on considère que la situation des deux axes peut varier infiniment, de manière que l'origine soit toujours au point A sur la Courbe, & que dans cette variété infinie de situations, il ne peut y en avoir que deux où la Tangente se confonde avec un axe, qui sont les deux cas où les axes mêmes deviennent Tangentes. On peut voir aussi que cette dernière observation sur le point A regarde tous les points de toutes les Courbes.

Mais cet inconvénient s'augmente encore,
se

se multiplie & s'implique avec d'autres inconveniens, comme on le peut voir si l'on prend pour exemple les Courbes qui se forment par le moyen des égalitez que l'on voit ici en *P* & en *T*.

$$P \dots \left. \begin{aligned} x^6 - 2ayx^4 + 2y^3x^3 \\ + 22yyxx - 2ay^4x + y^6 \end{aligned} \right\} = 0.$$

$$T \dots \left. \begin{aligned} y^6 - 36xy^5 + 510xx^2y^4 \\ - 3600x^3y^3 + 13152x^4yy^2 \\ - 23040x^5y + 15201x^6 \\ - 443745x^7 \end{aligned} \right\} = 0.$$

On peut remedier à tous ces inconveniens par le moyen des regles que l'on a proposées dans le *Journal* du 13 Avril 1702, p. 388 mais ces derniers exemples feront voir qu'il seroit inutile d'y appliquer d'autres regles que l'on a publiées la même année dans le *Journal* du 3. Août, p. 831.

Au reste, la plupart des observations que j'ai données sur les Lignes Géométriques, sont aussi des observations pour les Lignes Mécaniques, que l'on appelle Transcendantes, comme on le dira dans un autre Mémoire.

~~~~~

# S U I T E

## D'OBSERVATIONS

### SUR L'HYDROPIsie,

*Depuis 1683 jusqu'à 1686.*

Par M. DU VERNEY le jeune.

\* **U**N homme âgé de 40 à 45 ans, devenu hydropique ensuite d'un flux hepaticque essaya inutilement pendant huit ou neuf mois tous les remedes qu'on lui proposa. Il fut pareillement gueri en six semaines par la ponction, la diette & les remedes : mais ce qui réussit le mieux fût l'usage du vin de genièvre & de centaurée, dont le malade buvoit à sa soif. On prépara ce vin de la maniere suivante ;

Dans un demi quarteau de vin blanc, on mît deux litrons de graine de genièvre, & deux poignées de petite centaurée.

Le flux hepaticque avoit été précédé d'une jaunisse universelle.

Les eaux vidées par la ponction étoient moins claires, & plus dorées qu'à l'ordinaire ; ce qui arrive quand la jaunisse a précédé l'hydropisie.

Une femme de 28 à 30 ans, après être accouchée devint ascitique : elle fut guerie par la ponction, & par l'usage des remedes proposés  
dans

\* 20. Janvier 1703.

dans les observations du mois d'Octobre 1679; lûes à l'Academie le 20 Août 1701.

Un homme âgé de 40 ans ayant la même indisposition, mais qui étoit causée par de fréquens excès, étant réduit à la dernière maigreur tant par la longueur de la maladie que par les remèdes d'un Charlatan, fut aussi traité par la ponction & la méthode précédente: le soulagement fut considérable, les forces se rétablirent, & en un mois & demi le malade fut en état d'aller à la campagne se croiant guéri. Deux mois après il falut faire une nouvelle ponction, & il étoit réduit à la même nécessité à la fin du troisième mois, sans le secours d'une tisane faite avec la gratiola, l'azarum, la petite centaurée & la camomille, augmentant ou diminuant la gratiola suivant les évacuations, & la retranchant quelquefois. Ce remède fatigua le malade, & le fit beaucoup vomir les premiers jours qu'il en usa: mais il se trouva si soulagé par les évacuations que ce remède produisit tantôt par le vomissement, tantôt par les urines, tantôt par les selles, qu'il fut parfaitement guéri en un mois ou cinq semaines. Quand le malade se trouvoit fatigué, ou de mauvaise humeur, on lui donnoit le remède en lavement.

Les eaux vidées par la ponction étoient sanguinolentes en sortant, & reposées. On trouvoit dans le vaisseau, qui étoit fort grand, un travers de doigt de sang vermeil & caillé.

Une femme âgée de 30 à 33 ans atteinte d'une hydropisie ascite depuis 22 mois ensuite d'une couche, fut guérie en trois semaines au moyen de la ponction, & de la méthode proposée dans les observations du 20 Août 1701.

Je fis dans cet espace de temps trois ponctions,

tions , & les remèdes dans l'intervalle d'une ponction à l'autre. A chaque ponction je vuidai sept à huit pintes d'eau : ces eaux nonobstant leur séjour n'étoient pas limoneuses.

Un Capucin du Convent de la rue *S. Honoré* âgé de 35 à 40 ans, dont le ventre & toutes les parties inférieures étoient d'une grosseur prodigieuse par la quantité d'eau dont elles étoient remplies , guérit après avoir donné en différentes ponctions cent cinquante pintes d'eau au moins. Les remèdes évacuatifs servirent peu , & après la ponction il doit sa guérison aux remèdes fortifiants , surtout aux préparations de genièvre.

*M. Duchesne* & *M. Tuillier* furent présents à la première ponction , & se trouverent à plusieurs autres.

Un homme de 25 à 30 ans étant attaqué d'hydropisie ascite & anasarque , n'ayant pu être soulagé par aucun des moyens dont on s'étoit servi , fut aussi guéri par la ponction & par la salivation.

Je passai à l'usage de ce dernier remède , parce que ni la ponction , ni tout ce qu'on avoit fait ne débarrassoient point les parties extérieures. Durant le flux je lui faisois donner de deux heures en deux heures alternativement du restaurant , de la panade , de la bouillie avec les jaunes d'œufs , ou de la gelée ; & pour boisson pendant les premiers jours , de la tisane faite avec la rapure de corne de cerf & la reguetille ; & dans la suite on lui donnoit de temps à autre quelques cueillerées de vin d'*Alicant* mêlé avec la gelée. Cet homme jouit encore à présent d'une parfaite santé.

Une fille de 18 à 20 ans ascitique , fut guérie après une seule ponction par l'usage d'une  
ti-

tisane faite avec la racine d'iris, d'orties piquantes, & d'oseille ronde.

Une fille de même âge dont l'hydropisie avoit commencé à paroître depuis 22 à 23 mois sans cause manifeste; ni sans changer la couleur de la peau, fut aussi guérie au bout d'un mois, au moyen du régime ordinaire de trois ponctions, & de la tisane d'orties piquantes, d'iris & d'oseille ronde.

A chaque ponction je vuidai 4 à 5 pintes d'une matiere limoneuse & noirâtre. La malade ne but de la tisane d'orties qu'après la troisième ponction, & dès le lendemain on trouva dans les urines tout au moins la moitié de matiere semblable à celle qu'on avoit vuidée par la ponction. Cette fille a été mariée, & a eu des enfans.

Une femme veuve âgée de 42 à 43 ans, après plusieurs chagrins, & un épanchement de bile qui lui rendit la peau de couleur d'olive, fut aussi attaquée d'hydropisie ascite: elle avoit une tumeur schireuse qui s'étendoit depuis le cartilage xiphoïde jusqu'à l'ombilic. Divers remèdes dont on se servit, qui furent suivis de plusieurs ponctions, ne la purent tirer d'affaire. Mais elle fut enfin guérie avec la tisane de gratiola ci-devant décrite, sa couleur devint naturelle, elle reprit des forces & de l'embonpoint, & elle jouit pendant plusieurs années d'une bonne santé malgré la tumeur schireuse.

Une autre femme hydropique ayant un schire dans la region hypogastrique, fut guérie après une ponction avec peu de remèdes.

Un jeune homme avoit une hydropisie ascite & une anasarque; il fut guéri par la ponction & par l'usage de la tisane sudorifique, où

j'ajoutois l'azarum , & la rapure de racine de sureau avec moitié de vin blanc.

Une femme de 20 à 22 ans ayant la même indisposition , fut aussi guérie de la même manière.

Un homme de 30 à 40 ans épuisé par une grande abstinence , & par des contentions d'esprit continuelles , tomba dans une fièvre lente , & dans l'hydropisie ascite. La longueur de cette dernière maladie lui donna le temps de passer de main en main à la ponction : la ponction fut réitérée trois fois , & le malade reprit des forces ; mais le ventre se remplissant de nouveau , il refusa la ponction , & prit durant quelque temps trois verres de vin blanc chaque jour , dans lequel il avoit fait infuser de la racine d'iris & d'ortie , & de la graine de genièvre concassée. Le malade se rétablit en peu de temps , & il jouit encore aujourd'hui d'une parfaite santé.

Une Religieuse du Convent de *Sainte Marie de Chaillot* ayant une hydropisie ascite & une grosse tumeur schireuse , fut guérie après plusieurs ponctions par l'usage des vomitifs , tous les autres remèdes ayant été inutiles.

J'ai vu deux autres hydropiques qui avoient des tumeurs schireuses , guéris au moyen de la ponction & du régime , avec peu de remèdes.

Une veuve hors de règles portoit depuis six à sept ans un ventre d'une grosseur prodigieuse ; elle fut délivrée de ce fardeau par des ponctions réitérées , & quelques remèdes. La matière vidée par la ponction étoit épaisse , noire & huileuse. Cette Dame fut plus de deux ans sans ressentir aucune incommodité : mais ensuite elle retomba peu à peu dans l'état où elle

elle étoit lorsque je lui fis la premiere ponction.

Il est très-rare de voir un soulagement si considerable dans cette espece d'hydropisie, que je n'ai encore vûe qu'aux filles & aux femmes; & jamais l'épanchement ne dure si longtemps, que lorsque les eaux sont enfermées dans une poche particuliere. Je n'en ai point vû guerir; au contraire plusieurs femmes qui jouissoient d'une assez bonne santé, & qui n'avoient d'autre incommodité que celle de porter un gros ventre, ont péri en peu de temps pour avoir voulu s'en défaire.

Il y a treize à quatorze ans qu'une femme de 28 à 30 ans me vint trouver pour lui faire la ponction. Elle avoit le teint bon, de l'appetit: elle dormoit bien, & elle agissoit encore avec assez de liberté; son ventre étoit d'une grosseur extraordinaire: elle me dit qu'il y avoit sept à huit ans que son ventre avoit commencé à grossir, de maniere qu'elle crut être enceinte.

Ayant reconnu que cette grosseur étoit causée par un épanchement d'humeurs, je pris jour pour lui faire la ponction: je vuidai six à sept pintes de serositez mucilagineuses de couleur jaune sans mauvaise odeur. La malade fut si soulagée, qu'elle crut déjà être guérie: elle me pressa pour faire une seconde ponction, que je fis quatre jours après. J'esperois comme elle-même de réussir; mais nous fumes bien surpris de voir sortir des matieres verdâtres d'une puanteur extraordinaire, de differente consistance, à la quantité de deux pintes seulement. Je ne pouvois m'imaginer ce qui empêchoit l'écoulement des matieres: elles n'étoient pas plus épaisses que celles de la premiere

# 178 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

re ponction, & j'étois sûr d'être dans une cavité: enfin la grande puanteur, la foiblesse de la malade, & l'embarras où je me trouvai, m'obligèrent à tirer la canule. Cette Dame ne fut point soulagée par cette évacuation; au contraire elle fut altérée, inquiète, dégoûtée, & perdit le sommeil: les urines qui avoient été très-abondantes après la première ponction, cessèrent: regime, remèdes, soins, tout fut inutile, & tous les accidens augmentèrent: plus j'examinois le ventre de la malade, plus j'étois surpris trouvant toujours une fluctuation distincte: je ne pouvois m'imaginer comment il se pouvoit faire qu'il ne fût sorti qu'une certaine quantité de matieres épanchées. Enfin la malade paroissant un peu mieux, je fis une troisième ponction, & chaque ponction fut faite en differens endroits. Il sortit par cette troisième operation des matieres encore d'une plus mauvaise odeur, noires & grumelées; il ne s'en vuida qu'environ une pinte: point de soulagement: & deux heures après, la malade eut un gros frisson, grande alteration, vomissemens; & enfin elle mourut peu de jours après avec des inquietudes cruelles.

Je l'ouvris, & je trouvai un grand bâlon qui renfermoit plusieurs cellules lesquelles ne communiquoient pas ensemble: chaque cellule contenoit des matieres de differente nature; les unes avec plus, les autres avec moins d'épaisseur, de couleur & de mauvaise odeur. Je ne pus examiner la chose avec plus de soin.



# SUR UNE HYDROPIE.

PAR M. DU VERNEY le jeune.

\* **L**É 4 Août 1702 je fus appelé en consultation pour une fille hydropique âgée de 14 à 15 ans, fort grande pour son âge, & d'une constitution valetudinaire. Depuis le cartilage xiphoïde jusqu'aux doigts des pieds toutes les parties étoient abreuvées de serositez & fort enflées, la peau de tout le ventre traitée, la respiration très-difficile, & l'estomac si pressé qu'il ne pouvoit plus recevoir d'aliment; les joues & les levres étoient livides, aussi-bien que l'extrémité des doigts.

Ayant reconnu un épanchement d'eau dans la capacité du ventre, on convint de la ponction. Je vuidai cinq pintes de serositez de couleur citronnée, d'odeur & de saveur urineuse. Cette évacuation soulagea un peu la malade. Le 8 & le 14 je réitérai la ponction, ce qui diminua considérablement tous les symptômes sans augmenter toutefois nos esperances, parceque les forces ne se rétablissoient pas, & que la respiration étoit toujours fréquente & embarrassée. Dans cet état la malade changea d'air & de régime; elle parut mieux, les urines devinrent abondantes, le ventre libre, l'appetit & le sommeil assez bons, pourvu qu'elle ne fût point contrainte & qu'elle vécût à sa man-

\* 3. Février 1703.

niere. Environ le 20 Septembre la malade fut plus oppressée, elle eut quelques foiblesses & ne pouvoit plus demeurer que sur son seant : les jambes, les cuisses & le ventre devinrent extrêmement enflés sans aucune cause manifeste, c'est-à-dire, sans que le ventre ni les urines fussent moins libres, ni l'appetit diminué. La malade demanda qu'on lui fit de nouveau la ponction : ce qui fut assez difficile, parceque la grosseur du ventre dépendoit presque toute de l'épaisseur des tegumens. Je réitérai cependant cette operation le 28 du même mois : il sortit environ une pinte de matieres purulentes. Cette évacuation diminua un peu l'étouffement, & mit la malade en état de prendre de la nourriture jusqu'au 15 Octobre. Le 18 encore une ponction, & pareille évacuation de matiere purulente. Cette dernière évacuation ne changea point l'état de la malade : les inquietudes, la foiblesse & l'oppression augmentèrent, & enfin elle mourut le 9 Novembre. On en fit l'ouverture, & voici ce qu'on a remarqué.

Toute la peau étoit bouffie, & inégalement abrévée de serositéz, les parties supérieures s'en trouvant toutefois beaucoup moins remplies que les inférieures. Celle des jambes & des cuisses parut dure, raboteuse & élephantique, avec quelques petits ulceres, & quelques excoriations. Je fis une profonde incision à une jambe, d'où il sortit des serositez limonneuses : les fibres charnues avoient perdu leur couleur & leur consistance : les intervalles qui séparent les parties les unes des autres, étoient remplis d'une espèce de gelée blanchâtre ; tout le corps de la peau l'étoit aussi. Il s'est trouvé dans la capacité du ventre une pinte de matiere

re purulente: tous les intestins étoient remplis d'air, adhérens & collez les uns aux autres, tant par quelques restes de l'épiploon, que par une espece de gelée fibreuse.

Le foye avoit un volume considerable; il étoit de couleur de lie de gros vin noir, & d'une substance dure. Je trouvai sous le petit lobe du foye une grande cuillerée de matiere semblable à de belle gelée: le pancreas étoit gros & schireux: la vesicule du fiel à peu près à l'ordinaire. Immédiatement au dessus du rein gauche il y avoit une poche qui renfermoit environ demi-septier de matiere laiteuse: les reins & les uretères avoient leur disposition naturelle: les deux cavitez de la poitrine étoient remplies de serositez: le pericarde avoit au moins la grosseur de la tête de la défunte: il avoit plus de largeur que de longueur; ce qui lui donnoit une figure particuliere, ayant huit pouces de largeur, & il étoit rempli d'eau. Cette membrane, malgré son extension, étoit plus forte & plus épaisse que dans l'état naturel.

La grosseur & la figure du cœur ne parurent pas moins singulieres. Il étoit extraordinairement gros, & sa figure plus large que longue représentoit celle d'une chataigne de mer aplatie par dessous, & convexe par dessus; sa substance étoit ferme & solide; l'oreillette droite étoit remplie d'un sang noir, épais & cailleboté.

Le sang vuide & l'oreillette lavée, je n'y trouvai rien de particulier. J'ouvris ensuite le ventricule droit: il étoit fort grand, ses fibres avoient quatre à cinq lignes d'épaisseur & il étoit garni de colonnes très-fortes.

L'artere du pōumon étoit fort grosse & fort épaisse: les fibres du ventricule gauche avoient moins

moins d'épaisseur que celles du ventricule droit : tous les vaisseaux qui entrent dans le cœur & qui en sortent , paroissent dilatez ; cependant ils avoient tous plus d'épaisseur qu'ils n'en ont ordinairement.

Les poutirons étoient si serrez & si aplatis , qu'ils n'avoient pas l'épaisseur de deux travers de doigt.

## SUR L'HYDROPIE.

Par M. DU VERNEY le jeune.

\* **P**OUR continuer à lire quelque chose à la Compagnie touchant l'hydropisie, je commencerai par dire qu'il est souvent très-important de ne pas vider les eaux tout à la fois, mais à diverses reprises. C'est ce qui paroitra par les deux observations suivantes.

Une femme âgée de 40 à 45 ans ayant une ascite, avoit tenté inutilement toutes sortes de remèdes tant en Province qu'à *Paris* : elle se résolut enfin à la ponction, que je fis à diverses reprises ; elle se trouva soulagée par cette opération, qui fut aidée des secours ordinaires ; & elle se vit bien-tôt en état de marcher & d'agir avec assez de liberté. Six semaines après elle se trouva encore un gros ventre : on appella du conseil, qui la détermina à une nouvelle ponction, & voulut qu'on vidât les eaux tout à la fois. Durant & même après l'opération le pouls ni les yeux ne changerent point, il n'y eut ni tintement d'oreilles, ni bâillement,

\* 25. Avril 1703.

ment, ni étonnement, enfin aucun signe que la malade s'affoiblît : on la mit au lit, elle parut tranquille, & prit volontiers ce qu'on lui donna : mais à son réveil elle se trouva languissante, épuisée & dégoûtée, avec une extinction de voix. Elle demeura cinq ou six jours dans ce triste état, & mourut enfin d' inanition.

Un ascitique âgé de 28 à 30 ans s'étant déterminé à la ponction, assembla du conseil : la pluralité des voix fut de tout vuidier : le Chirurgien ordinaire fit l'opération, & vuida le plus qu'il pût. Le malade se loua du soulagement qu'il sentit ; on le mit au lit, & on lui fit prendre du bouillon : mais cet homme qui avoit d'abord paru si content, se trouva pendant la nuit fort abbatu, appesanti, inquiet, & la tête si embarrassée qu'on ne pût le soulager, de sorte qu'il mourut quelques jours après.

On voit par ces deux observations qu'il est souvent important, comme j'ai déjà dit, de ménager l'évacuation des matieres épanchées. Les Auteurs ont été très-circonspects à ne pas vouloir qu'on vuidât tout à la fois non seulement les eaux des hydropiques, mais encore le pus répandu dans la poitrine, & même celui des grands abcès ; parcequ'ils avoient observé que les malades tomboient dans une foiblesse qui les mettoit en danger par une trop grande dissipation d'esprits. Cependant on a peu d'égard aujourd'hui à ce sage précepte, & on vuide le ventre des hydropiques comme on feroit un tonneau : ce qui expose souvent un malade, parcequ'il se fait plusieurs dissolutions inévitables.

La premiere par les matieres voidées qui  
con-

contiennent toujours beaucoup d'esprits, & les occasionne à se porter avec le sang, en trop grande abondance aux parties inférieures.

En second lieu par la porte des parties balsamiques du sang, & même des esprits dont il s'en trouve une grande quantité de noyée en se mêlant avec les eaux qu'elles rencontrent aux parties inférieures, & qui se vuide ensuite dans la capacité du ventre par les vaisseaux lymphatiques qui s'y rendent.

En troisième lieu il ne se fait pas une réparation proportionnée des esprits, parceque les parties de la nourriture sont en desordre.

Il est facile de comprendre que le poids des eaux empêche le sang de couler avec liberté aux parties inférieures par la compression que souffrent tous les vaisseaux; & que ce fardeau étant levé la circulation devient libre; ainsi il se porte beaucoup moins de sang aux parties supérieures, & par conséquent le cerveau fournit moins d'esprits animaux au reste du corps; d'où vient la langueur, l'inanition, & la mort.

On doit observer que pour éviter la foiblesse qui arrive quand on vuide beaucoup d'eau à un hydropique (ce qu'on est quelquefois obligé de faire) il faut faire attention à quatre choses. La première, de se servir d'un poinçon ou trois-quart fort délié. La seconde, d'interrompre & d'arrêter le jet de temps en temps. La troisième, de presser & bander le ventre comme on fait aux femmes immédiatement après l'enfantement. Enfin de donner aux malades durant l'opération quelques gorgées de bon vin, ou du bouillon.

La Compagnie me permettra de joindre à ces deux observations les suivantes, qui sont  
voir

voir, qu'on se peut facilement tromper dans l'examen que l'on fait de l'hydropisie, pour savoir si c'est une ascite ou une tympanite, c'est-à-dire, si ce sont des eaux ou des vents qui sont dans le ventre.

Lorsque j'ai commencé à pratiquer la ponction, je n'ai point vu d'hydropisies ascites qu'on n'ait dit que c'étoit des tympanites. Je me suis trouvé avec plusieurs grands Praticiens, qui soutenoient avec chaleur la tympanite. Pour les faire revenir de leur prévention, je les priois d'examiner le poids du ventre, de considérer qu'un pareil volume d'air n'étoit pas d'une si grande pesanteur, & qu'il n'y avoit point de fluctuation comme dans l'ascite. Enfin les malades se trouvant pressés, l'opération terminoit la dispute, & les soulageoit beaucoup par l'évacuation des eaux.

Je ne nie pas qu'il n'y ait quelquefois des vents mêlez avec l'eau, ce que l'on peut reconnoître en plusieurs manieres.

La premiere, qu'en touchant le ventre avec les deux mains aux endroits où l'eau finit; on y sent de la legereté comme quand on presse doucement une vessie qui n'est pas toute pleine d'eau, & dont le reste est rempli d'air.

La seconde, qu'en faisant changer de situation au malade, l'endroit qu'on trouvoit léger, devient pesant; comme reciproquement celui que l'on trouvoit pesant, devient léger.

La troisième, durant l'operation le jet est interrompu par des bulles d'air, qu'il faut rompre avec une soye de sanglier, ou avec un stilet. Enfin ce qu'on nomme tympanite n'est autre chose qu'un gonflement des parties de la nourriture, causé par des vents & des matieres visqueuses presque toujours sans épanchement  
dans

dans la cavité du ventre; & quand il s'y en fait, ce n'est que d'une petite quantité de matière purulente.

Pour lors la tension des parties extérieures est comme convulsive, & le ventre n'a jamais le même volume que dans l'ascite. En second lieu il a une figure particulière, il est comme pressé par les côtes, & jetté en devant. En troisième lieu il semble que les parties intérieures & les extérieures ne fassent qu'un même corps. En quatrième lieu la fluctuation ne se fait pas sentir d'un côté à l'autre. De plus on entend un certain son sourd, comme celui d'un tambour mal tendu ou mouillé. Il se rencontre quelquefois des ascitiques où la fluctuation & le contre-coup ne sont pas sensibles en frappant sur les côtes opposées, soit à cause d'une tension extraordinaire, soit par l'épaisseur des tegumens. Alors pour s'en assurer il faut mettre une main sur l'ombilic, & avec l'autre frapper de bas en haut.

Je me suis trouvé dans des occasions où j'ai cru qu'il y avoit épanchement, parceque je m'imaginois sentir la fluctuation & le contre-coup. Cependant il n'y avoit point d'épanchement: c'étoient les intestins remplis de vents & de matières gluantes, qui m'imposaient.

Je n'ai point vu guérir de malades qui eussent été dans cette disposition, & j'ai trouvé à tous ceux que j'ai ouverts, les intestins boursoufflez, livides, gangrenez, & à demi remplis de ces matières visqueuses.

Ces observations apprennent à agir avec beaucoup de précaution dans ces rencontres, & à être réservé à faire le pronostic de ces maladies.



## SUR L'HYDROPIE.

Par M. DU VERNEY le jeune.

\* **L** ne fera peut-être pas mal à propos en traitant des hydropisies enkistées (maladies jusqu'à présent assez ignorées) de décrire exactement les kistes avant que de passer aux signes par lesquels on peut particulièrement les reconnoître.

Le 21 Août 1684 je fus appelé à l'Hôtel de *Conty* pour une fille âgée environ de 55 à 60 ans.

Elle étoit couchée sur un matelas posé sur le plancher, à cause de l'énorme pesanteur de son ventre, qui avoit au moins une aune & demie de circonférence, & une telle longueur qu'il descendoit presque jusqu'aux genoux.

Les jambes & les cuisses étoient monstrueuses : il y avoit une des jambes ulcérée. La malade avoit une grande difficulté de respirer, & ne dormoit point depuis quinze jours.

Le 22 du même mois je lui fis la ponction. Il n'y avoit que ce parti à prendre ; tous les remèdes ayant été inutilement mis en usage. Les matières qui sortirent étoient semblables à de la sanie, gluantes, mais sans odeur ; de couleur entre rouge & noir, dont la résidence étoit comme de la boue, ou comme de la lie de gros vin noir. J'en tirai cinq à six pintes ; ce qui soulagea beaucoup la malade, qui urina quelques heures après l'opération plus en une fois

\* 5. Mai 1703.

fois qu'elle n'avoit fait auparavant en six jours.

Cela eut tout le succès qu'on pouvoit attendre: elle dormit, & continua à uriner en abondance; les jambes desenflerent, & la respiration devint plus aisée.

La seconde operation donna d'abord d'heureuses esperances. Mais peu de temps après, la malade se trouva inquiete: elle eut une grande soif, & des insomnies; & il lui survint une nouvelle enflure de ventre: ce qui obligea de faire une troisième operation huit jours après la seconde. A cette troisième operation les matieres sortirent avec une odeur d'œufs couvez, si forte que je fus obligé de faire donner du vinaigre aux assistans, & même à la malade. Elle fut pourtant d'abord soulagée: mais quelque jours après son appetit diminua, & ses douleurs augmentèrent, de sorte qu'elle ne dormit plus que par artifice jusqu'au quinzième jour de sa maladie, que je ne trouvai pas à propos de continuer les mêmes remèdes, craignant que quelque embarras se joignant à l'action des somniferes, elle n'y pût résister. Enfin elle decéda le 19 sur les six heures du soir.

Le lendemain à six heures du matin j'en fis l'ouverture. Ayant levé les tegumens & les muscles, j'ouvris le peritoine, & en même temps une membrane qui lui étoit contigue, d'où il sortit quelque matiere semblable à celle que j'avois tirée à la dernière operation.

Après avoir augmenté l'ouverture & fait écouler toutes les eaux, on fut surpris de n'apercevoir aucun viscere; ce qui fit que les assistans s'écrierent d'abord qu'il falloit que la malade eût vuïdé son foye, sa ratte & ses boyaux; car tous les visceres du bas ventre étoient

toient absolument cachez sous cette membrane, qui s'étendoit depuis les os pubis jusqu'à la quatrième fausse côte. J'examinai avec soin toutes choses, & je découvris que c'étoit une membrane qui occupoit toute cette étendue du bas ventre, & dont la surface antérieure étoit adhérente à la partie antérieure du péritoine, & la postérieure au même péritoine trois ou quatre travers de doigt au dessus des reins. Cette membrane formoit un sac ou kiste, qui naissoit du côté gauche de la matrice entre l'ovaire & la trompe; en sorte que l'ovaire se trouvoit enfermé dans la capacité de cette partie, & la trompe avec son expansion étoit collée dans toute sa longueur à sa surface extérieure.

Il faut encore observer que l'ovaire étoit comme dans une poche, c'est-à-dire, qu'il y avoit une ouverture froncée où la main pouvoit entrer, qui conduisoit dans un sac trois ou quatre fois aussi grand, lequel étoit renfermé dans la grande poche.

Cette grande poche n'étoit presque par tout épaisse que d'une ligne & demie; mais en sa partie inférieure elle avoit deux pouces d'épaisseur, & cette épaisseur étoit composée de glaires & d'hydatides.

Sa surface intérieure étoit toute remplie d'abcès, & de matières schireuses & glaireuses, dont les unes étoient de la grosseur du poing, les autres de celle d'un œuf; enfin il y en avoit de toutes figures, parmi lesquelles on découvroit une infinité d'hydatides, dont quelques-unes étoient grosses comme des noix, & beaucoup d'autres de la grosseur d'une noisette. Il y en avoit d'entassées les unes sur les autres, qui formoient comme des ovaires de truie. Cette poche s'étant augmentée & dilatée à me-

fure que les eaux croissoient, avoit tellement repoussé en haut les parties de la nourriture, que l'endroit du diaphragme qui regarde le foye, se trouvoit à la huitième côte en comptant de bas en haut, & tous les intestins, le foye & la ratte furent à proprement parler trouvez dans la poitrine : car le fonds de cette poche faisoit par en haut comme un diaphragme, étant attaché aux côtes & au cartilage xiphoïde ; & la partie antérieure étroitement colée au péritoine. Une portion de l'ileon se trouvoit unie & attachée contre cette membrane, & tout l'épiploon flettri & sans graisse. Cette même membrane n'étoit point adhérente à l'épine.

Le foye, la vesicule du fiel & ses vaisseaux étoient bien disposez. Le pancreas point schirreux. La ratte petite & belle. Le cœur & les poumons parurent aussi dans leur disposition naturelle. Il n'y eut que la matrice où l'on trouva un corps glanduleux dans son fonds, de la grosseur d'une noix, qui faisoit paroître ce fonds en pointe.

Le 28 Novembre de la même année, j'ouvris une autre femme hydropique âgée de 28 ans ou environ.

Le ventre me parut d'abord extrêmement rempli, la peau de tout le corps fort mince & desséchée.

Les tegumens levez, je découvris le péritoine que je trouvai plus épais qu'à l'ordinaire, comme aussi les aponevroses qui forment la ligne blanche.

Le péritoine ouvert, il en sortit une grande quantité d'eau jaunâtre, purulente, & beaucoup de matière semblable à la peau qui se forme sur la bouillie.

Tou-

Toutes ces liqueurs étant vuidées, on aperçût une grande poche ou kiste qui couvroit toutes les parties du ventre.

La surface extérieure de cette poche étoit fort inégale, & elle se separoit en plusieurs feuilles membraneuses, dont les unes étoient plus épaisses que les autres.

Elle étoit attachée à toute la region des os pubis & des iles, & s'étendoit jusqu'aux fausses côtes. Quand on l'eut ouverte, il en sortit une grande quantité de serositez rougeâtres, & j'observai qu'elle étoit parsemée d'un grand nombre de vaisseaux sanguins qui se distribuoient dans sa surface intérieure.

Ces vaisseaux venoient principalement de l'épiploon, lequel étoit sans graisse & fort flettri. C'est ce que l'on voit souvent dans les hydropiques.

Les viscères se trouverent disposez de la maniere suivante.

L'estomac étoit dans sa situation naturelle, mais rempli de vents; il fournissoit une grande quantité de vaisseaux, qui s'inséroient au fond de la poche dont on vient de parler. Presque tous les intestins se trouverent poussez au côté gauche. Le colon étoit fort étreci depuis sa naissance jusqu'à la region du pilore: mais depuis le pilore jusqu'à l'endroit où il passe sous la ratte, il étoit dans sa disposition naturelle, & s'étrecissoit de nouveau jusqu'au rectum. La matrice parut bien disposée; l'ovaire gauche étoit plus gros qu'à l'ordinaire, & tout ichireux.

Le foye me parut un peu plus dur qu'il ne l'est ordinairement, & je trouvai à la partie inférieure du grand lobe une hydatide. La vesicule du fiel étoit assez grosse & sans embar-

fas, de même que son canal. A côté de cette vésicule & du côté du pilore, je trouvai trois autres hydatides grosses comme des noix: le pancreas parut un peu schireux.

La poitrine ouverte, je trouvai les poulmons adherans dans toute leur surface, fort flettris, & fort resserrez: le cœur n'étoit pas plus gros qu'un œuf de poule; il étoit aussi fort flettri, mais il n'y avoit aucun embarras dans ses cavitez ni dans ses vaisseaux.

Le 6 Octobre 1698 je fis l'ouverture du corps d'une femme decedée à l'occasion d'une hydropisie enkistée.

Avant que de lever les tegumens, je vuidai les eaux restées dans le ventre: il y en avoit encore 15 à 16 pintes limoneuses, & semblables à celles que j'avbis vuidées par la ponction.

Les tegumens levez, je trouvai une membrane fort épaisse qui tapissoit toute la capacité du ventre. Elle naissoit du côté gauche du fond de la matrice, enveloppoit l'ovaire du même côté, & s'attachoit au pubis & aux iles jusqu'aux fausses côtes, laissant le corps de la matrice libre, de même que la trompe & l'ovaire du côté droit qui paroissoient dans leur état naturel: mais la trompe gauche s'étendoit sur le kiste, & elle avoit un pied de longueur.

Cette membrane ou poche tapissoit le ventre de telle maniere, que l'ayant ouverte il ne paroissoit aucune des parties contenues dans le bas ventre, parce qu'elles étoient toutes cachées dessous, & ramassées du côté droit, n'y ayant au côté gauche que la portion du colon qui produit le rectum.

On voyoit dans ce grand sac deux masses ou  
tu-

tumeurs considerables sur le fond de la matrice, une de chaque côté : Celle du côté droit étoit une espece de schire, & celle du côté gauche étoit l'ovaire, qui étoit de la grosseur d'un œuf d'Autruche. Quelques-unes de ces vesicules paroissoient séparées les unes des autres, sans avoir perdu leur arrangement naturel nonobstant leur volume. J'en ouvris qui se trouverent remplies de matieres différentes en couleur & en consistance : il y en avoit qui renfermoient une liqueur transparente & semblable à l'humeur vitrée ; d'autres à une lympe blanche un peu épaisse ; d'autres enfin étoient de couleur jaunâtre ; & elles avoient toutes plus ou moins de consistance.

Les vesicules les plus proches du fond de la matrice n'avoient que leur volume ordinaire. Cette tumeur ou ovaire dilaté s'étendoit sur le côté droit du fond de la matrice, sans y être attaché que par le kiste : elle étoit plus grosse par ses extrémités que dans son milieu.

Il se joignoit à cet ovaire plusieurs autres tumeurs qui paroissoient n'en faire qu'une. Il y en avoit où l'on trouva des matieres semblables à de belle gelée, & même plus transparente & visqueuse, de maniere qu'elle filoit comme de la glu ; d'autres renfermoient des matieres moins épaisses, & teintes de rouge & de jaune,

La surface interieure de ce grand sac étoit inégale, tant par plusieurs autres sacs ou poches qui s'y ouvroient, que par plusieurs especes d'extrémités de vaisseaux, & aussi par un encroûtement causé par le séjour des matieres gluantes & limoneuses qui y avoient été renfermées depuis long-temps. Je découvris aussi plusieurs vaisseaux considerables qui naissoient

de ceux de la matrice; car en soufflant dans les vaisseaux de la matrice, ceux de ce sac se dilatoient de même.

L'Épiploon qui paroissoit un peu altéré, y tenoit en plusieurs endroits.

Les uretères étoient fort épais & fort dilatés: toutes les autres parties du bas ventre se trouverent dans leur état naturel, malgré la compression qu'elles avoient soufferte:

### *Reflexions sur l'hydropisie enkistée.*

Il seroit inutile de savoir qu'il arrive aux filles & aux femmes une hydropisie particulière; qu'on nomme *enkistée*, s'il n'y avoit de certains signes auxquels on la pût reconnoître. L'hydropisie enkistée se reconnoît ou avant la ponction, ou dans l'opération: elle se reconnoît avant la ponction par le récit de la malade & par l'adresse du Chirurgien: dans l'opération, par les diverses circonstances qui l'accompagnent, & par la nature des liqueurs.

Si l'on juge qu'il y ait un épanchement considérable dans le ventre, & qu'il se soit passé plus de deux ans depuis que la maladie a commencé; on peut compter que les eaux sont enfermées dans une poche ou kiste. On doit penser la même chose, c'est-à-dire que l'hydropisie est enkistée, si la malade dit qu'elle a senti dans les premiers temps comme une boule ou tumeur dans le ventre à un des côtés de l'hypogastre; que cette tumeur s'est augmentée peu à peu, & que le ventre s'est élevé de même qu'il arrive dans la grossesse sans beaucoup d'incommodité, & sans que la couleur de la peau soit fort changée. De plus si les pieds, les jambes & les cuisses n'ont été enflés que  
dans



dans les derniers temps, & que le ventre ait toujours gardé une certaine figure malgré les différentes situations où la malade se mettoit : ce qui n'arrive pas lorsque les eaux sont épanchées dans la capacité.

Il faut encore faire attention que lorsque les viscères n'ont pas été poussez fort haut par la grande quantité d'eau, qu'ils n'ont point souffert de fortes compressions entre le kiste & le diaphragme, & que le kiste est encore flottant, comme il arrive à la matrice dans la grossesse; il y a espérance de guérison, ou du moins que la malade sera fort soulagée; parceque les eaux étant vidées, il peut arriver que le kiste en se ramassant & se réunissant fermera les extrémités des vaisseaux qui fournissoient les liqueurs. Je tire cette conjecture tant de ce que j'ai rapporté dans une autre observation du soulagement que reçût une femme qui étoit hydropique depuis six ou sept ans, que de ce que j'ai vu guérir une jeune fille en pareille occasion.

A l'égard de ce qui se passe durant l'opération, voici à quoi on peut reconnoître que les eaux sont enkistées.

Premièrement, si les eaux que l'on vuide sont huileuses & limoneuses, & si elles ont une odeur fade comme de pus ou d'œufs couvez. Il est vrai qu'il arrive aussi quelquefois que quoiqu'on ne vuide que des eaux purement urineuses, il ne laisse point d'y avoir un kiste formé qui en renferme d'autres. J'ai vuider, par exemple, des eaux urineuses qui étoient épanchées entre le peritoine & le kiste, sans que le ventre diminuât considérablement de sa grosseur & de sa figure. Ces eaux sont ordinairement en petite quantité, parceque cet

épanchement n'arrive que quand le kiste est entièrement plein & n'en peut contenir davantage ; & c'est par cette raison que les pieds, les jambes, les cuisses & les reins ne commencent à enfler & à se remplir de sérositez que dans ces temps-là. J'avoue que cette sorte de maladie m'embarrassa la première fois ; je craignis de n'être point dans la capacité ; je sentoie de la résistance au bout de ma canule : mais y ayant introduit un stilet, & fait faire un petit mouvement à la malade, je reconnus enfin que j'étois dans la cavité. Alors l'ayant fait pencher contre la canule, je sentis une nouvelle résistance, ce qui me jeta dans un second embarras, ne sachant si c'étoit l'intestin ou quelque corps étranger. Pour m'éclaircir je fis rester quelques momens la malade dans cette situation, & ne sentant aucun mouvement par le frottement de la canule, j'en conclus qu'il falloit que ce fût un corps étranger qui étoit un kiste où les eaux étoient renfermées. Aussi-tôt je fis presser & pousser le ventre contre moi, & ayant piqué ce corps étranger, il en sortit cinq à six pintes de matières jaunâtres & mucilagineuses, & quand je réitérai la ponction, je pris les mêmes précautions.

Ce que je viens de dire là m'a pareillement réussi dans plusieurs occasions de cette nature, qu'il n'est pas besoin de repeter.

## SUR L'HYDROPIE.

Par M. DU VERNEY le jeune.

\* **A**PRE'S avoir eu l'honneur de lire à la Compagnie plusieurs observations touchant la plupart des hydropisies du bas ventre, j'espère qu'elle trouvera bon que je lui fasse part aussi de celles que j'ai faites sur les hydropisies qui se forment dans la poitrine. Elles sont ordinairement jointes à l'hydropisie ascite: mais soit qu'elles soient simples ou composées, les principaux symptômes sont que l'hydropique sent une très-grande difficulté de respirer. En second lieu il ne peut demeurer sur le côté opposé au côté malade. En troisième lieu il ne sauroit respirer que sur son séant & à demi courbé; & il a toujours le visage maigre, & les yeux enfoncés & languissans; ce qu'on appelle un visage Hipocratique.

Il faut d'ailleurs remarquer que ceux qui après la ponction au ventre & une évacuation proportionnée à l'épanchement, demeurent oppressés & presque suffoqués comme ils étoient avant l'opération, ne vivent pas longtemps si on tarde à connoître la cause de leur inquiétude & de leur peine: ce qui est cependant très-difficile; & il n'y a eu que les observations que j'ai faites après leur mort, qui m'ayent conduit à cette connoissance.

Je fus un jour appelé chez une jeune Dame devenue hydropique ensuite de ses couches. Je la trouvai avec une très-grande oppression, in-

L. 5.

quie-

\* 16. Mai 1703.

quiete, & ne pouvant demeurer en place. J'examinai son ventre, je reconnus qu'il y avoit des eaux, & proposai l'operation, parcequ'il la chose pressoit & qu'on avoit tout mis en usage. Je vuidai quatre à cinq pintes d'eau peu teinte & peu mucilagineuse, sans que la malade marquât le soulagement que sentent ordinairement ceux à qui on en a vuidé une pareille quantité. Je fis attention à tout ce qui se passoit, & j'observai que la malade ne pouvoit respirer que sur son seant & à demi courbée, & qu'il y avoit un des côtez sur lequel elle n'osoit s'appuyer. Je jugeai alors, & je le dis aux assistans, qu'il y avoit de l'eau dans la poitrine. Il se trouva des gens qui dirent que c'étoit un faux-fuiant. Le desordre où étoit la malade, se termina quelques jours après par la mort.

Avant que de l'ouvrir, je songeai à m'assurer si la conjecture que j'avois faite étoit véritable. Je mis le corps dans une situation convenable à la ponction; je piquai au côté sur lequel la malade demouroit ordinairement couchée, qui étoit le côté gauche, entre la seconde & la troisième des fausses côtes à quatre travers de doigts de l'épine. Il en sortit de l'eau de la même nature que celle qui étoit sortie du ventre; ce que je fis remarquer aux assistans. J'ouvris la poitrine, & il s'y trouva encore beaucoup d'eau.

Le pûmon du même côté étoit fort flétri, & fort comprimé par l'abondance des sérositez.

Il n'y avoit aucun épanchement au côté droit: le pûmon étoit d'un rouge brun, & plus pesant qu'à l'ordinaire par la quantité de sang dont il étoit rempli.

Le

Le cœur étoit dans sa disposition naturelle, & l'oreillette droite extrêmement remplie de sang.

Quelque temps après cette observation je fus appelé chez une femme hydropique âgée de 28 à 30 ans. Le visage me parut maigre, les yeux enfoncez, décharnez & languissans: elle respiroit avec peine, & ne pouvoit demeurer dans aucune situation qu'à demi courbée.

Avant que de passer à aucun autre examen, je m'informai s'il y avoit long-temps qu'elle étoit dans cet état, & ce qui avoit précédé sa maladie. On me dit qu'avant qu'elle s'alitât, c'étoit une femme fort vive & d'un très-bon temperament; qu'il y avoit trois mois qu'il lui survint une grande douleur au côté droit, avec une fièvre continue; qu'on l'avoit saignée plusieurs fois, & employé les remèdes ordinaires en pareille occasion. La douleur ayant beaucoup diminué; il lui resta une petite fièvre lente; accompagnée de quelque peine à respirer: ce que l'on regarda comme une suite de son mal.

La malade dans cet état se remit peu à peu à sa manière ordinaire de vivre, & à agir autant que ses forces le lui permettoient.

Les pieds & les mains devinrent enflés, surtout le pied & la main droite; le visage & les côtes bouffis de temps en temps; enfin le ventre aussi parut enflé; la respiration fut pénible & difficile, & la malade s'alitta, elle fut encore saignée, & on lui fit différens remèdes sans que cela empêchât les accidens d'augmenter.

J'examinai alors le pouls que je trouvai petit, inégal & pressé: le ventre ne me parut pas assez tendu pour causer seul tous ces sympto-

- mes; ce qui me confirma dans la pensée que j'avois eu dès que je vis la malade, qu'il y avoit de l'eau dans la poitrine. Je jugeai à propos de commencer par la ponction au ventre, & vuidai quatre à cinq pintes d'eau au plus, qui étoit tout ce qu'il y en avoit. La malade se sentit un peu soulagée, sans pouvoir néanmoins se tenir couchée sur le côté gauche. Au bout de quelques jours tous les symptômes redevinrent aussi pressans qu'ils étoient avant l'opération, quoique le ventre n'eût pas grossi de nouveau.

Je fis résoudre la malade à souffrir la ponction à la poitrine. J'apprehendois cependant que la collection ne fût enkistée, ou le pömon adhérent à la pleure, à cause de la douleur qui avoit précédé: ce qui me fit examiner avec attention le côté malade, savoir si la douleur étoit plus grande dans un endroit que dans un autre; si la peau étoit émincée, & la couleur changée; si en retenant la respiration & en se courbant sur le côté opposé, il ne paroïssoit point quelque bouffissure au côté malade; & si cette Dame n'y sentoît point alors quelque tiraillement. Après toutes ces précautions, je piquai entre la seconde & la troisième des fausses côtes le plus près de l'épine que je pûs, & je vuidai environ trois demi-septiers d'une serosité mucilagineuse & semblable à de la forte tisanne citronnée: ensuite je fis sur tout le côté un liniment avec les huiles de therebentine & de mille-pertuis; & l'esprit de vin. Je fis garder à la malade le même régime que j'ai décrit dans mes observations de 1679, que j'eus l'honneur de lire à la Compagnie en 1701.

La malade fut soulagée de toutes manières;  
elle

elle dormit & respira avec liberté en quelque situation qu'elle se mît ; enfin un petit flux d'urine qui survint, aidé des remèdes suivans, acheva heureusement ce qu'on avoit commencé, & cette Dame se vit dans un mois en état de vaquer à ses affaires.

Elle fut purgée deux fois après l'opération : ensuite elle usa le matin & le soir d'une opiate faite avec les conserves de gratte-cul ou cynorrhodos & d'énula, le blanc de baleine, la rhubarbe, les yeux d'écrevisse, les graines de mille-pertuis & de foin, & les fleurs de camomille & de petite centaurée.

J'ai décrit exactement cette observation, parcequ'il est rare qu'on fasse cette opération à temps ; & on néglige même souvent de la faire, faute de bien examiner & de bien connoître la maladie. C'est-pourquoi il y a si peu de ces malades qui guérissent.

### *Hydropisie de poitrine.*

Un célèbre bûveur, d'un temperament fort & vigoureux, étant devenu hydropique, essaya tous les remèdes qu'on lui proposa, sans rien changer de sa maniere de vivre.

Je fus appelé pour le voir : je lui trouvai le pouls petit, frequent, & qui s'échappoit au troisième ou quatrième battement ; la respiration frequente & laborieuse, & tout le corps fort enflé : les jambes étoient très-dures, moins par la quantité des eaux extravasées, que parce qu'elles me paroissoient mucilagineuses ; le doigt n'y faisoit presque point d'impression, ce qui me faisoit croire que les fibres des parties & les liqueurs avoient beaucoup perdu de leur mouvement. Je savois d'ailleurs que dans ceux

en qui on redonnoit une pareille disposition, les jambes ont de la peine à se rétablir, & qu'elles leur restent pour l'ordinaire grosses, pesantes, & comme élephantiques. Le ventre étoit d'une prodigieuse grosseur, tant par les eaux contenues dans la capacité, que par celles qui étoient infiltrées dans toutes les enveloppes extérieures. Le malade en cet état se sentoît presque suffoqué. Comme il avoit été traité par des Médecins & des Chirurgiens fort célèbres, je les fis prier de le revoir. Je proposai la ponction: ils l'approuverent; & je la fis en leur présence. Je vuidai environ huit pintes de séronez urineuses, un peu mucilagineuses & salées; ce qui débarrassa seulement les parties de la nourriture. Cette évacuation fut réparée dans la journée, de la part du malade, par deux pintes de bon vin prises en manière de cordial, & d'ailleurs par les eaux des parties voisines; de manière que le lendemain le ventre se trouva presque aussi gros qu'avant l'opération. Quoique l'évacuation fût si considérable; la respiration n'en parut gueres plus libre, & du troisième au quatrième jour l'estomac se trouva si accablé par l'épanchement de nouvelles eaux, que le malade ne pouvoit plus prendre d'alimens. Je réitérai la ponction, & je vuidai encore environ dix pintes d'eau pareilles aux premières. Malgré toutes ces évacuations la respiration demeura toujours pénible. On crut que la quantité d'eau qui étoit répandue dans les parties extérieures de la poitrine en étoit la seule cause: on purgea le malade; & il vuida beaucoup par les selles & par les urines: ensuite on le fit vomir; ce qu'il fit avec peine, se sentant presque suffoqué quand le vomissement commençoit. La fatigue & l'abate-



batement où il se trouva, nous fit penser à lui donner quelques jours de repos, à le réparer par des alimens convenables, & à écouter la nature afin de nous regler suivant le produit.

Le malade passa très-mal la nuit: je le trouvai le lendemain fort oppressé; le pouls intermittent; & la voix qui avoit toujours été très-forte, presque éteinte. Je ne doutai plus qu'il n'y eût épanchement dans la poitrine, & que le danger où il se trouvoit en vomissant, ne vint des eaux qui pesoient sur le diaphragme, lesquelles en comprimant les poulmons, empêchoient que l'air ne se distribuât comme à l'ordinaire, & rendoient par conséquent la respiration très-frequente.

On lui donna quelques cuillerées de gelée délayées dans du vin d'*Alicant*: ses forces s'éveillérent; il but un peu plus, avala quelques jaunes d'œufs, & enfin se trouva mieux. Je conclus delà que le défaut de respiration étoit en partie causé par l'épuisement, & qu'il n'y avoit pas assez d'esprits animaux pour dilater & reserrer la poitrine, & surmonter le poids des eaux dont les parties intérieures & extérieures étoient chargées. Que de plus les bronches du poulmon pouvoient être embarrassées par des matières visqueuses, comme il arrive dans quelques asthmatiques, & dans certaines inflammations de poitrine. Dans cette vue je lui fis prendre dans du vin d'*Alicant* demi gros d'esprit volatil de sel armoniac; ce qui lui fit jeter beaucoup de matières visqueuses par les crachats: la respiration devint plus libre, & il urina beaucoup. Le lendemain se trouvant de mieux en mieux, je proposai la ponction à la poitrine; & on en convint. Il s'agissoit de savoir s'il n'y avoit de l'eau épanchée

chée que d'un côté, ou s'il y en avoit à tous les deux. On ne pouvoit presque remuer le malade, tant il étoit pesant & appesanti; de maniere, que le changement de situation ne pouvoit nous indiquer un lieu préférablement à un autre. Je me déterminai à faire la ponction au côté droit, parceque j'y avois toujours vu le malade couché. On me fit une objection qui m'arrêta un peu. On me dit que comme le lit n'avoit point de ruelle, le malade étoit obligé d'être dans cette situation pour demander & recevoir ses besoins; qu'il s'y étoit accoutumé, qu'ainsi il n'y falloit pas avoir égard: mais ayant fait reflexion qu'une même situation devient à charge, que rien ne soulage tant un malade que de la diversifier, que celui-là n'étoit ni complaisant ni patient; je conclus qu'il n'y avoit d'autre raison de cette situation que la nécessité. Enfin n'ayant pas la liberté de compter les côtes à cause de la grande épaisseur des tégumens, je suivis la methode que l'on garde dans l'empîème en pareille occasion. J'introduisis heureusement l'instrument dans la poitrine, ayant cependant un peu effleuré la côte: je vuidai plus d'une pinte d'eau: le malade se sentit soulagé malgré la présence de la canule. Quand je l'eus ôtée, le malade se plaignit d'une douleur à l'épîne vis à vis de la ponction, qui s'étendoit jusqu'au cou & qui empêchoit la respiration. Je lui fis un liniment avec les huiles de vers, de mille-pertuis, de carabé, ou ambre jaune, & de therebentine. Je lui fis prendre aussi quelques bols avec la therebentine de *Chio*, le baume du *Peron*, & le blanc de baleine; & la douleur fut apaisée en moins de vingt-quatre heures. Il arriva à la poitrine ce qui arrive ordinairement au ventre:

il

il s'y fit une nouvelle collection d'eau. Je fis une seconde ponction avec tant de succès que le malade ne s'en apperçût presque pas. Je vuidai un peu plus d'eau qu'à la première fois. Le malade s'en trouva si soulagé, qu'il crût être entièrement guéri. Je le mis ensuite à l'usage de l'opiate vulnérable, que j'ai décrite dans l'observation précédente, où j'ajoutois de temps à autre le sel volatil armoniac, le purgeant de temps en temps avec le syrop de noix, dont voici la composition.

Sucre clarifié, une livre : eau de noix, demi-septier ; diacrede, une once : extrait de rhubarbe, fix gros : bonne eau de vie, trois chopines. Faire cuire le tout en syrop, dont on donne depuis deux cueillerées jusqu'à quatre. On le prend le matin à jeun, & le quart d'un bouillon par dessus ; & trois heures après, un autre bouillon ; gardant un grand repos toute la journée. Si on a mal au cœur, on prend un peu de vin chaque fois qu'on y a mal.

Le vehicule de tous ces remedes étoient de grands & frequens verres de vin, & cela jusqu'à boire quelquefois six à sept pintes de vin en 24 heures, & toujours au moins trois ou quatre. La poitrine resta libre, mais le ventre grossit de nouveau quelque temps après. J'y fis une troisième ponction, & vuidai cinq à six pintes d'eau. Au moyen de cette evacuation le ventre redevint à peu près dans son état naturel, de même que le reste du corps, à l'exception des jambes qui resterent grosses, dures & inflexibles.

Le malade se lassâ de l'usage des remedes, & voulut vivre d'une maniere plus libre : ensuite il se mit entre les mains d'un Charlatan, qui lui promit de guerir ses jambes en huit

huit jours. La methode de cet Operateur fût d'appliquer de forts veficatoires , auxquels il survint bien-tôt la gangrène , qui termina enfin la maladie par la mort.

## P R O N O S T I C S

*Que l'on peut faire touchant l'hydropisie après la ponction.*

Par M. DU VERNEY le jeune.

\* **L**ES eaux des hydropiques ressemblent ordinairement à de la tisanne citronnée , & sont un peu mucilagineuses , d'une odeur urineuse , & un peu salées : ce sont en général les moins mauvaises : car quand elles sont sèches au toucher , elles sont plus acres & plus faumurées.

On trouve quelquefois des eaux presque semblables à de l'eau ordinaire , d'autres un peu laiteuses , d'autres qui le sont tout-à-fait , de jaunes qui teignent le linge , de roussâtres , de sanguinolentes , d'huileuses , de limoneuses , & enfin de purulentes , avec plus ou moins de consistance.

Plus les eaux s'éloignent de leur état naturel , ou de la premiere que j'ai décrite , soit en couleur , en odeur , en saveur , ou en consistance ; moins il y a d'esperance de guerison.

Ceux

\* 11. Juillet 1703.

Ceux à qui on vuide de l'eau à peu près comme de l'eau de rivière, qui ne laisse point ou que peu de sediment après l'évaporation, méritent pour l'ordinaire : car leur ventre s'enfle en peu de temps, & la bouffissure extérieure augmente & durcit.

La mauvaise odeur des eaux est suspecte. On a lieu de croire que les parties ont reçu quelque impression fâcheuse, ce qui cause la fièvre, le dégoût, & jette le malade dans les inquiétudes qui augmentent l'alteration & le désordre.

Les eaux sanguinolentes sont pareillement à craindre, quand le sang paroît avoir séjourné avec la liqueur, & qu'il est noirâtre.

Celles qui sont fort hautes en couleur, jaune ou rouge, marquent la mauvaise qualité de la bile, & l'embarras dans la préparation ou dans la distribution.

Celles où il se trouve des filets de l'épiploon, en marquant la fonte & la suppuration, & que le malade périra.

Ceux à qui les urines restent rouges, briquetées, & en petite quantité après la ponction, laissent aussi peu d'espérance.

Ceux qui après l'opération deviennent inquiets sans cause manifeste, périssent pour l'ordinaire, quoiqu'ils aient été soulagez par la ponction.

On ne voit presque point guerir d'hydropiques

208 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

ques dont l'hydropisie a été précédée de la jaunisse, surtout si la jaunisse subsiste durant la maladie.

Ceux de qui le ventre après la ponction grossit de nouveau en peu de temps, guérissent aussi rarement.

Quand après la ponction le malade demeure presque aussi oppressé qu'il étoit avant l'opération, cela marque qu'il y a épanchement dans la poitrine.

Quand on vuide aux filles & aux femmes des eaux mucilagineuses; on doit compter qu'elles sont enkistées, & que par conséquent la maladie guérit très-rarement.

Lorsqu'un flux de ventre continue à un hydropique après la ponction, s'il ne reçoit pas un soulagement proportionné à l'évacuation, il meurt extrêmement sec & le ventre se tendu, & on doit alors regarder cette évacuation comme une fonte de la substance des parties.

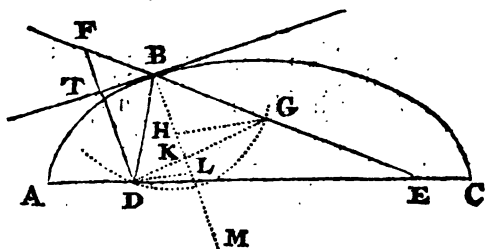
Dans ceux à qui il survient des accès de fièvre marquez par frisson, c'est ordinairement une suite de quelque suppuration intérieure, ou d'un reflux de matières. Ces frissons causent des tiraillemens intérieurs, & en même temps de si grandes dissipations, que presque tous les malades y succombent.

# MANIERE PROMPTE ET FACILE

*De trouver les Touchantes de l'Ellipse  
de M. Caffini.*

Par M. V A R I G N O N.

\* **C**ETTE manière de trouver les Touchantes de l'Ellipse de M. Caffini, est si simple & si peu différente de celle dont on trouve les Touchantes de l'Ellipse ordinaire par le moyen de ses foyers, que j'ai crû la devoir faire remarquer, sur tout vû l'embarras qu'il y auroit à les trouver autrement: la voici.



Soit  $ABC$  l'Ellipse de M. Caffini, dont le grand axe soit  $AC$ , & les foyers  $D, E$ : On demande la Tangente à un point quelconque  $B$  de cette

\* 21. Juillet 1703.

te Ellipse, dont la nature est d'avoir par tout  $BD \times BE = AD \times AE = CD \times CE$ .

SOLUT. D'un de ses foyers quelconques, par exemple  $E$ , soit par le point  $B$  la droite  $EB$  prolongée indéfiniment vers  $F$ ; & après avoir pris  $BF$  troisième proportionnelle à  $BE$ ,  $BD$ , c'est-à-dire  $BF = \frac{BD \times BD}{BE}$ , menez la droite  $FD$ , sur laquelle du point  $B$  tombe la perpendiculaire  $BT$ : je dis que cette droite  $BT$  sera la Tangente requise.

DEMONST. Soient  $AD$  ou  $CE = a$ ,  $AE$  ou  $DC = c$ ,  $DB = z$ , &  $BE = y$ . La nature de cette Ellipse donnant (*hyp.*) par tout  $BD \times BE = AD \times AE$ , l'on aura aussi par tout ici  $zy = ac$ ; & par conséquent  $zdy = ydz = e$ , ou  $zdy = ydz$ , c'est-à-dire,  $da : dy :: z (DB) : y (BE)$ . Donc (*Anal. des Inf. petits, art. 36.*) si du centre  $B$  on fait un arc de cercle quelconque  $DG$ , lequel rencontre  $BD$  &  $BE$  en  $D$  & en  $G$ , avec une droite  $BM$  sur laquelle les perpendiculaires  $DL, GH$ , soient comme  $dz, dy$ , c'est-à-dire ici, comme  $DB, BE$ ; cette droite  $BM$  sera perpendiculaire en  $B$  à la Courbe  $ABC$ . Or il est visible qu'en divisant la corde  $DG$  en  $K$ , enforte qu'on ait  $DK. KG :: DB. BE$ . La droite tirée de  $B$  par  $K$ , donnera aussi les perpendiculaires  $DL, GH$ , comme  $DB$  à  $BE$ , c'est-à-dire,  $DL. GH :: DB. BE$ . Donc cette droite  $BK$  ou  $BM$  sera effectivement perpendiculaire en  $B$  à la Courbe  $ABC$ . Or ayant (*hyp.*)  $BG = BD$ , &  $BF = \frac{BD \times BD}{BE}$ , la corde  $DK$  ainsi divisée en  $K$ , enforte qu'on ait  $DK. KG :: DB. BE$ , donnera aussi  $DK. KG :: FB. BG$ . Et par conséquent  $FD$  &  $BK$  ou  $BM$  seront parallèles en-



entr'elles. Donc en faisant  $BT$  perpendiculaire sur  $FD$ , elle le sera de même sur  $BK$ , qu'on vient de voir l'être à la Courbe en  $B$ . Donc aussi cette même  $BT$  sera Touchante de la Courbe en  $B$ . *Ce qu'il falloit démontrer.*

## RECTIFICATION

*Des Caustiques par Reflexion formées par le Cercle, la Cycloïde ordinaire, & la Parabole, & de leurs Développées, avec la Mesure des Espaces qu'elles renferment.*

Par M. CARRE.

### I.

## DES CAUSTIQUES CIRCULAIRES.

\* ENTRE plusieurs Géometres qui ont examiné la nature de la Cycloïde, M. *Huygens* a été le premier qui ait découvert qu'elle se décrivoit elle-même en se développant, & il a douté s'il y avoit quelque autre Courbe qui eût cette propriété. M. de *Tschirnhaus* a observé la même chose dans celle qui est formée par l'intersection des rayons lumineux réfléchis par la circonférence d'un cercle, à qui il a donné le nom de *Caustique*. Après avoir expliqué la nature de cette Courbe, il a tiré plusieurs conclusions, dont il n'a donné ni calcul ni démonstration. C'est ce que l'on va donner ici en se servant de la méthode des Integrales.

\* Soit

\* 24. Juillet 1703.

\* Soit le demi-cercle  $ABE$  qui a pour diamètre  $AE$ ; si l'on imagine qu'une infinité de rayons lumineux parallèles & infiniment proches, tels que  $PM, pm$  tombent sur la circonférence  $ABE$  coupans le diamètre  $AE$  perpendiculairement, il est évident que tous les rayons réfléchis  $MN, mN$  en se coupant formeront par leur point de concours une Courbe  $ANF$  dont on demande la construction. Il est visible que le rayon réfléchi sera Tangente de la Caustique, puisque deux Tangentes infiniment proches se coupent dans le point d'attouchement, & qu'ainsi pour trouver tous les points de la Courbe, il n'y a qu'à déterminer la longueur du rayon réfléchi  $MN$ .

L'on a trouvé dans la *Section VI. de l'Analyse des Infiniment petits* pour l'expression générale du rayon réfléchi,  $\frac{dx^2 + dy^2}{-2ddy}$ . Nommant

donc le diamètre  $AE$ ,  $2r$ ;  $AP$ ,  $x$ ;  $PM$ ,  $y$ ; l'on aura à cause du cercle  $y = \sqrt{2rx - xx}$ , & prenant les différences  $dy = \frac{r dx - x dx}{\sqrt{2rx - xx}}$ ,

$$dy^2 = \frac{rr dx^2 - 2rx dx^2 + xx dx^2}{2rx - xx}; \text{ \& } ddy = \frac{-rr dx^2}{2rx - xx \sqrt{2rx - xx}}$$

en prenant  $dx$  pour constante: substituant donc ces valeurs dans  $\frac{dx^2 + dy^2}{-2ddy}$ , l'on trouvera  $MN = \frac{1}{2} \sqrt{2rx - xx}$

$= \frac{1}{2} PM$ . C'est-à-dire, que pour avoir tous les points de la Courbe, il faut prendre le rayon réfléchi moitié du rayon incident. D'où l'on voit que si le rayon incident passe par le centre du

\* FIG. I.

du cercle, le point  $N$  se trouvera en  $F$ , c'est-à-dire au milieu du rayon du cercle, & c'est là le point que l'on a coûtume de prendre pour le foyer.

Dela il est facile de rectifier cette Courbe ; car l'on a démontré dans la même Section que la Causlique  $ANF$  étoit toujours égale au rayon reflechi plus le rayon incident ; ainsi la portion  $AN$  sera au rayon reflechi  $MN$  comme 3 à 1, & au rayon incident  $PM$  comme 3 à 2, & par conséquent la Courbe entiere  $ANF$  est au rayon du cercle comme 3 à 2.

De plus si l'on mene du point  $M$  la perpendiculaire  $MI$ , il est clair que la partie de la Courbe  $FN$  est à la partie  $AN$  comme  $BI$  est à  $IC$ . Car  $AN = MN + IC$ , &  $FN = MN + IB$  ; donc, &c.

Si l'on conçoit maintenant que la Causlique  $ANF$  soit enveloppée d'un fil, & que ce fil se développe en commençant par le point  $A$ , l'autre extrémité  $F$  demeurant fixe & immobile, il est clair qu'il décrira la Courbe  $AHD$  dont on demande la nature & la longueur.

L'on a démontré dans la même Section que cette Courbe étoit une Cycloïde formée par le roulement d'un cercle qui a pour diamètre  $BD = CB$  autour de la circonference  $ABE$  du cercle immobile.

Il ne reste donc qu'à trouver la longueur de cette Courbe. Pour cela soient prolongez les rayons reflechis  $NM$ ,  $Nm$  jusqu'aux points  $H$ ,  $h$  de la Courbe  $AHD$ , & du point  $N$  comme centre & du rayon  $NM$  soit décrit le petit arc  $MR$ , il est clair par la nature des développées que  $NH$ ,  $Nh$  sont perpendiculaires sur la Courbe  $AHD$ , & égales à la portion  $AN$ , & par conséquent que le petit arc  $MR$  est pa-

• rallele à la partie  $Hb$  de la Courbe; donc  $Rm$  sera la differentielle de  $HM$ . Mais parceque  $HM = PM$ , l'on aura  $Rm = dy$ ; & à cau-

se du cercle  $Mm = \frac{rdx}{\sqrt{2rx - xx}}$ , l'on aura

$$\overline{MR}^2 (\overline{Mm}^2 - \overline{Rm}^2) = \frac{rrdx^2}{2rx - xx} - dy^2 = dx^2$$

en mettant à la place de  $dy^2$  sa valeur, donc  $RM = dx = Pp$ . L'on peut encore démontrer que  $RM = Pp$ , si ayant mené du point  $M$  la ligne  $MQ$  parallèle à  $AC$ , on confidete que les deux triangles  $MRm$ ,  $MQm$  sont semblables & égaux. Mais à cause des secteurs semblables  $MNR$ ,  $HNb$  l'on aura  $NM (\frac{1}{2} \sqrt{2rx - xx}) : NH (\frac{1}{2} \sqrt{2rx - xx}) :: MR (dx)$ ,  $Hb = 3dx$ , qui est la differentielle de la Courbe, dont l'integrale  $= 3x$ ; donc la partie  $AH$  de la Courbe est triple de  $AP$ , & la Courbe entiere est triple du rayon du cercle.

Il est évident, 1°. Que si l'on décrit un cercle du rayon  $CD$  double de  $CB$ , & que du point  $H$  l'on mene la Tangente  $HT$  terminée par la circonference, la partie  $DH$  de la Courbe est triple de la Tangente  $HT$ ; car cette Tangente est égale à  $PC$ .

2°. Que la portion  $AH$  est au reste  $HD$  comme  $AP$  est à  $PC$ , ou  $HT$ . Delà il est facile de couper cette Courbe en raison donnée.

3°. Que la partie  $AN$  de la développée est à la partie  $AH$  formée par le développement, comme  $MP$  est à  $2AP$ : car  $AN = \frac{1}{2} MP$ , &  $AH = 3AP$ .

4°. Que la Courbe entiere  $AHD$  est double de sa développée  $ANF$ .

Maintenant si l'on veut avoir l'espace borné par la circonference du cercle générateur & par la

la Cautique, il n'y a qu'à multiplier  $\frac{1}{2} MN$  ( $\frac{1}{2}\sqrt{2rx-xx}$ ) par  $RM(dx)$ , & l'on aura le petit triangle  $NMm = \frac{1}{2} dx \sqrt{2rx-xx}$  qui est la différentielle de l'espace  $AMN$ ; mais  $dx \sqrt{2rx-xx}$  est la différentielle du segment  $APM$ , donc l'espace  $AMN$  est le quart de ce segment, donc l'espace entier  $ABF$  est la quatrième partie du quart de cercle  $ACB$ . D'où l'on peut conclure que le quart de cercle est divisé par la Cautique en deux espaces qui sont comme nombre à nombre.

Pour avoir l'espace  $AHM$ , l'on multipliera  $MR + Hb(dx + 3dx)$  par  $\frac{1}{2} HM$  ( $\frac{1}{2}\sqrt{2rx-xx}$ ), & on aura le petit trapeze  $HMmb = 2dx \sqrt{2rx-xx}$ , qui est la différentielle de l'espace: D'où l'on voit que cet espace est double du segment  $AMP$ , & par conséquent que l'espace entier  $AHDBMA$  est double du quart de cercle  $ACB$ .

Il est évident, 1°. Que cet espace  $AHDBMA$  est quadruple du demi-cercle qui auroit formé la Cycloïde  $AHD$  en roulant sur le quart de la circonférence  $AB$ , & par conséquent que l'espace extérieur  $AHDTG$  est double de ce même demi-cercle générateur qui auroit pour diamètre  $BD$ .

2°. Que l'espace  $AHNA$  vaut neuf fois l'espace  $AMN$ . Car  $AHM = 2APM$ , &  $APM = 4AMN$ ; donc l'espace  $AHDFNA = 9AMBFNA$ .

3°. L'espace  $HDT$  est égal au segment  $BMI$ ; car  $TH = MI$ , & l'espace  $GAD$  est égal au quart de cercle  $ACB$ ; donc l'espace  $GTHA$  est égal à l'espace circulaire  $AMIC$ .

4°. L'espace  $AHM$  est l'espace  $MBDH$  comme le segment  $AMP$  est au segment  $PMBC$ .

5°. L'espace  $HDT$  est au reste  $AGTH$  comme le segment  $BMI$  est au segment  $AMIC$ .

6°. L'espace  $AMN$  est quadruple du segment  $MN$  du cercle qui auroit pour rayon  $BF$ , qui est le générateur de la Caustique  $ANF$ ; donc, &c.

## AUTRE CAUSTIQUE

*formée par un Cercle..*

\* Soit encore le demi-cercle  $AMB$  qui a pour diamètre la ligne  $AB$ , si l'on imagine que d'une de ses extrémités  $A$ , il parte une infinité de rayons lumineux tels que  $AM$ ,  $Am$  tombans sur la circonférence, l'on demande tous les points de la Courbe que les rayons réfléchis  $MN$ ,  $mN$  formeront par leur intersection.

L'on a démontré dans la même section de *l'Analyse des Infiniment petits*, qu'il falloit toujours prendre le rayon réfléchi égal au tiers de l'incident, & que cette Courbe étoit une Cycloïde formée par la révolution d'un cercle autour d'un autre qui lui est égal, & dont le diamètre est le tiers de celui du demi-cercle  $AMB$ .

Ainsi nommant  $AB$ ,  $2r$ ;  $AP$ ,  $x$ ; l'on aura à cause du cercle  $AM = \sqrt{2rx}$ ; donc  $MN = \frac{1}{3} \sqrt{2rx}$ . L'on aura donc la portion  $AN$  de cette Courbe égale à  $\frac{4}{3} \sqrt{2rx}$ , parce qu'elle est toujours égale au rayon incident plus le rayon réfléchi; donc la Courbe entière est au diamètre de son cercle générateur comme 4 est à 1.

Pour avoir l'espace borné par cette Courbe &

\* FIG. II.

& la circonférence du cercle, l'on décrira du centre  $N$  le petit arc  $MR$  qui est égal au petit arc  $MQ$  décrit du centre  $A$ , comme il est facile de le démontrer: Car les deux triangles  $MRm$ ,  $MQm$  sont semblables & égaux; ils sont rectangles en  $R$  & en  $Q$ , de plus ils ont l'angle  $RmM = QMm$ , & l'hypothénuse  $Mm$  commune. L'on aura donc

$$MR = \frac{rx dx}{\sqrt{2rx} \times \sqrt{2rx - xx}}, \text{ \& multipliant cette}$$

grandeur par  $\frac{1}{2} \sqrt{2rx} = \frac{1}{2} MN$ , il viendra

$$\frac{rx dx}{6\sqrt{2rx - xx}} \text{ pour la valeur du petit triangle}$$

$MNm$  qui est la différentielle de l'espace  $AMN$ ; mais la différentielle du segment circulaire  $AM$

$$\text{est égale à } \frac{rx dx}{2\sqrt{2rx - xx}}, \text{ donc l'espace } AMN$$

est à segment  $AM A$  comme 1 est à 3, & par conséquent l'espace Caustique entier est au demi-cercle aussi comme 1 est à 3. Donc cet espace est au demi-cercle générateur comme 3 est à 1; car les cercles sont entr'eux comme les quarrés de leurs diamètres. Il sera facile de trouver les rapports que ces espaces ont entr'eux & avec leurs cercles générateurs, & d'en déduire toutes les autres propriétés, comme on l'a fait dans la première Caustique.

Si l'on développe la Caustique  $ANF$  en commençant par le point  $A$ , elle décrira la Courbe  $AHD$ , qu'on a démontré dans l'Analyse des Infinitement petits être une Cycloïde semblable formée par le roulement d'un cercle qui auroit pour diamètre le tiers de  $AB$  le long de la circonférence  $AMB$  mise dans une position renversée de la première, comme on le voit par

la Figure : car son origine est en  $A$ , & son sommet sera dans le diamètre  $AB$  prolongé. L'on demande la longueur de cette Courbe, & l'espace qu'elle renferme.

Soit pour cela prolongez les rayons réfléchis  $NM$ ,  $Nm$  jusqu'aux points  $H$ ,  $b$  de la Courbe, il est clair par la nature des développées, que ces lignes  $NH$ ,  $Nb$  seront perpendiculaires sur la Courbe  $AHD$ , & égales aux portions  $AN$  de la développée ; ainsi les secteurs  $MNR$ ,  $HNb$  seront semblables : L'on aura donc  $NM (\frac{1}{3} \sqrt{2rx})$ .  $NH (\frac{2}{3} \sqrt{2rx}) :: MR$

$$\left( \frac{rx dx}{\sqrt{2rx} \times \sqrt{2rx - xx}} \right) Hb = \frac{4rx dx}{\sqrt{2rx} \times \sqrt{2rx - xx}}.$$

Mais cette différentielle est quadruple de  $MR$  ou  $MQ$  qui est la différentielle de la corde menée du point  $M$  au point  $B$ , donc la portion  $DH$  de la Courbe est quadruple de cette corde, & par conséquent la Courbe entière est quadruple du diamètre  $AB$ , & vaut douze fois celui du cercle générateur. Donc la longueur de cette Courbe est à celle de sa développée comme 3 est à 1.

Pour avoir l'espace borné par cette Courbe & par le cercle, l'on multipliera  $RM + Hb$

par  $\frac{1}{2} MH$ , & on aura  $\frac{5rx dx}{2\sqrt{2rx - xx}}$  pour le

petit trapeze  $HMmb$  qui est la différentielle de l'espace  $AMH$  ; d'où l'on voit que cet espace est au segment  $AMA$  comme 5 est à 1, & par conséquent l'espace entier est au demi-cercle aussi comme 5 à 1. Donc cet espace est à l'espace Caustique comme 15 est à 1.

Il seroit facile comme l'on voit de trouver tous les autres rapports que ces espaces ont entr'eux & avec leurs cercles générateurs, sans



sans qu'il soit nécessaire de s'y arrêter davantage.

## II.

## DES CAUSTIQUES FORMÉES

*par la Cycloïde ordinaire.*

\* SOIT la demi-Cycloïde  $AMB$ , qui a pour base la ligne  $AF$ , & pour demi-cercle générateur  $BOF$ : si l'on imagine qu'une infinité de rayons lumineux parallèles tels que  $PM$ ,  $pm$  coupans perpendiculairement la base  $AF$ , tombent sur la courbure  $AMB$ , & que les réfléchis soient  $MN$ ,  $mN$ , on demande la Courbe que touchent tous ces rayons réfléchis, ou ce qui est la même chose le point de concours de ces rayons, ou la longueur du rayon réfléchi  $MN$ .

L'on a démontré dans l'*Analyse des Infiniment petits*, sect. 6. que pour avoir tous les points de cette Courbe, il falloit toujours prendre le rayon réfléchi égal à l'incident, & que cette Courbe étoit une Cycloïde formée par la révolution entière d'un cercle sur la droite  $AF$ , & dont le diamètre étoit égal au rayon du cercle  $BOF$ .

L'on pourroit encore déterminer la longueur de ce rayon en se servant de la formule

$\frac{dx^2 + dy^2}{-2dxy}$ , qui se trouve dans la même Section.

Car soit du point  $M$  menée la ligne  $MQ$  parallèle à la base, coupant le demi cercle en  $O$ : Soit  $BF = 2r$ ;  $BQ = v$ ; donc  $QO = \sqrt{2rv - vv}$ ; soit l'arc  $BO = \phi$   $M = z$ ; donc

K 4

Q

\* FIG. III.

$QM = \sqrt{2rv - vv} + z$ ,  $AP = x = c - z - \sqrt{2rv - vv}$ , en nommant la demi-circonférence  $BOF$ ,  $c$ ; & enfin  $PM = FQ = y = 2r - v$ . Si l'on prend maintenant les différences de ces grandeurs pour avoir les valeurs de  $dx$ , & de

$$dy, \text{ on trouvera, } 1^\circ. dx = -\frac{2r dv - v dv}{\sqrt{2rv - vv}} =$$

$$-dv \sqrt{\frac{2r-v}{v}}, \text{ parceque } dz = \frac{r dv}{\sqrt{2rv - vv}};$$

& prenant encore les différences en supposant  $dx$  constante, il viendra  $\frac{r dv^2}{v \sqrt{2rv - vv}} - d dv$ .

$$\sqrt{\frac{2r-v}{v}} = 0, \text{ d'où l'on tire } d dv = \frac{r dv^2}{2rv - vv}.$$

$$2^\circ. dy = -dv, \text{ donc } d dy = -d dv = -\frac{r dv^2}{2rv - vv}; \text{ mettant donc ces valeurs dans la}$$

formule, l'on trouvera  $MN = 2r - v = FQ = PM$ ; c'est-à-dire que si l'on prend le rayon réfléchi égal à l'incident, l'on aura tous les points de la Causique  $ANF$ .

Il est évident que la portion  $AN$  de la Causique  $= PM + MN = 2PM$ , donc la Causique entière  $= 2BF$ , c'est-à-dire qu'elle est double du diamètre du cercle générateur de sa génératrice; donc elle est quadruple du diamètre de son cercle générateur. D'où l'on pourroit conclure qu'elle est une Cycloïde, & qu'elle est moitié de sa génératrice.

Maintenant pour avoir l'espace borné par cette Courbe & la Cycloïde, soit décrit du centre  $N$  le petit arc  $MR$  qui sera égal à  $Pp$ , comme il est facile de le démontrer: multipliant donc  $RM$  par  $\frac{1}{2}MN$ , c'est-à-dire  $dx$  par  $\frac{2r-v}{2}$ , l'on aura  $\frac{2r dx - v dx}{2}$  pour le petit tri-

triangle  $M N m$  qui est la différentielle de l'espace  $A M N$ , d'où l'on voit que cet espace est moitié de l'espace Cycloïdal  $A P M$ , donc l'espace entier  $A M B F N A$  est moitié du Cycloïdal  $A B F A$ : Mais l'espace Cycloïdal est triple de son cercle générateur, donc l'espace  $A M B F N A$  est au cercle générateur qui a pour diamètre  $B F$  comme 3 est à 2, aussi-bien que l'espace Cautique  $A N F A$ . Donc l'espace Cautique est triple de son cercle générateur, d'où l'on peut conclurre que la Courbe qui borne cet espace est une Cycloïde.

Si l'on conçoit que  $A N F$  se développe en commençant par le point  $A$ , elle décrira la Courbe  $A H D$ , dont on demande la longueur & l'espace qu'elle renferme.

Soient continuez les rayons réfléchis  $N M$ ,  $N m$  jusqu'en  $H$ ,  $h$ ; l'on fait par la nature des développées que les lignes  $N H$ ,  $N h$  sont perpendiculaires sur la Courbe  $A H D$ , ainsi les secteurs  $M N R$ ,  $H N h$  seront semblables; donc  $N M (2r - v) : N H (4r - 2v) :: R M (dx) : H h$ ; ce qui fait connoître que cette Courbe est double de la base  $A F$ , c'est-à-dire double de la demi-circonférence  $B O F$ .

Pour avoir l'espace borné par cette Courbe & la Cycloïde, il n'y a qu'à multiplier

$\overline{H h + M R} (3 dx)$  par  $\frac{1}{2} H M \left( \frac{2r - v}{2} \right)$ ; il viendra  $\frac{6 r dx - 3 v dx}{2}$  pour la valeur du petit tra-

pèze  $H M m h$  qui est la différentielle de l'espace  $A M H$ ; mais cette différentielle est triple de celle de l'espace  $A P M$ , donc cet espace est triple de l'autre, donc cet espace est au demi-cercle générateur  $B O F$  comme 9 est à 2.

Il est facile de déduire tous les autres rapports que ces espaces ont entr'eux & avec leurs cercles générateurs.

## AUTRE CAUSTIQUE.

\* Soit encore la Cycloïde ordinaire  $AMB$ , dont le sommet soit le point  $A$ , la base  $BE$ , & le demi-cercle générateur  $AQF$ ; soient les rayons incidens  $PM$ ,  $pm$  parallèles à la base  $BE$ , dont les réfléchis sont  $MN$ ,  $mN$ , on demande la longueur du rayon  $MN$ , & par conséquent tous les points de la Courbe.

Il est démontré dans la même section de l'Analyse des Infinités petits, que pour avoir tous les points de la Courbe  $ANF$ , il falloit toujours prendre le rayon réfléchi égal à l'ordonnée correspondante dans le cercle générateur, ce que l'on trouvera encore en se servant

de la formule  $\frac{dx^2 + dy^2}{-2dxy}$ . Car soit le diamètre

$AE = 2r$ ,  $AP = x$ ; donc  $PQ = \sqrt{2rx - xx}$ ; l'arc  $AQ = QM = z$ ; donc  $PM = \sqrt{2rx - xx} + z$ , & prenant les différences pour avoir  $dy$  &  $dx$ ,

on aura 1°.  $dy = \frac{r dx - x dx}{\sqrt{2rx - xx}} + dz$ ; mais

$dz = \frac{r dx}{\sqrt{2rx - xx}}$ ; donc  $dy = \frac{2r dx - x dx}{\sqrt{2rx - xx}}$ ,

&  $ddy = -\frac{r dx^2}{x \sqrt{2rx - xx}}$ . en prenant  $dx$  pour

constante; & mettant ces grandeurs dans la formule, on trouvera  $MN = \sqrt{2rx - xx} = PQ$ .

Il est évident que la portion  $AN$  de la Courbe  $= PM + PQ$ , & que la Courbe entiere est éga-

égale à la base  $BE$  plus le demi-diamètre du cercle générateur, c'est-à-dire à la circonférence plus son demi-diamètre, & par conséquent la rectification de cette Courbe suppose celle de la circonférence du cercle.

Pour avoir l'espace borné par cette Courbe & la Cycloïde, soit décrit du centre  $N$  le petit arc  $MR = Pp = dx$ , & multipliant  $RM(dx)$  par  $\frac{1}{2} MN \left( \frac{\sqrt{2rx - xx}}{z} \right)$ , l'on aura  $\frac{dx \sqrt{2rx - xx}}{2}$  pour la valeur du petit triangle

$MNm$  qui est la différentielle de l'espace  $AMN$ ; d'où l'on voit que cet espace est moitié du segment  $APQ$ , & par conséquent moitié du demi-cercle générateur; donc l'espace entier est à l'espace Cycloïdal comme 1 est à 6, car l'espace Cycloïdal est triple du demi-cercle  $AQE$ .

L'on peut conclurre en passant que cet espace est égal à l'espace Caustique dans le cercle.

Maintenant si l'on imagine que la Caustique  $ANF$  se développe en commençant par le point  $A$ , elle décrira la Courbe  $AHD$ , dont on demande la longueur, & l'espace qu'elle renferme.

Soient prolongez les rayons réfléchis  $NM$ ,  $Nm$  jusqu'en  $H$ ,  $h$ : ils seront perpendiculaires sur la Courbe  $AHD$ , l'on dira donc à cause des secteurs semblables  $MNR$ ,  $HNh$ ,  $NM$   $(\sqrt{2rx - xx})$ .  $NH(z\sqrt{2rx - xx} + z) :: MR(dx)$ .  $Hh = 2dx + \frac{z dx}{\sqrt{2rx - xx}}$ , d'où l'on

voit que la rectification de cette Courbe suppose encore celle de la circonférence du cercle. Car l'intégrale du premier membre  $= 2x$ ;  
K 6
&

& pour avoir celle du second, on multipliera

haut & bas par  $r$ , & l'on aura  $\frac{r}{r} \times \frac{r dx}{\sqrt{2rx - xx}}$ .

Mais  $\frac{r dx}{\sqrt{2rx - xx}} = dz$ , donc  $\frac{r r dx}{r \sqrt{2rx - xx}} = \frac{r dz}{r}$ ,

dont l'integrale  $= \frac{r z}{r}$ . L'on aura pour la lon-

gueur de la portion  $AH$ ,  $2AP + \frac{r}{2} \frac{AE}{AE}$ , &

pour celle de la Courbe entiere  $2AE + \frac{r}{2} \frac{AE}{AE}$ ,

c'est-à-dire qu'elle est égale à deux fois le diamètre plus la troisième proportionnelle au diamètre  $AE$ , & à la demi-circonférence  $AQE$ .

Pour avoir l'espace borné par cette Courbe & la Cycloïde, on multipliera  $Hb + MR$

$(3dx + \frac{r dz}{\sqrt{2rx - xx}})$  par  $\frac{1}{2} HM (\frac{\sqrt{2rx - xx} + r}{2})$ ,

il viendra  $\frac{1}{2} dx \sqrt{2rx - xx} + 2z dx + \frac{r z dx}{2\sqrt{2rx - xx}}$

pour le petit trapeze  $HMmb$ ; ce qui fait connoître que la mesure de cet espace suppose la quadrature du cercle. Car l'integrale du premier membre  $= \frac{1}{2} APQ$ . Pour avoir l'integrale

du second  $2z dx$ , on le changera en ces trois-ci  $2z dx + 2x dz - 2x dz$ ; mais l'integrale de  $2z dx + 2x dz$ , est  $2xz$ ; & celle

de  $-2x dz$ , est quadruple d'un segment de cercle. Car  $dz = \frac{r dx}{\sqrt{2rx - xx}}$ ; donc  $-2x dz$

$= -\frac{2rx dx}{\sqrt{2rx - xx}}$ ; donc &c. Pour l'integrale

de  $\frac{r z dx}{2\sqrt{2rx - xx}}$  qui suppose la rectification de

la circonference du cercle, on la trouvera en multipliant haut & bas par  $r$ , car on aura

$$\frac{xx}{2r} \times \frac{r dx}{\sqrt{2rx - x^2}} = \frac{xx dx}{2r}; \text{ dont l'integrale} = \frac{x^3}{6r}.$$

L'on aura donc pour la valeur de l'espace indéterminé  $AHMA$ ,  $\frac{1}{2}APQ + 2AP \times AQ$

$$- 4AQ \cdot A + AQ \times \frac{1}{3} \frac{Q^2}{AE}. \text{ Donc \&c.}$$

## III.

## DES CAUSTIQUES FORMÉES

*par une Parabole.*

\* Soit la Parabole  $AMB$  qui a pour axe la ligne  $AF$ ; si l'on imagine qu'une infinité de rayons lumineux parallèles entr'eux, & perpendiculaires sur l'axe  $AF$ , tels que  $PM$ ,  $pm$  tombent sur la courbure  $AMB$ , il est clair que les réfléchis  $MN$ ,  $mN$  formeront par leur intersection une Courbe  $ANF$ , qui sera la Caustique de la Parabole dont on demande la longueur.

Il est démontré dans le Livre de l'Analyse des Infinitement petits, que pour avoir tous les points de la Courbe, il faut toujours prendre le rayon

réflecti  $MN = \frac{a + 4x\sqrt{ax}}{2a}$ . Ce que l'on trouvera facilement en se servant de la formule  $\frac{dx^2 + dy^2}{-2dxdy}$ . Et parceque la Caustique est toujours égale au rayon incident plus le rayon réfléchi, il est évident que la portion indéterminée

$$AN = \frac{3a + 4x\sqrt{ax}}{2a}.$$

K 7

Pour

\* FIG. V.

226 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Pour quarrer l'espace renfermé par la Cautique & la Parabole, soit décrit du centre  $N$  le petit arc  $MR$  qui sera égal à  $Pp = dx$ , comme il est facile de le démontrer; & multipliant

$MR$  par  $\frac{1}{2}MN$ , il viendra  $\frac{adx + 4xdx\sqrt{ax}}{4a}$

pour le petit triangle  $MNm$  qui est la différentielle de l'espace, dont l'intégrale =  $\frac{x\sqrt{ax}}{6} +$

$\frac{2xx\sqrt{ax}}{5a}$ , qui est la valeur de l'espace indéterminé  $AMN$ .

Si  $x = \frac{1}{4}a$ , c'est-à-dire que si le point  $P$  tombe au foyer, alors le point  $N$  sera le plus élevé de tous, parceque le rayon réfléchi sera parallèle à l'axe  $AF$  & égal à  $\frac{1}{2}a$ ; donc si l'on mène du point  $N$ ,  $NI$  parallèle à  $MP$ , on aura  $AI = \frac{1}{4}a$ , & alors la portion  $AN$  de la Courbe est égal au parametre.

Mais si  $x = \frac{3}{4}a$ , c'est-à-dire que le rayon incident  $PM$  passe par le point le plus élevé de la Cautique, le rayon réfléchi coupera l'axe de la Parabole en  $F$ , qui sera aussi le point où la Cautique coupera cet axe; & alors le rayon réfléchi =  $a\sqrt{3}$ , la Cautique  $ANF\sqrt{\frac{1}{2}a\sqrt{3}}$ , & l'axe  $AF = \frac{2}{3}a$ .

L'on trouvera dans ce cas que l'espace renfermé par la Cautique & la Parabole est égal à  $\frac{7aa\sqrt{3}}{40}$ .

Si l'on conçoit maintenant que cette Cautique  $ANF$  se développe en commençant par le point  $A$ , elle décrira la Courbe  $AHD$ , dont on demande la longueur & l'espace qu'elle renferme.

Soient prolongez les rayons réfléchis  $NM$ ,  
 $Nm$



$Nm$  jusqu'en  $H$ ,  $b$  qui seront perpendiculaires à la Courbe  $AHD$ , & égaux à la portion  $AN$  de la Cautique. L'on aura donc à cause des fecteurs semblables  $MNR$ ,  $HNb$ ,  $MN$

$$\left(\frac{a+4x\sqrt{ax}}{2a}\right). NH \left(\frac{3a+4x\sqrt{ax}}{2a}\right) :: RM$$

$(dx)$ .  $Hb = \frac{3adx+4xdx}{a+4x}$ . Pour prendre l'intégrale de cette différentielle, je suppose  $a+4x=z$ , & substituant cette valeur dans celle de  $Hb$ , il vient  $\frac{adz}{2z} + \frac{dx}{4}$ : D'où l'on

voit que  $\frac{adz}{2z}$  est la différentielle d'une Logarithmique dont la sous-Tangente  $= a = 1$ , & dont l'intégrale est égale au Logarithme de  $\frac{z}{2}$ : Ainsi prenant  $l$  pour signifier le Logarithme,

l'intégrale de  $\frac{adz}{2z}$  sera  $\frac{l:z}{2}$ . L'on aura donc pour la valeur de la portion indéterminée  $AH$  de la Courbe  $\frac{l:z}{2} + \frac{1}{4}z - \frac{a}{4} = \frac{l:a+4x}{2} + x$ , en remettant pour  $z$  sa valeur en  $x$ .

Pour avoir l'espace borné par cette Courbe & la Parabole, l'on multipliera  $Hb + MR$

par  $\frac{1}{2}HM$ , c'est-à-dire  $\frac{3adx+4xdx}{a+4x} + dx$

par  $\frac{\sqrt{ax}}{2}$ , ce qui donnera  $\frac{2adx+4xdx \times \sqrt{ax}}{a+4x}$

$= \frac{adx\sqrt{ax}}{a+4x} + dx\sqrt{ax}$  pour la valeur du petit

trapeze  $HMmb$ , qui est la différentielle de l'espace. Il est évident que l'intégrale de  $dx\sqrt{ax}$

est  $\frac{2x\sqrt{ax}}{3}$ . Mais pour avoir celle de  $\frac{adx\sqrt{ax}}{a+4x}$ ,

l'on

# 228 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

l'on suppose encore  $a + 4x = z$ , donc

$$dx = \frac{1}{4} dz \text{ \& } \sqrt{ax} = \frac{\sqrt{az - aa}}{2}, \text{ l'on trouvera}$$

donc en substituant ces valeurs  $\frac{adx\sqrt{ax}}{a+4x} =$

$$\frac{adx\sqrt{az-aa}}{2z} = \frac{aa x dz - a^3 dz}{2z\sqrt{az-aa}} - \frac{aadx}{2\sqrt{az-aa}}$$

$$= \frac{a^3 dz}{2z\sqrt{az-aa}}. \text{ L'on aura donc pour l'integrale}$$

du premier membre  $\frac{a\sqrt{az-aa}}{4} = \frac{a\sqrt{ax}}{2}$  en remettant pour  $z$  sa valeur en  $x$ .

A l'égard de la differentielle  $\frac{-a^3 dz}{2z\sqrt{az-aa}}$ ,

il est facile de voir qu'elle se rapporte à un secteur de cercle. Car soit le quart de cercle  $ACB$ , dont le rayon  $AC = a$ ; \* soit prise sur

ce rayon la partie  $CP = \frac{aa}{\sqrt{ax}}$ ; si du point  $P$ .

l'on mene l'ordonnée  $PM$ , & du point  $M$  le rayon  $MC$ , & un autre infiniment proche  $mC$ ,

je dis que le petit secteur  $MCm = \frac{-a^3 dz}{4x\sqrt{az-aa}}$

car  $PM = \frac{a\sqrt{az-aa}}{\sqrt{ax}}$ ; donc le petit arc

$Mm = \frac{-aadx}{2x\sqrt{az-aa}}$ ; donc &c. Ainsi l'integrale

de  $\frac{-a^3 dz}{2z\sqrt{az-aa}}$  est égale à la moitié du secteur  $MCB$ .

D'où l'on voit que l'espace indéterminé  $AHM = \frac{4x+3a}{6}\sqrt{ax} + \frac{1}{2}$  sect.  $MCA$ .

AU-

\* FIG. VI.

## AUTRE CAUSTIQUE

*Parabolique.*

\* Soit encore la Parabole  $AMB$  ; si l'on imagine que de son sommet  $A$ , il parte une infinité de rayons lumineux tels que  $AM, Am$ , dont les réfléchis sont  $NM, Nm$ , ces derniers formeront encore par leur intersection une Caustique  $ANF$  : Ainsi pour avoir tous les points de cette Courbe, il n'y a qu'à trouver la longueur du rayon réfléchi  $MN$ , qui sera

$$= \frac{a + 4x\sqrt{ax + xx}}{3a} ; \text{ ce que l'on peut faire en}$$

se servant de la formule  $\frac{y dx^2 + y dy^2}{dx^2 + dy^2} = 2y ddy$

de l'Analyse des Infinitement petits. Car nommant  $AP, x$ , on aura  $PM = \sqrt{ax}$ , &  $AM = \sqrt{ax + xx}$ . L'on trouvera donc pour la longueur de la portion indéterminée  $AN$  de cette Courbe,  $\frac{4a + 4x\sqrt{ax + xx}}{3a}$ .

Pour quarrer l'espace borné par la Caustique & la Parabole, l'on décrira du centre  $N$  le petit arc  $MR$  qui sera égal au petit arc  $MQ$  décrit du centre  $A$ . Mais  $\overline{MQ}^2 = \overline{Mm}^2 - \overline{Qm}^2$

$$= \frac{aax^2}{4ax} + dx^2 - \frac{aax^2 - 4axdx^2 - 4xxdx^2}{4ax + 4xx}$$

$$= \frac{axdx^2}{4ax + 4xx}, \text{ donc } MR = \frac{dx}{2} \sqrt{\frac{ax}{ax + xx}} \text{ \& multi-}$$

pliant cette grandeur par  $\frac{1}{2} MN = \frac{a + 4x\sqrt{ax + xx}}{6a}$ ,

il viendra  $\frac{adx\sqrt{ax + 4xx}\sqrt{ax}}{12a}$  pour le petit

trian-

triangle  $MNm$ , qui est la differentielle de l'espace, dont l'integrale  $= \frac{x\sqrt{ax}}{18} + \frac{2xx\sqrt{ax}}{15a}$  fera la valeur de l'espace indéterminé  $AMN$ .

Si l'on conçoit maintenant que cette Courbe se développe en commençant au point  $A$ , elle décrira la Courbe  $AHD$ , dont on demande la longueur & l'espace qu'elle renferme. Ayant prolongé les rayons réfléchis jusqu'en  $H, b$ ; on fera à cause des secteurs semblables

$$MNR, HNb; NM : \left( \frac{a+4x\sqrt{ax+xx}}{3a} \right).$$

$$NH \left( \frac{4a+4x\sqrt{ax+xx}}{3a} \right) :: MR \left( \frac{dx}{2} \sqrt{\frac{ax}{ax+xx}} \right).$$

$$Hb = \frac{2adx + 2x dx \times \sqrt{ax}}{a+4x\sqrt{ax+xx}} = \frac{2dx\sqrt{aa+ax}}{a+4x}$$

qui est la differentielle de la Courbe. Pour en avoir l'integrale, on la multipliera d'abord

$$\text{haut \& bas par } a, \text{ ce qui donnera } \frac{2adx\sqrt{aa+ax}}{4a+4ax},$$

$$\& \text{supposant } ax+4ax=xx, \text{ donc } x = \frac{xx-aa}{4a},$$

$$dx = \frac{xdx}{2a} \& \sqrt{aa+ax} = \sqrt{\frac{xx+3aa}{2}}. \text{ Substituant}$$

$$\text{donc ces valeurs, on trouvera que } \frac{2adx\sqrt{aa+ax}}{4a+4ax}$$

$$= \frac{dx\sqrt{xx+3aa}}{2x} = \frac{xxdx+3aadx}{2x\sqrt{xx+3aa}} = \frac{xdx}{2\sqrt{xx+3aa}}$$

$$+ \frac{3aadx}{2x\sqrt{xx+3aa}}, \text{ l'integrale du premier membre est } \frac{1}{2} \sqrt{xx+3aa}.$$

A l'égard de la differentielle  $\frac{3aadx}{2x\sqrt{xx+3aa}}$ , elle suppose la quadrature de l'Hyperbole. Car  
soit

soit l'hyperbole équilatère  $AMN$ , dont l'axe traversant  $CA = \frac{a}{\sqrt{3}}$ , & soit prise sur le con-

jugué  $CB$ , la partie  $CP = \frac{aa}{x}$ , & soit menée l'ordonnée  $PM$ ; l'on aura par la propriété de

cette Courbe  $PM = \frac{a\sqrt{3aa+xx}}{x\sqrt{3}}$ , & l'on trou-

vera par les regles ordinaires que la différentielle du secteur  $ACM$ , qui est  $MCm$ , sera

$-\frac{a^3 dx}{2x\sqrt{3} \times \sqrt{xx+3aa}}$ ; si l'on divise cette diffé-

rentielle par  $\frac{a}{3\sqrt{3}}$ , il viendra  $-\frac{3aadx}{2x\sqrt{xx+3aa}}$ .

Il est donc évident que la portion indéterminée  $AH$  de la Courbe cherchée est égale à

$\sqrt{aa+ax} - a + \text{sect. } MCN$  divisé par  $\frac{a}{3\sqrt{3}}$ .

Pour avoir l'espace renfermé par cette Courbe & la Parabole, on multipliera  $MR + Hb$

par  $\frac{1}{2} HM$ , c'est-à-dire  $\frac{2adx + 2xdx\sqrt{ax}}{a+4x\sqrt{ax+xx}}$ .

$+\frac{dx\sqrt{ax}}{2\sqrt{ax+xx}} \times \frac{\sqrt{ax+xx}}{2}$  ce qui donnera

$\frac{adx + xdx\sqrt{ax}}{a+4x} + \frac{dx\sqrt{ax}}{4} = \frac{a dx + 4x dx\sqrt{ax}}{a+4x} -$

$\frac{3xdx\sqrt{ax}}{a+4x} + \frac{dx\sqrt{ax}}{4} = \frac{5dx\sqrt{ax}}{4} - \frac{3xdx\sqrt{ax}}{a+4x}$  pour la

différentielle de l'espace. Or l'intégrale du premier membre est  $\frac{5}{2} x\sqrt{ax}$ . Mais pour avoir celle

du second  $\frac{3xdx\sqrt{ax}}{a+4x}$ , l'on supposera  $a+4x = \frac{xx}{a}$ ;

donc  $x = \frac{xx-aa}{4a}$ ,  $dx = \frac{2dx}{2a}$ , &  $\sqrt{ax} = \frac{\sqrt{xx-aa}}{2}$ ;

substi-

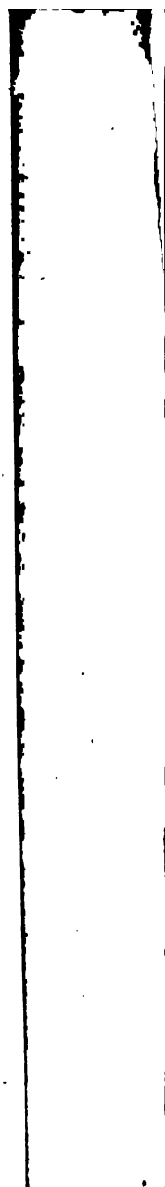
232 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 substituant donc à la place de  $x$ , ces valeurs en  
 $z$ , on trouvera que  $-\frac{3xdx\sqrt{ax}}{a+4x} = -\frac{3xdz\sqrt{zx-aa}}{16a}$   
 $+\frac{3adxdz\sqrt{zx-aa}}{16x} = -\frac{3xdz\sqrt{zx-aa}}{16a} +$   
 $\frac{3axdz}{16\sqrt{zx-aa}} - \frac{3a^3dz}{16x\sqrt{zx-aa}}$ . L'integrale des  
 deux premiers membres est  $-\frac{zx+aa}{16a} \times \sqrt{zx-aa}$   
 $+\frac{3a\sqrt{zx-aa}}{16} = \frac{3a-4x\sqrt{ax}}{8}$ , en remettant  
 pour  $z$  sa valeur en  $x$ . Il ne reste donc plus  
 qu'à trouver l'integrale de  $-\frac{3a^3dz}{16x\sqrt{zx-aa}}$ .

\* Or il est facile de voir que cette differen-  
 tielle est celle d'un secteur de cercle. Car soit  
 le quart de cercle  $ACB$  dont le rayon  
 $CA=a$ , soit prise sa partie  $CP=\frac{a^2}{x}$ , donc  
 $PM=\frac{a\sqrt{zx-aa}}{x}$ , donc le secteur infiniment  
 petit  $MCm = -\frac{a^3dz}{2x\sqrt{zx-aa}}$ ; il est donc évi-  
 dent que l'integrale de  $-\frac{3a^3dz}{16x\sqrt{zx-aa}}$  est éga-  
 le à  $\frac{3}{8}$  du secteur  $MCB$ . Ainsi l'espace indé-  
 terminé  $AMH$  est égal à  $\frac{8x+9a\sqrt{ax}}{24} \frac{3}{8} MCA$ . Ce  
 qu'il falloit trouver.

\* FIG. VI.

R E-







## REMARQUES

*Sur la Table des degrez de chaleur, extraite des Transactions Philosophiques du mois d'Avril 1701; lûe par M. Geoffroy en l'Assemblée du Mardi 24 Juillet 1703.*

Par M. AMONTONS.

\* **S**UR le premier article, on ne voit pas pourquoi l'Auteur pose les premiers degrez de chaud & de froid au moment que l'eau commence à se geler, puisqu'il y a d'autres liqueurs qui se gellent plus ou moins difficilement que l'eau & dont il auroit pû se servir indifferemment. On ne voit pas non-plus ce qui l'oblige à faire cette distinction de degrez froids & chauds, toute quantité de chaleur pouvant être appelée chaude ou froide selon qu'on la compare ou à l'extrême froid ou à l'extrême chaud; ce degré de chaleur, par exemple, où l'eau se congele, pouvant être un degré de chaleur considerable comparé à l'extrême froid. Quoiqu'il en soit, il paroît que ce degré de chaleur que l'Auteur nous détermine ici pour le premier de sa graduation, est le même que celui qui est marqué sur la graduation de mon Thermometre à 51 pouces 6 lignes, & celui qu'il appelle  $34\frac{1}{2}$  qu'il dit que l'eau bouillante ne peut passer, est celui qui est marqué sur mon Thermometre à 73 pouces:

\* 4. Août 1703.

ces: si bien que si de ces 73 pouces, on ôte 51 pouces 6 lignes, la difference sera 21 pouces 6 lignes, qui étant divisez par  $34\frac{1}{2}$ , donneront 7 lignes  $\frac{11}{23}$  de mon Thermometre, pour chacun des degrez de celui de l'Auteur. Sur ce pied, ce qu'il appelle degré de chaleur de l'air en hyver, s'étendrait depuis 51 pouces 6 lignes jusqu'à 52 pouces 8 lignes  $\frac{22}{23}$ .

Ce qu'il appelle degré de chaleur de l'air. au printemps & en automne s'étendrait depuis 52 pouces 8 lignes  $\frac{22}{23}$ , jusqu'à 53 pouces 11 lignes  $\frac{21}{23}$ , & son temperé seroit à 53 pouces 4 lignes  $\frac{10}{23}$ , c'est-à-dire 7 lignes  $\frac{13}{23}$  au dessous du nôtre; ou, ce qui est la même chose, de la temperature des Caves de l'Observatoire.

Ce qu'il appelle degré de chaleur de l'air pendant l'été, s'étend depuis 53 pouces 11 lignes  $\frac{21}{23}$ , jusqu'à 55 pouces 10 lignes  $\frac{8}{23}$ , c'est-à-dire 2 pouces 9 lignes  $\frac{15}{23}$  au dessous de nos plus grandes chaleurs; & toute l'étendue qu'il donne aux changemens de l'air par la chaleur de l'hyver à l'été, est de 3 pouces 8 lignes  $\frac{20}{23}$ , au lieu de 5 pouces dont nous l'experimenterons ici, en la commençant comme lui à la congelation de l'eau, qui n'est pas comme on fait le plus grand degré de froid qu'on puisse experimenter en nôtre climat, non plus que 56 pouces 6 lignes n'en est pas la plus grande chaleur, l'étendue de cette difference étant ordinairement à l'air libre, sans Soleil, d'environ 8 pouces, ce qui fait croire que l'Auteur a fait ses observations dans un lieu clos; & comparant son temperé avec le nôtre, il est aussi aisé de juger que ses observations ont été faites dans un climat plus froid. Il auroit été à souhaiter que l'Auteur nous en eût dit quelque chose, & qu'il nous eût marqué la temperature

nature sous-terrain du lieu de ses observations.

Le degré de chaleur qu'il appelle degré de chaleur de l'air à midi au mois de Juillet, & qui apparemment détermine selon lui la chaleur qu'on experimente dans l'air au solstice d'été, est de beaucoup inferieur à celui que nous experimentons ici, le sien n'étant qu'à 55 pouces 10 lignes  $\frac{2}{3}$ , & le nôtre pouvant être à 58 pouces & plus.

Le degré de chaleur qu'il appelle le plus grand degré de chaleur que le Thermometre puisse recevoir de la chaleur naturelle du corps humain, répond à 58 pouces 11 lignes  $\frac{7}{8}$  de mon Thermometre; & les experiences que j'ai faites sur ce sujet, me feroient aisément croire qu'il l'auroit assez exactement déterminé, s'il étoit bien certain que cette chaleur naturelle fût toujours la même, tant l'hiver que l'été.

Le Thermometre étant à 55 pouces 9 lignes, plusieurs personnes dont les battemens d'arteres étoient selon qu'il est marqué ci-dessous, ont fait monter par la chaleur de la main le Thermometre aux hauteurs marquées à côté.

| <i>Battemens d'arteres<br/>pendant une mi-<br/>nute d'heure</i> | <i>Hauteurs du Thermo-<br/>metre par la chaleur<br/>de la main.</i> |
|-----------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
|-----------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|

|    |    |         |       |
|----|----|---------|-------|
| 70 | 58 | pouc. 6 | lign. |
| 74 | 58 | —       | 7     |
| 70 | 58 | —       | 5     |
| 66 | 58 | —       | 9     |
| 56 | 58 | —       | 7     |
| 68 | 58 | —       | 2     |
| 60 | 58 | —       | 5     |
| 80 | 58 | —       | 6     |

Une

Une de ces personnes ayant mis le Thermometre dans sa bouche, ne l'a pû faire monter plus haut que par la chaleur de sa main. On peut remarquer en passant, que par ces experiences il paroît que les battemens d'arteres n'ont aucun rapport à la chaleur naturelle, & que l'on ne peut juger de l'un par l'autre.

Je n'ai pas eu occasion d'examiner si la chaleur d'un oiseau, qui couve ses œufs, étoit la même, comme l'Auteur le dit.

\* Sur le 7<sup>me</sup> & 8<sup>me</sup> article, dont les degrez de chaleur tels qu'ils y sont marquez répondent; savoir le 7<sup>me</sup> à 60 pouces 8 lignes de mon Thermometre, & le 8<sup>me</sup> à 62 pouces 1 ligne; il ne paroît pas qu'on puisse rien déterminer de précis, tous les hommes n'étant pas également sensibles, & j'ai eu peine à tenir ma main pendant quelque temps dans le bain du 7<sup>me</sup> article, tandis que mon Valet a supporté pendant un temps plus considerable celui du 8<sup>me</sup>. Le degré de chaleur où le bain ne m'a parû ni chaud ni froid, a été 58 pouces 5 lignes, qui est précisément celui auquel la chaleur de ma main avoit fait monter le Thermometre, les Thermometres étoient pour lors à 56 pouces. Je n'ai pas eu occasion d'observer si la chaleur du sang sortant de ses vaisseaux étoit la même que celle du 7<sup>me</sup> article.

Le degré de chaleur d'un bain dans lequel la cire fondue qu'on y verse commence à se figer & à perdre sa transparence, m'a parû le même que celui que l'Auteur marque, & il répond à 64 pouces 1 ligne de mon Thermometre.

Le degré de chaleur du bain dans lequel l'Auteur dit qu'un morceau de cire se fond, répond

\* Voyez la Table qui est à la fin de ce Discours.

répond à 66 pouces 5 lignes  $\frac{1}{4}$  de mon Thermometre; mais par experience j'ai trouvé qu'un morceau de cire blanche du poids de 10 à 12 grains, ne se met entierement en fusion dans l'eau, qu'à 67 pouces 3 lignes.

Qu'un morceau de suif du même poids, s'y met à 61 pouces 10 lignes.

Qu'un morceau de beurre de pareil poids, s'y met à 59 pouces 9 lignes.

Pour ce qui est du plus grand degré de chaleur que l'eau bouillante puisse acquerir, j'ai déjà dit qu'il répond à 73 pouces de mon Thermometre, qui est le plus grand degré qu'il puisse mesurer; ainsi je n'ai pû par son moyen verifier les autres degrez de chaleur que l'Auteur nous donne dans sa Table, me reservant à une autrefois d'en préparer qui puissent me servir à le faire. Cependant pour connoître à quels degrez de mon Thermometre, ces degrez qu'il nous donne devroient répondre, au cas qu'ils se trouvent veritablement tels qu'ils sont marquez dans sa Table; je dis veritablement, car des experiences que je rapporterai ci-après me donnent occasion d'en douter. Pour connoître, dis-je, ces degrez, on aura recours à la Table qui est à la fin de ce Discours, où l'on pourra plus aisément conferer ses experiences & les miennes.

Quant à la seconde colonne de sa Table, qui contient les mêmes degrez de chaleur en progression Géometrique, elle me paroît assez inutile, étant même fondée sur un faux principe, qui est que l'eau qui commence à se geler n'a aucun degré de chaleur, ce qui est très-contraire à l'experience, puisque dans ce temps-là il y a bien d'autres corps que l'eau dans la nature, dont la chaleur entretient la liquidité;

ainsi bien loin que la chaleur de l'eau bouillante soit presque triple de la chaleur naturelle, que le degré de la fusion de la cire dans le bain en soit le double, il est bien plus vraisemblable que ces degrez de chaleur ne sont entr'eux, que comme les nombres  $59\frac{1}{2}$ ,  $66\frac{2}{3}$ , & 73, qui expriment la quantité de force de ressort que ces degrez de chaleur donnent à l'air, lorsqu'il n'a pas la liberté de beaucoup s'étendre, & qu'il est chargé dans l'eau bouillante par 73 pouces de mercure.

Ce que l'Auteur dit du fer chaud dont il s'est servi pour trouver les degrez de chaleur qu'il n'a pu avoir par le Thermometre, n'est pas fort intelligible. Voici ses termes traduits du Latin: *La chaleur que le fer échauffé communique dans un certain temps aux corps froids qui le touchent, est comme la chaleur entiere du fer.* Il y a apparence qu'il faut entendre celle qui lui reste, car autrement il faudroit que ce fer chaud communiquât aux corps froids qui l'environnent sa chaleur entiere, sans diminuer la sienne; ce qui est absurde. Il ne paroît pas non plus qu'on puisse par-là entendre autre chose, sinon que la quantité de chaleur qu'elle communique dans un certain temps, est égale à celle qui lui reste. Ainsi, suivant l'Auteur, un fer chaud qui pendant un certain temps auroit perdu la moitié de sa chaleur, n'en perdrait que la moitié de la moitié, c'est-à-dire le quart dans un autre temps égal au premier, le  $\frac{1}{4}$  dans un troisième temps, le  $\frac{1}{8}$  dans un quatrième temps, & ainsi du reste. Mais il paroît que ce raisonnement suppose sans aucun fondement, que la raison de 2 à 1 regne continuellement dans cette progression décroissante, toute autre raison comme de 3 à 1, de 4 à 1, &c. pouvant

vant de même s'y rencontrer, suivant que l'air qui environne le fer, & à qui il communique sa chaleur est plus ou moins froid, que ce fer est plus ou moins chaud, & que les temps des refroidissemens sont plus ou moins grands; toutes lesquelles circonstances peuvent varier à l'infini, & faire varier de même les raisons de la progression, dont les termes doivent exprimer les differens degrez de chaleur; de sorte que pour se servir utilement de ce moyen, il faudroit avoir autant de Tables de Logarithmes qu'il peut y avoir de differentes progressions Géométriques, ou se résoudre à faire plusieurs calculs, qui souvent ne sont pas peu longs & embarrassans, encore faudroit-il toujours connoître deux degrez de chaleur de chaque progression. A joindre, qu'il n'est pas bien certain que l'air qui succede continuellement autour du fer chaud dans tous les temps égaux du refroidissement, soit toujours d'une égale temperature, & qu'il faut necessairement que ce fer chaud soit supporté par des appuis, auxquels il communique de sa chaleur plus ou moins suivant qu'ils sont plus ou moins froids, & qu'ils sont en plus grande ou plus petite masse; de sorte que ne croyant pas pouvoir rien déterminer de précis par cette maniere, je me suis servi de cette autre.

J'ai mis un barreau de fer du poids de 30 livres & de 59 pouces de longueur, presque debout sur du charbon de bois contenu dans un fourneau, où il y en avoit bien la valeur d'un boisseau; j'ai fait ensuite allumer le charbon, & j'y en ai fait encore ajouter la valeur d'un autre boisseau à deux differentes fois, à mesure que le premier se consumoit & s'affaissoit, & lorsque le barreau a été échauffé, de

forte que le bout d'enbas étant tout à fait blanc, il cessoit d'être rouge à la distance de 5 à 6 pouces & qu'il réduisoit à la distance de 42 pouces le beurre en fusion; je l'ai mis promptement en une situation horifontale, le bout rouge toujours sur le feu du fourneau, l'autre bout posant sur un morceau de bois; & après avoir mis le plus diligemment qu'il m'a été possible les matieres suivantes dessus, j'ai trouvé que le verre mince se mettoit en fusion à 4. pouces 6 lignes du bout d'enbas.

Le plomb à 8 pouces 6 lignes.

La poudre à canon s'allumoit au même endroit.

L'étain se mettoit en fusion à 11 pouces.

La soudure faite de trois parties de plomb & deux d'étain à 12 pouces.

Les gouttes d'eau bouilloient à 22 pouces.

La cire blanche se mettoit en fusion à 30 pouces 8 lignes.

Le suif à 39 pouces.

Le beurre, comme il a été déjà dit, à 42 pouces.

Maintenant si on considere que les espaces compris sur cette barre entre l'eau bouillante, la fusion de la cire, celle du suif, & la fusion du beurre, sont entr'eux comme les espaces marquez sur mon Thermometre, entre ces mêmes degrez de chaleur. On jugera aisément qu'il est facile de faire la réduction de tous les autres degrez de chaleur trouvez par le moyen de la barre en degrez de mon Thermometre. C'est ce que j'ai fait dans la Table qui suit ce discours, où l'on trouvera d'un côté tous les degrez de chaleur dont j'ai pû avoir connoissance par mes propres experiences, & de l'autre ceux qui sont rapportez dans les *Transactions*



tions *Philosophiques*, les uns & les autres réduits en degrez de mon Thermometre, afin qu'on puisse avec d'autant plus de facilité en faire la comparaison.

Il ne me reste plus qu'à examiner ce que l'Auteur dit des rarefactions de l'air, de l'huile de lin, & de l'esprit de vin, sur lesquelles il y a apparence qu'il se méprend très-fortement, du moins sommes-nous en une fort grande difference sur cet article, aussi-bien que sur ses experiences du fer rouge. *La rarefaction de l'air*, dit-il, *à une chaleur égale, a été dix fois plus grande que la rarefaction de l'huile.* Il entend l'huile de lin; & *la rarefaction de l'huile presque quinze fois plus grande que la rarefaction de l'esprit de vin.*

Sur ce pied la rarefaction de l'air, à une chaleur égale, seroit près de 150 fois plus grande que celle de l'esprit de vin, ce que j'ai trouvé par experience; car dans mon Thermometre à air, son volume lors de la congelation de l'eau, est à son volume dans l'eau bouillante, comme  $148\frac{2}{3}$ , à  $149\frac{2}{3}$ , dans le Thermometre de l'Auteur fait avec de l'huile de lin. Ces volumes, selon qu'il le dit, sont entr'eux comme 10000 à 10705, ou comme 14 à 15, & dans mon Thermometre que j'appelle à esprit de vin, qui n'est cependant qu'à eau de vie, ces mêmes volumes sont comme 472 à 515, ou comme 11 à 12. Or ces augmentations de volume  $\frac{1}{14}$ ,  $\frac{1}{15}$ ,  $\frac{1}{11}$ , sont entr'elles comme les nombres 77, 814, & 1036, où l'on voit que bien loin que la rarefaction de l'air, à une chaleur égale, soit dix fois plus grande que celle de l'huile de lin, elle est au contraire par cette experience 10 fois & demie plus petite, & 14 fois moindre que celle de l'eau

de vie, ce qui est bien loin d'être 150 fois plus grande que celle de l'esprit de vin. Il est bien vrai que l'Auteur ne nous dit point de quelle maniere il a observé cette grande rarefaction de l'air, & que dans l'experience que je rapporte de mon Thermometre à air, l'air y est toujours chargé non-seulement du poids de l'Atmosphere, mais encore au temps de la congelation de l'eau, d'une colonne de mercure de 23 pouces  $\frac{1}{2}$ , ce qui fait en tout 51 pouces & demi, & que cette colonne augmente toujours de plus en plus; en sorte que lorsque l'eau est entierement bouillante, cette colonne est de 73 pouces. Mais quand même on supposeroit que l'air ne seroit pressé que par le poids de l'Atmosphere, il ne pourroit augmenter son volume suivant les experiences de M. Mariotte, que suivant la raison de 103 à 146, & en ce cas ces rarefactions seroient entr'elles comme les nombres 4757, 814, 1036, où l'on voit aisément que la rarefaction de l'air, à une chaleur égale, ne peut être au plus que quatre à cinq fois aussi grande que celle de l'eau de vie. Pour ce qui est de la rarefaction de l'huile de lin, bien loin d'être 15 fois plus grande que celle de l'esprit de vin, on voit visiblement par les experiences ci-devant rapportées, qu'elle est moindre même que celle de l'eau de vie, suivant la raison de 814 à 1036.

## TABLE DE PLUSIEURS

*degrez de chaleur trouvez tant à l'aide du Thermometre, que du fer rouge; comparez à ceux qui sont marquez dans les Transactions Philosophiques du mois d'Avril 1701. Les*

*uns & les autres exprimez par le nombre de  
pouces & de lignes de mercure en hauteur,  
que ces degrez de chaleur feroient soute-  
nir à l'air enfermé dans un verre de Ther-  
mometre, en sorte que dans l'eau bouil-  
lante cette hauteur de mercure seroit de  
73 pouces y compris l'Atmosphere.*

Degrez de cha-  
leur extraits  
des Transac-  
tions Philoso-  
phiques.

Degrez de  
chaleur tron-  
vez par expe-  
rience.

| Degré de chaleur de<br>l'air en hyver lorsque<br>l'eau commence à se ge-<br>ler.                                 |        | Degré de chaleur de<br>l'air en hyver lorsque<br>l'eau commence à se ge-<br>ler. |        |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|----------------------------------------------------------------------------------|--------|
| 51 pou.                                                                                                          | 6 lig. | 51 pou.                                                                          | 6 lig. |
| 52                                                                                                               | 6      | 51                                                                               | 6      |
| 52                                                                                                               | 2      | 52                                                                               | 4      |
| 52                                                                                                               | 9      | 53                                                                               | 2      |
| 52                                                                                                               | 9      | 53                                                                               | 2      |
| 53                                                                                                               | 4      | 54                                                                               | 0      |
| 54                                                                                                               | 0      | 54                                                                               | 10     |
| 54                                                                                                               | 0      | 54                                                                               | 10     |
| 54                                                                                                               | 7      | 55                                                                               | 8      |
| 55                                                                                                               | 2      | 56                                                                               | 6      |
| Degré de chaleur de<br>l'air à midi au mois de<br>Juillet.                                                       |        | 56 6                                                                             |        |
| Le plus grand degré de<br>chaleur que le Thermo-<br>metre puisse recevoir de<br>la chaleur du corps hu-<br>main. |        | 58 9                                                                             |        |
| 59                                                                                                               | 0      | 58 9                                                                             |        |
| Celle d'un oiseau qui<br>couve ses œufs.                                                                         |        |                                                                                  |        |
| Le plus grand degré de<br>chaleur du bain que la                                                                 |        |                                                                                  |        |
| L 4                                                                                                              |        | main                                                                             |        |

Degrez de cha-  
leur extraits  
des Transac-  
tions Philoso-  
phiques.

Degrez de  
chaleur trou-  
vez par expé-  
rience.

main puisse supporter l'y  
tenant agitée continuel-  
60 8 lement.

Le plus grand degré de  
chaleur d'un bain que la  
main plongée dans le bain  
sans se mouvoir puisse  
supporter pendant quel-  
62 pou. 1 lig. que temps.

Degré de chaleur d'un  
bain dans lequel la cire  
fondue que l'on y verse  
commence à se figer & à  
perdre sa transparence. 64 pou. 1 lig.

Le degré de chaleur où  
ma main dans le bain ne  
la sentit ni chaud ni froid. 58 5

Degré de chaleur d'un  
bain dans lequel un mor-  
ceau de cire se fond & res-  
66 5 te fondu sans ébullition. 67 3

Degré de chaleur d'un  
bain dans lequel un mor-  
ceau de suif fond. 61 10

Degré de chaleur d'un  
bain dans lequel un mor-  
ceau de beurre fond. 59 9

Degré de chaleur qui  
fait bouillir l'eau & qu'el-  
73 pouces. le ne peut passer. 73 pouces.

Degré de chaleur par  
lequel le mélange de deux  
parties de plomb, trois

par-

Degrés de chaleur extraits des Transactions Philosophiques.

Degrez de chaleur trouvez par experience.

73 0 parties d'étain, & cinq parties de bismuth fondu commencent à se prendre.

73 4 ou Degré de chaleur auquel le fer rouge qui se refroidit, cesse de faire bouillonner les gouttes d'eau chaude qu'on jette dessus.

74 0 Degré de chaleur auquel le même fer cesse de faire bouillonner les gouttes d'eau froide.

74 6 Le plus petit degré de chaleur auquel le mélange d'une partie de plomb, quatre parties d'étain, & cinq parties de bismuth se fond & se conserve fluide.

76 7 Le plus petit degré de chaleur auquel le mélange d'égale partie d'étain & de bismuth se peut fondre.

81 pou. 5 lig. à 80 10 Ce mélange se fige en se refroidissant.

Degré de chaleur capable de fondre un mélange de deux parties d'étain & d'une partie de bismuth, aussi-bien que le

L 5

mê-

2000-2001

*(continued)*

10

—

\_\_\_\_\_

1111111111 235

Degré de  
chaleur trou-  
vée par expe-  
rience.

703. 247

Degré de  
chaleur trou-  
vée par expe-  
rience.

S

87 7

82 pou. Olig.

9 1

à cinq  
de bismuth  
à la pre-

de chaleur re-  
mue qui se  
fait de suite  
à la pince  
de qu'on jette

à chaleur su-  
perieure celle  
des autres les  
y ajoute  
un degré de  
celle le mélan-  
ge de plomb,  
d'étain, &  
de bismuth  
se conserve

un degré de  
celle le mélan-  
ge d'étain  
se peut

se se fige en

chaleur capa-  
ble un mélan-  
ge parties d'é-  
tain partie de bis-  
muth que se  
L 5

s,  
de  
de

,  
e  
s

don-

# 246 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Degrez de chaleur extraits des Transactions Philosophiques.

Degrez de chaleur trouvés par expérience.

|      |         |                                                                                                                                                                                                      |                |   |
|------|---------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|---|
|      |         | mélange de trois parties d'étain & deux parties de plomb, & auquel le mélange de cinq parties d'étain & deux parties de bismuth, ainsi que le mélange d'égale partie de plomb & de bismuth, se fige. |                |   |
| 87   | 0       | Le plus petit degré de chaleur auquel un mélange d'une partie de bismuth & huit parties d'étain se puisse fondre.                                                                                    |                |   |
| 93   | 10      | Degré de chaleur qui met l'étain en fusion.                                                                                                                                                          | 80 pou. 3 lig. |   |
| 96   | 4       | Il se fige.                                                                                                                                                                                          |                |   |
| à 95 | 2       | Degré de chaleur auquel se fond le bismuth, aussi-bien que le mélange de quatre parties de plomb & d'une d'étain, & auquel le mélange de cinq parties de plomb & d'une d'étain se fige.              |                |   |
| 102  | pouces. | Le plus petit degré de chaleur auquel se puisse fondre le plomb.                                                                                                                                     | 82             | 0 |
| 111  | 4       | Le verre s'est mis en fusion à                                                                                                                                                                       | 84             | 7 |
|      |         | Ce degré de chaleur est aussi celui du fer rougi sans écaille.                                                                                                                                       |                |   |
|      |         | La chaleur d'un fort                                                                                                                                                                                 |                |   |

bra-



Degrez de chaleur extraits  
des Transactions Philosophiques.

Degrez de chaleur trouvés par expérience.

brasier de charbon de bois  
faisant blanchir fortement  
le fer, & le réduisant  
en écaille.

87 7

La poudre à canon ne  
s'est allumée qu'à la même  
chaleur qui fait fondre  
le plomb.

82 pou. Olig.

La soudure faite de  
trois parties, de plomb  
& deux d'étain, s'est fon-  
due à

79 1

Degré de chaleur au-  
quel les corps embrasés  
cessent de luire dans les  
tenebres, & auquel les  
corps en s'échauffant  
commencent à rendre  
quelque lumière; mais si  
foible, qu'à peine s'ap-

122 p. 6 lig. perçoit-elle.

Ce même degré de cha-  
leur peut fondre un mé-  
lange d'égale partie d'é-  
tain & de regule de marts,

A ce même degré de  
chaleur un mélange de  
sept parties de bismuth,  
& de quatre parties de  
regule de marts fondus  
commence à se figer.

Degré de chaleur au-  
quel les corps embrasés

L 6

don-

248 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Degrez de chaleur extraits des Transactions Philosophiques.

Degrez de chaleur trouvez par experience.

136 3 donnent de la lumiere dans les tenebres, & point du tout pendant le crepuscule.

A ce degre de chaleur le mélange de deux parties de regule de marts, & d'une partie de bismuth fondus, commence à se figer.

Il en est de même du mélange de cinq parties de regule de marts & d'une d'étain.

à 142 6 Le regule de marts fondu se fige.

Degre de chaleur auquel les corps embrasés donnent de la lumiere pendant le crepuscule immédiatement avant le lever ou après le coucher du Soleil, & point du tout ou fort foiblement

151 10 en plein jour.

Degre de chaleur d'un petit brasier allumé, construit de charbon de terre & sans soufflets ; ainsi que la chaleur du fer rougi, autant qu'il le peut être dans ce brasier.

176 1 } Degrez de chaleur d'un  
181 4 } feu de bois mediocre.

~~~~~

DES COURBES DÉCRITES

Par le concours de tant de Forces centrales qu'on voudra, placées à discrétion entr'elles, & par rapport aux plans de ces mêmes Courbes.

Par M. VARIGNON.

* **M** Leibnitz ayant appris quelque chose de ce que j'ai donné jusqu'ici à l'Académie touchant les Forces centrales, & l'application que j'en ai faite aux différens Systèmes d'Astronomie; m'exhorta il y a quelque temps à poursuivre cette Theorie, principalement par rapport aux Courbes décrites par le concours de plusieurs de ces forces; étant (dit-il) *apparent que les Planetes agissent l'une sur l'autre*; & qu'ainsi elles décrivent peut-être leurs orbes en tendant non-seulement au Soleil, mais encore les unes vers les autres. Quoiqu'il en soit, voici ce que j'ai encore trouvé par rapport à ce sujet.

PROBLEME GÉNÉRAL.

† *Soit une Courbe quelconque ZLM décrite par le corps Lm^h suivant LM par le concours de tant de Forces centrales qu'on voudra, qui le tirent toutes*

* 1. Septembre 1703. † FIG. I. II.

L 7.

250 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

tes à la fois vers leurs centres fixes $A, B, D, E, F, \&c.$ placez à discrétion dans le plan de cette

- Courbe, ou dans des plans différens. On demande quelque Regle de toutes ces Forces centrales.

SOLUTION.

Ce Problème a deux cas: Le premier, lorsque les centres fixes ou foyers des Forces supposées, sont tous dans le plan de la Courbe ZLM ; Et le second, lorsqu'ils se trouvent dans des plans différens.

I. *Premier cas.* Soient donc d'abord dans le plan de la Courbe ZLM , tous les foyers $A, B, D, E, F, \&c.$ des forces de ces mêmes noms, par le concours desquelles on la suppose décrite. Soient $AL, Al; BL, Bl; DL, Dl; EL, El; FL, Fl; \&c.$ les Rayons de traction de ces forces, conduits de leurs centres ou foyers $A, B, D, E, F, \&c.$ aux extrémités $L \& l$ d'un des Elémens Ll de la Courbe ZLM . Et après avoir fait de ces mêmes centres les arcs élémentaires de cercles, $Hl, Gl, Kl, Vl, Tl, \&c.$ soient les droites $HQ, GO, KS, VP, TR, \&c.$ perpendiculaires sur Ll . Soient de plus $A, B, D, E, F, \&c.$ les noms de ces forces centrales variables à discrétion.

II. Cela posé, il est manifeste que l'on aura $Ll. Hl :: LH. QH :: A$ (force suivant LA). $\frac{A \times Hl}{Ll}$ force suivant QH . On trouvera de même $\frac{B \times Gl}{Ll}, \frac{D \times Kl}{Ll}, \frac{E \times Vl}{Ll}, \frac{F \times Tl}{Ll}, \&c.$ pour ce que les forces centrales $B, D, E, F, \&c.$ en don-

* FIG. I.

donnent aussi au corps L suivant OG , SK , PV , RT , &c. C'est-à-dire, pour ce qu'elles lui en donnent tout à la fois vers le dedans & vers le dehors de la Courbe ZLM perpendiculairement à son élément Ll , selon qu'elles tendent du côté de la concavité ou de la convexité de cette même Courbe. Donc en retranchant ce que ce corps L en reçoit vers le dehors, de ce qu'il en reçoit vers le dedans de cette Courbe perpendiculairement à Ll , l'on aura ici

$$\frac{A \times Hl}{Ll} + \frac{B \times Gl}{Ll} + \frac{D \times Kl}{Ll} - \frac{E \times Vl}{Ll} - \frac{F \times Tl}{Ll} + \&c.$$

ou
$$\frac{A \times Hl + B \times Gl + D \times Kl - E \times Vl - F \times Tl + \&c.}{Ll}$$

pour tout ce que ces forces centrales lui en donnent ensemble de perpendiculaire à Ll vers le dedans de la même Courbe dans l'instant qu'il parcourt cet élément Ll , supposé qu'elles tendent toutes vers les foyers dont elles portent le nom: sinon, l'on changera les signes de celles qui tendront en sens contraire suivant les mêmes directions prolongées du côté de L .

Or si l'on imagine de plus les rayons CL , Cl , de la développée en L, l , de cette Courbe ZLM , avec sa touchante Ll en L , perpendiculaire à LC ; & du centre L l'arc de cercle LN qui la rencontre en N : On trouvera que Nl est précisément ce que la force perpendiculaire à Ll , qu'on vient de voir résulter du concours des forces centrales précédentes, au corps L vers le dedans de cette Courbe, lui fait parcourir en ce sens dans l'instant qu'il passe de L en l , & qu'elle le contraint de suivre Ll au lieu de LN qu'il suivroit sans cela.

Donc (les espaces parcourus en vertu de forces constantes & continuellement appliquées, telles qu'on conçoit d'ordinaire la pesanteur,

&c

& que le sont toutes les forces à chaque instant, étant en raison composée de celles de ces forces & des quarrés des temps employez à les parcourir) cet espace Nl doit être aussi comme le produit de cette force par le quarré de cet instant : c'est-à-dire (en prenant dt pour le nom de cet instant) $Nl =$

$$= \frac{A \times Hl + B \times Gl + D \times KJ - E \times VL - F \times Tl \pm \&c.}{Ll}$$

$\times dt^2$.

Mais à cause des Triangles semblables CLl , LNl , l'on aura $CL.Ll : Ll.Nl = \frac{Ll \times Ll}{CL}$. Donc enfin

$$\frac{Ll \times Ll}{CL} = \frac{A \times Hl + B \times Gl + D \times KJ - E \times VL - F \times Tl \pm \&c.}{Ll}$$

$\times dt^2$, ou (appellant Ll , ds ; & CL , n ;) $A \times Hl + B \times Gl + D \times KJ - E \times VL$

$$- F \times Tl \pm \&c. = \frac{ds^3}{n dt^2} = \frac{Ll}{CL} \times \frac{ds^2}{dt^2}. \text{ Ce qui}$$

fera une Règle des mouvemens résultans du concours de tant & de telles forces centrales qu'on voudra, dirigées à autant de points fixes placez à discretion sur un même plan : Dans laquelle Règle le rayon CL (n) de la développée doit être pris par rapport à tous les foyers de la question, de la manière que M. *Herman* l'a donné dans les *Actes de Leipsic* au mois de Nov. de 1702. *Ce qu'il falloit premièrement trouver.*

III. * *Second cas.* Imaginons présentement que les Forces centrales A , D , F , &c. n'ont plus leurs foyers dans le plan de la Courbe proposée ZLM ; mais que A (par exemple) soit au dessus, & D , F , au dessous de ce plan, dans le-

* FIG. II.

lequel sont encore B, E , &c. De ces foyers A, D, F , imaginons des perpendiculaires AX, DY, FW , sur ce même plan, lesquelles le rencontrent en X, Y, W , par lesquels points soient les droites $XL, XI; YL, YI; WL, WI$. Enfin de ces mêmes points X, Y, W , comme centres soient aussi décrits les arcs élémentaires de cercles, $I H, L K, I T$; Et le reste comme ci-dessus art. 1. Fig. 1.

IV. Cela posé, il est visible que l'effort de la Force centrale A suivant LA , est le même que s'il lui résulteroit du concours de deux autres suivant LX & XA , en même rapport que ces lignes; & que ce qu'elle en fait suivant XA , doit être en équilibre contre ce que les forces D & F en font de même à contre-sens suivant YD & WF , pour retenir toujours le corps L décrivant dans le plan où l'on suppose la Courbe ZLM . Donc tout ce qu'il en reste à la force A contre ce corps, se doit faire par tout suivant LX . De sorte que le point X fera comme le centre ou le foyer de tout ce que la force A fera d'effort contre le corps L décrivant. On trouvera de même que les points Y & W seront les foyers de tout ce que les forces D & F feront d'effort contre ce même corps L : Et de cette manière le corps L décrira la Courbe ZLM dans le plan BLE qu'on lui suppose, par le concours des Forces centrales tendantes aux foyers A, B, D, E, F , &c. placez à discrétion par rapport à ce plan, de même qu'il la décriroit par le concours d'autant d'autres forces tendantes aux foyers X, B, Y, E, W , &c. placez tous dans ce même plan, avec des efforts (que j'appelle aussi X, B, Y, E, W , &c.) lesquels fussent aux forces A, B, D, E, F , &c. comme leurs rayons LX, LB, LY, LE, LW , &c.

LT, LE, LW , &c. sont aux rayons LA, LB, LD, LE, LF , &c. de celles-ci ; ce qui réduit ce cas-ci au précédent.

Donc (art. 2.) l'on aura ici $X \propto HI + B \propto GI + T \propto KL - E \propto VL - W \propto TI + \&c.$

$$= \frac{ds^3}{ndt^2} = \frac{LI}{CL} \propto \frac{ds^2}{dt^2}. \text{ De plus les efforts ou forces } X, B, T, E, W, \&c. \text{ étant aux centra-}$$

les A, B, D, E, F , &c. comme leurs rayons LX, LB, LT, LE, LW , &c. sont à LA, LB, LD, LE, LF , &c. rayons de celles-

ci ; l'on aura $X = \frac{A \propto LX}{LA}, B = B, T = \frac{D \propto LT}{LD},$

$E = E, W = \frac{F \propto LW}{LF}$, &c. Donc on aura aussi

$$\frac{A \propto HI \propto LX}{LA} + B \propto GI + \frac{D \propto KL \propto LT}{LD} - E \propto VL$$

$$- \frac{F \propto TI \propto LW}{LF} + \&c. = \frac{ds^3}{ndt^2} = \frac{LI}{CL} \propto \frac{ds^2}{dt^2}.$$

Mais les angles AXL, DTL, FWL , étant (byp.) droits, l'on aura de plus $LX =$

$$= \sqrt{LA^2 - AX^2}, LT = \sqrt{LD^2 - DT^2}, LW =$$

$$= \sqrt{LF^2 - FW^2}. \text{ Donc enfin } \frac{A \propto HI \propto \sqrt{LA^2 - AX^2}}{LA} +$$

$$+ B \propto GI + \frac{D \propto KL \propto \sqrt{LD^2 - DT^2}}{LD} - E \propto VL -$$

$$- \frac{F \propto TI \propto \sqrt{LF^2 - FW^2}}{LF} + \&c. = \frac{ds^3}{ndt^2} = \frac{LI}{CL} \propto \frac{ds^2}{dt^2}$$

sera la Règle des mouvemens résultans du concours de tant de forces centrales A, B, D, E, F , &c. qu'on voudra, placées à discrétion hors ou dans les plans des Courbes ZLM qu'on

qu'on suppose ainsi décrites : Dans laquelle Règle le rayon de la développée doit encore être pris à la manière de M. *Herman*, mais par rapport seulement aux foyers (tant réels qu'imaginaires) qui sont dans le plan de la Courbe en question, tels que sont ici X, B, T, E, W , dont la réduction se fera ensuite aux seuls véritables par la substitution des précédentes valeurs de LX, LT, LW , mises en leurs places. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

V. *Corol. 1.* Il est clair que lorsque les foyers A, B, D, E, F , &c. sont dans le plan de la Courbe ZLM , comme dans le premier cas du Prob. art. 1. & 2. les perpendiculaires AX, DT, FW , se trouvant nulles, cette Règle se change en $A \times HI + B \times GI + D \times KL - E \times VL - F \times TI + \&c. = \frac{ds^3}{ndt^2} = \frac{Ll}{CL} \times \frac{ds^2}{dt^2}$, laquelle est celle de ce premier cas, art. 2.

VI. *Corol. 2.* En prenant v pour la vitesse en L du corps L suivant Ll , on fait d'ailleurs que l'on aura $\frac{vds}{n} = \frac{ds^3}{ndt^2}$. Donc on aura encore pour le premier cas (art. 2) $A \times HI + B \times GI + D \times KL - E \times VL - F \times TI + \&c. = \frac{vds}{n} = \frac{Ll}{CL} \times vv$; Et pour le second cas

$$\begin{aligned}
 (\text{art. 4.}) \quad & \frac{A \times HI \times \sqrt{LA}}{LA} + B \times GI \\
 & + \frac{D \times KL \times \sqrt{LD}}{LD} - E \times VL - \\
 & - \frac{F \times TI \times \sqrt{LF}}{LF} + \&c. = \frac{vds}{n} = \frac{Ll}{CL} \times vv.
 \end{aligned}$$

VII. *Corol. 3.* Si B étoit la seule force centrale

le qui fût ici, alors toutes les autres étant $= 0$, l'une & l'autre des Règles des art. 2. & 4. se réduiroit ici à $B \times Gl = \frac{ds^3}{nds^2}$. D'où l'on voit qu'en prenant f pour la force B , ou $B = f$, & $Gl = dx$; cette Règle seroit $f dx = \frac{ds^3}{nds^2}$, ou $f = \frac{ds^3}{ndx ds^2}$, laquelle est la même que celle que je donnai à l'Académie le 29. Janvier 1701.

Je ne m'arrête point à faire voir que ce cas d'une seule force centrale, la demande nécessairement dans le plan de la Courbe. Car il est manifeste qu'une telle force hors du plan de la Courbe, tendant à en tirer le corps décrivant, elle l'en tireroit effectivement si elle étoit seule: Ainsi la Courbe que ce corps trace, cesseroit d'y être aussi; ce qui est contraire à l'hypothèse.

VIII. *Corol. 4.* Présentement si de l'extrémité C du rayon LC de la développée, on fait les perpendiculaires $C\alpha$, $C\beta$, $C\delta$, $C\epsilon$, $C\phi$, sur AL , BL , DL , EL , FL , prolongées dans la Fig. 1. & sur XL , BL , TL , EL , WL , prolongées de même dans la Fig. 2. La substitution de leurs portions $L\alpha$, $L\beta$, $L\delta$, $L\epsilon$, $L\phi$, & de LC , au lieu de Hl , Gl , KL , VL , Tl , & de Ll ; dans les Règles générales des art. 2. & 4. changera celle de l'art. 2. en $A \times L\alpha + B \times L\beta + D \times L\delta - E \times L\epsilon - F \times L\phi \pm \&c.$
 $= \frac{LC}{LC} \times \frac{ds^2}{ds^2} = \frac{ds^2}{ds^2}$ (Cor. 2.) $= vv$; Et celle de

l'art. 4. en $\frac{A \times L\alpha \sqrt{LA^2 - AX^2}}{LA} + B \times L\beta +$
D

$$\frac{D \times \sqrt{\frac{D^2 - DT^2}{LD}} - E \times L\epsilon - \frac{F \times L\phi \times \sqrt{\frac{F^2 - FW^2}{LF}}}{+} \\ \&c. = \frac{LC}{LC} \times \frac{ds^2}{dt^2} = \frac{ds^2}{dt^2} (\text{Cor. 2.}) = vv.$$

IX. *Corol. 5.* D'où l'on voit que lorsque le mouvement du corps L , qu'on suppose décrire la Courbe ZLM en vertu des forces centrales tendantes suivant des lignes qui passent par les foyers $A, B, D, E, F, \&c.$ est uniforme, ayant alors $ds = dt$, l'on aura aussi pour lors $A \times La + B \times L\beta + D \times L\delta - E \times L\epsilon - F \times L\phi + \&c. = 1.$ pour le pre-

mier cas, Fig. 1. Et $\frac{A \times La \times \sqrt{\frac{A^2 - AX^2}{LA}}}{+} \\ + B \times L\beta + \frac{D \times L\delta \times \sqrt{\frac{D^2 - DT^2}{LD}} - E \times L\epsilon - \\ - \frac{F \times L\phi \times \sqrt{\frac{F^2 - FW^2}{LF}}}{+} \&c. = 1.$ pour le second cas, Fig. 2.

SCHOLIE I.

X. La manière de trouver le Rayon de la développée, dont on doit se servir dans l'usage des Règles précédentes, consiste à le chercher par rapport à chaque rayon des forces $AL, BL, DL, EL, FL, \&c.$ pour le premier cas du Prob. art. 1. & 2. Fig. 1. Et par rapport à chaque rayon $XL, BL, TL, EL, WL, \&c.$ pour le second cas du Prob. art. 3. & 4. Fig. 2. comme l'on a fait dans le Mémoire du 29. Janv. 1701.* pour un seul

* Voyez les Memoires de 1701. pag. 26.

seul de ces rayons. Après l'avoir trouvé dans les mêmes conditions pour chacun, & lui avoir donné par tout le même nom, on dégage la seconde différentielle dans chacune de ces expressions, & l'on en substitue la valeur en sa place dans l'équation de la Courbe différenciée jusqu'à ce point; ce qui n'y laisse plus que des premières différences avec le rayon de la développée au premier degré; lequel par conséquent se trouve alors en grandeurs finies & en premières différences seulement, lesquelles s'évanouissent aussi par la substitution d'autres grandeurs finies qui s'y trouvent proportionnelles comme dans l'art. 8. ce qui donne le rayon de la développée en grandeurs toutes finies. Voici comment, en faveur de ceux qui n'ont pas le mois de Novembre de 1702. des *Actes de Leipzig*, où cela se trouve démontré pour le premier des cas précédens, & d'où la même chose se peut tirer sans peine pour le second.

XI. Suivant l'art. 11. du Memoire du 29. Janv. de 1701. * en prenant toujours $\dagger CL$ pour le rayon de la développée, \dagger pour la marque ou la caractéristique des différentielles, & de plus L par tout constante; l'on aura pour le premier cas du Prob. art. 1. & 2. Fig. 1.

* Pag. 35. \dagger FIG. I.

$$CL = \frac{AL \times HI \times LI}{HI - AL \times ddAL}$$

$$CL = \frac{BL \times GI \times LI}{GI - BL \times ddBL}$$

$$CL = \frac{DL \times KL \times LI}{KL - DL \times ddDL}$$

$$CL = \frac{EL \times VL \times LI}{VL - EL \times ddEL}$$

$$CL = \frac{FL \times TI \times LI}{TI - FL \times ddFL}$$

D'où résulte

$$ddAL = \frac{CL \times HI - AL \times HI \times LI}{CL \times AL}$$

$$ddBL = \frac{CL \times GI - BL \times GI \times LI}{CL \times BL}$$

$$ddDL = \frac{CL \times KL - DL \times KL \times LI}{CL \times DL}$$

$$ddEL = \frac{CL \times VL - EL \times VL \times LI}{CL \times EL}$$

$$ddFL = \frac{CL \times TI - FL \times TI \times LI}{CL \times FL}$$

&c.

&c.

XII.

XII. * Suivant le même art. II. du Memoire du 29. Janvier 1701. l'on aura de même pour le second cas du Prob. art. 3. & 4. Fig. 2.

$$\begin{aligned}
 CL &= \frac{XL \times H1 \times LI}{\frac{H1}{2} - XL \times ddXL} \\
 CL &= \frac{BL \times G1 \times LI}{\frac{G1}{2} - BL \times ddBL} \\
 CL &= \frac{TL \times KL \times LI}{\frac{KL}{2} - TL \times ddTL} \\
 CL &= \frac{EL \times VL \times LI}{\frac{VL}{2} - EL \times ddEL} \\
 CL &= \frac{WL \times TI \times LI}{\frac{TI}{2} - WL \times ddWL}
 \end{aligned}$$

* FIG. II. &c.

D'où résulte

$$\begin{aligned}
 ddXL &= \frac{CL \times H1 - XL \times H1 \times LI}{CL \times XL} \\
 ddBL &= \frac{CL \times G1 - BL \times G1 \times LI}{CL \times BL} \\
 ddTL &= \frac{CL \times K - TL \times KL \times LI}{CL \times TL} \\
 ddEL &= \frac{CL \times VL + EL \times VL \times LI}{CL \times EL} \\
 ddWL &= \frac{CL \times TI + WL \times TI \times LI}{CL \times WL}
 \end{aligned}$$

&c.

XIII.

XIII. Cela fait, l'équation proposée de la Courbe ZLM , doit être différenciée jusqu'aux secondes différences, lesquelles seront $ddAL$, $ddBL$, $ddDL$, $ddEL$, $ddFL$, &c. pour le premier cas, Fig. 1. Et $ddXL$, $ddBL$, $ddTL$, $ddEL$, $ddWL$, &c. pour le second, Fig. 2. après avoir chassé de l'équation proposée tous les rayons AL , DL , FL , &c. des forces supposées hors le plan de la Courbe, par la substitution de leurs va-

leurs $\sqrt{AX} + LX$, $\sqrt{DY} + LY$, $\sqrt{FW} + LW$, &c. dans lesquelles les hauteurs AX , DY , FW , &c. sont données & constantes: De sorte que LX , LY , LW , &c. est tout ce qu'il y a de variable dans ces valeurs de AL , DL , FL , &c. lesquelles le sont aussi, de même que BL , EL , & les autres rayons des forces supposées dans le plan de la Courbe en question.

Ces secondes différences étant ainsi trouvées, il faut substituer en leurs places leurs valeurs comprises dans les articles 11. & 12. ce qui ne laissera plus que des premières différences dans l'égalité différenciée, avec des grandeurs finies parmi lesquelles sera le rayon CL , qui dégagé se trouvera aussi en grandeurs finies & en premières différences seulement; & ces premières différences s'évanouiront de même par la substitution de leurs proportionnelles comprises entre le point L & les perpendiculaires tirées d'un même point quelconque du rayon LC , sur les droites prolongées de ce point L par tout ce qu'il y a de foyers (tant vrais qu'imaginaires) dans le plan de la Courbe.

XIV. * Pour exemple du premier cas du Probl. art. 1. & 2. soit ZLM une Ellipse ordinaire,

* FIG. III.

MEM. 1703.

M

naire, dont ZM soit le grand axe; & A, D , ses foyers en qualité d'Ellipse, lesquels par conséquent soient l'un & l'autre dans le plan de cette Courbe, qu'il le reste soit aussi comme dans la Fig. 1. On fait que quel qu'en soit le point L , son équation sera $AL + DL = ZM$, laquelle donnera $ddAL + ddDL = 0$. Donc (art. 11.)

$$0 = \frac{CL \times HI - AL \times HI \times LI}{CL \times AL} + \frac{CL \times KL - DL \times KL \times LI}{CL \times DL}$$

$$= CL \times DL \times HI^2 - AL \times DL \times HI \times LI + CL \times AL \times KL^2 - AL \times DL \times KL \times LI, \text{ ou}$$

$$AL \times DL \times LI \times HI + KL = CL \times DL \times HI^2 + CL \times AL \times KL^2; \text{ ce qui donne } CL =$$

$$= \frac{HI + KL \times AL \times DL \times LI}{DL \times HI + AL \times KL}.$$

de quelque point S pris à discrétion sur le rayon LC de la développée, on fait SP & SQ perpendiculaires sur LA & LD prolongées, la substitution de LP, LQ, LS , au lieu de HI, KL, LI , qui leur sont proportionnelles, donnera aussi $CL =$

$$= \frac{LP + LQ \times AL \times DL \times LS}{DL \times LP + AL \times LQ}.$$

Mais à cause des angles SLP & SLQ égaux dans l'Ellipse, l'on aura $LP = LQ$. Donc enfin $CL =$

$$= \frac{LQ \times AL \times DL \times LS}{DL + AL \times LQ} = \frac{AL \times DL}{AL + DL} \times \frac{LS}{LQ}$$

(à cause de l'équation proposée $AL + DL = ZM$) $= \frac{AL \times DL}{ZM} \times \frac{LS}{LQ}$ sera la valeur du rayon de la développée de l'Ellipse en question.

On

On voit delà qu'en nommant AL, x ; DL, y ; & ZM, a ; l'on aura auffi $CL = \frac{2xy}{x+y} \times \frac{LS}{LQ} = \frac{2xy}{a} \times \frac{LS}{LQ}$ pour ce même rayon de l'Ellipse ordinaire, lequel deviendra celui de l'hyperbole ou de la Parabole, selon qu'on y fera celle qu'on voudra des deux grandeurs x (AL) & y (DL), négative ou infinie.

On voit de plus qu'en prenant S à l'extrémité C de ce rayon de la développée; alors LS & LQ se changeant en CL & $L\delta$, en faisant $C\delta$ parallele à SQ , ce rayon se trouvera auffi pour lors $CL = \frac{2AL \times DL}{AL + DL} \times \frac{LC}{L\delta} = \frac{2AL \times DL}{ZM} \times \frac{LC}{L\delta} = \frac{2xy}{x+y} \times \frac{LC}{L\delta} = \frac{2xy}{a} \times \frac{LC}{L\delta}$: d'où résulte $L\delta = \frac{2AL \times DL}{AL + DL} = \frac{2AL \times DL}{ZM} = \frac{2xy}{a}$ pour l'Ellipse; & ce qui conviendra encore à l'hyperbole ou à la parabole, selon qu'on y fera celle qu'on voudra des deux grandeurs x (AL) & y (DL), négative ou infinie.

XV. *Pour donner auffi quelque exemple de la manière de trouver les rayons des développées pour le second cas compris dans les art. 3. & 4. soit présentement ZLM une Courbe à trois foyers A, B, D , dont A soit au dessus du plan de cette Courbe, D au dessous, & B dans ce plan même. Soit (si l'on veut) $AL + BL + 2DL = m$ l'équation de cette Courbe, & le reste comme dans la Fig. 2.

Il est visible que AX & DT (*hyp.*) perpendiculaires au plan de la Courbe, donneront

AL

* FIG. IV.

M_2

$AL = \sqrt{LX + AX}$, & $DL = \sqrt{LY + DY}$.
Ainsi l'équation proposée donnant $ddAL +$
 $+ d dBL + 2 ddDL = 0$, l'on aura aussi

$$dd\sqrt{LX + AX} + ddBL + 2dd\sqrt{LY + DY} = 0.$$

Mais pour trouver plus aisément ces secondes différences de signes radicaux, soient

$$LX = x, \text{ \& } AX = b: \text{ l'on aura } \sqrt{LX + AX} =$$

$$= \sqrt{xx + bb}, d\sqrt{LX + AX} = \frac{x dx}{\sqrt{xx + bb}}, \text{ \& }$$

$$dd\sqrt{LX + AX} = \frac{x^2 + bb \times ddx + bbdx^2}{xx + bb^2} =$$

$$= \frac{AX \times LX \times ddx + AX \times HL}{AL^3}. \text{ On trouvera de même}$$

$$dd\sqrt{LY + DY} = \frac{DL \times LY \times d dLY + DY \times KI}{DL^3}.$$

$$\text{Donc } \frac{AL \times LX \times ddLX + AX \times HL}{AL^3} + ddBL$$

$$+ \frac{2DL \times LY \times ddLY + 2DY \times KI}{DL^3} = 0, \text{ ou } \frac{AX \times HL}{AL^3} +$$

$$+ \frac{2DY \times KI}{DL^3} = - \frac{LX \times ddLX}{AL} ddBL -$$

$$- \frac{2LY \times ddLY}{DL} \text{ (art. 12.) } = - \frac{CL \times HP + LX \times HI \times II}{CL \times AL} -$$

$$- \frac{CL \times GI + BL \times GL \times II}{CL \times BL} - \frac{2CL \times KI + 2LY \times KI \times II}{CL \times DL};$$

ce qui donne (en multipliant le tout par

$$CL \times \overline{AL}^3 \times \overline{DL}^3 \times BL, \text{ \& en rendant tout positif) } CL \times \overline{DL}^3 \times BL \times \overline{AX}^2 \times \overline{HL}^2 + \\ 2CL \times \overline{AL}^3 \times BL \times \overline{DT}^2 \times \overline{KI}^2 + CL \times \overline{AL}^2 \\ \times \overline{DL}^3 \times BL \times \overline{HI}^2 + CL \times \overline{AL}^3 \times \overline{DL}^2 \times \overline{GI}^2 \\ + 2CL \times \overline{AL}^3 \times \overline{DL}^2 \times BL \times \overline{KL}^2 = \overline{AL} \times \overline{DL}^3 \\ \times BL \times \overline{LX} \times \overline{HI} \times \overline{LI} + \overline{AL}^3 \times \overline{DL}^3 \times BL \times \overline{GI} \times \\ \overline{LI} + 2 \overline{AL}^3 \times \overline{DL}^2 \times BL \times \overline{LT} \times \overline{KL} \times \overline{LI} = \\ \overline{DL} \times \overline{LX} \times \overline{HI} + \overline{AL} \times \overline{DL} \times \overline{GI} + 2 \overline{AL} \times \overline{LT} \times \overline{KL} \times \\ \times \overline{AL} \times \overline{DL} \times \overline{BL} \times \overline{LI}. \text{ Donc on aura enfin le rayon } \\ CL = \frac{\overline{DL} \times \overline{LX} \times \overline{HI} + \overline{AL} \times \overline{DL} \times \overline{GI} + 2 \overline{AL} \times \overline{LT} \times \overline{KL} \times \overline{AL} \times \overline{DL} \times \overline{BL} \times \overline{LI}}{\overline{DL} \times \overline{BL} \times \overline{AX} \times \overline{HL} + 2 \overline{AL} \times \overline{BL} \times \overline{DT} \times \overline{KI} + \overline{AL} \times \overline{DL} \times \overline{BL} \times \overline{HI} + \overline{AL} \times \overline{DL} \times \overline{GI} + 2 \overline{AL} \times \overline{DL} \times \overline{BL} \times \overline{KL} \times \overline{LI}}.$$

D'où l'on voit que si de quelque point S pris à discrétion sur ce rayon LC de la développée, on fait SP, SR, SQ , perpendiculaires sur LX, LB, LY prolongée, la substitution de LP, LR, LQ, LS, SP, SQ , au lieu de HI, GI, KL, LI, HE, KI , qui leur sont proportionnelles, donnera aussi

$$CL = \frac{\overline{DL} \times \overline{LX} \times \overline{LP} + \overline{AL} \times \overline{DL} \times \overline{LR} + 2 \overline{AL} \times \overline{LT} \times \overline{LQ} \times \overline{AL} \times \overline{DL} \times \overline{BL} \times \overline{LS}}{\overline{DL} \times \overline{BL} \times \overline{AX} \times \overline{SP} + 2 \overline{AL} \times \overline{BL} \times \overline{DT} \times \overline{SQ} + \overline{AL} \times \overline{DL} \times \overline{BL} \times \overline{QP} + \overline{AL} \times \overline{DL} \times \overline{LR} + 2 \overline{AL} \times \overline{DL} \times \overline{BL} \times \overline{KL} \times \overline{LI}}.$$

$\times \overline{AL} \times \overline{DL} \times \overline{BL} \times \overline{LS}$ pour le rayon de la développée de la Courbe proposée ; & ainsi de toute autre à tant de foyers qu'on voudra, placez à discrétion hors ou dans le plan de cette même Courbe.

XVI. Si l'on suppose présentement que tous les foyers A, B, D , de cette Courbe soient dans son plan : alors ayant $AX=0, DY=0$; & par conséquent aussi $AL=EX, DL=LY$; la dernière valeur (art. 15.) du rayon CL de sa développée, se changera ici en $CL=$

$$= \frac{LP+LR+2LQ \times \overline{AL} \times \overline{DL} \times \overline{LL} \times \overline{SL}}{\overline{BL} \times \overline{DL} \times \overline{LP} + \overline{AL} \times \overline{DL} \times \overline{LR} + 2\overline{AL} \times \overline{BL} \times \overline{LQ}}$$

XVII. On voit encore delà que si la Courbe en question n'avoit que deux foyers A & D , comme dans la Fig. 3. & que son équation fût $AL+DL=m$; cette Courbe seroit une Ellipse ordinaire, dans laquelle BL & LR étant nuls, & $2DL$ se trouvant changé en DL , ou 2 en 1 ; le rayon de sa développée seroit

$$CL = \frac{LP+LQ \times \overline{AL} \times \overline{DL} \times \overline{SL}}{\overline{DL} \times \overline{LP} + \overline{AL} \times \overline{LQ}} \quad (\text{à cause de}$$

$$LP=\overline{LQ} \text{ dans cette Ellipse}) = \frac{2LQ \times \overline{AL} \times \overline{DL} \times \overline{SL}}{\overline{DL} + \overline{AL} \times \overline{LQ}}$$

$$= \frac{2\overline{AL} \times \overline{DL}}{\overline{AL} + \overline{DL}} \times \frac{\overline{SL}}{\overline{LQ}}, \text{ comme dans l'art. 14. Ce}$$

qui suffit pour l'intelligence de la manière de trouver les Rayons des développées des Courbes à plusieurs foyers placez à discrétion.

SCHOLIE II.

XVIII. Pour faire présentement quelques
usa-

usages des Régles comprises dans les art. 2. 4. 5. 6. 7. 8. il faut que les rapports des temps, & des forces centrales entr'elles, soient donnez pour avoir chacune d'elles en particulier, & le rapport qu'elles suivent toutes séparément prises. Soit donc (si l'on veut) $ds = dt$ comme dans l'art. 9. Et la Courbe ZLM décrite à la manière de M. de *Tschirnhaus**, où ces rapports de forces entr'elles sont toujours donnez en ce que le fil par le moyen duquel il décrit ces sortes de Courbes, se trouvant également bandé dans toute sa longueur, les résistances des stiles fixes aux foyers A, B, D, E, F , &c. contre le stile L décrivant, où les efforts de celui-ci contr'eux, c'est-à-dire les forces centrales qu'on y suppose, seroient comme les multiples des portions de fil comprises entre lui & chacun d'eux, ou comme les nombres par lesquels les distances AL, BL, DL, EL, FL , &c. de lui à chacun d'eux, se trouvent multipliées dans l'équation de la Courbe en question. De sorte qu'en prenant $a \times AL + b \times BL + c \times DL + e \times EL + f \times FL + \&c. = m$ pour l'équation de cette Courbe ZLM , les forces centrales A, B, D, E, F , &c. seroient ici comme a, b, c, e, f , &c. Et ainsi de toute autre Courbe décrite à la manière de M. de *Tschirnhaus*. Telles sont celles des Exemples suivans.

E X E M P L E I.

Trouver les Forces centrales tendantes à la fois aux deux foyers de l'Ellipse ordinaire, décrite d'un mouvement uniforme en vertu de ces forces.

XIX.

* FIG. I. II.

M 4

XIX *Soluc.* * Toutes choses demeurant les mêmes que dans l'art. 14. Fig. 3. la première des Régles générales des forces centrales de l'art. 9. donnera ici $A \times L \alpha + D \times L \beta = 1$. Mais par la nature de cette Ellipse on trouve $L \alpha = L \beta$. Donc on aura aussi $A + D \times L \beta = 1$, ou $A + D = \frac{1}{L \beta}$ (art. 14.) $= \frac{AL + DL}{2AL \times DL} = \frac{ZM}{2AL \times DL}$. Ainsi suivant l'art. 18. l'équation $AL + DL = ZM$ de cette Courbe, marquant que les forces A & D y sont égales, elles seront chacune $= \frac{ZM}{4AL \times DL}$, c'est-à-dire, en raison réciproque des produits $AL \times DL$ faits des distances du corps décrivant ou de la Planete L qui décrit cette Ellipse, aux foyers de cette même Ellipse.

On trouvera de même dans l'hyperbole décrite par le concours de deux forces centrales tendantes, l'une à son foyer, & l'autre directement à contre-sens du foyer de son opposée, que chacune de ces forces égales suivra toujours la raison réciproque des produits des distances de ces deux foyers à chaque point correspondant de cette Courbe.

Quant à la Parabole, comme elle n'est qu'une Ellipse ou une hyperbole dont un des foyers est infiniment éloigné de l'autre; elle se trouvera ici décrite par le concours de deux forces égales tendantes, l'une à son foyer, & l'autre parallèlement à son axe de dehors en dedans, lesquelles seront chacune en raison réciproque des distances de ce foyer à chaque point correspondant de cette Courbe.

En-

* FIG. III.

Enfin dans le cercle, au centre duquel les foyers A & D de l'Ellipse se réunissent, ayant par tout $AL = DL = \frac{1}{2} ZM$, l'on aura aussi $\frac{1}{ZM}$ pour chacune des forces centrales tendantes à ces foyers, c'est-à-dire $\frac{2}{ZM}$ pour la force totale tendante au centre de ce cercle: d'où l'on voit qu'elle doit être par tout la même.

EXEMPLE II.

* Trouver les Forces centrales tendantes à la fois aux trois foyers A, B, D , de la Courbe ZLM de l'art. 15. décrite d'un mouvement uniforme en vertu de ces forces, & dont le seul foyer B soit dans son plan; mais A au dessus, & D au dessous de ce même plan.

XX. Solut. Toutes choses demeurant les mêmes que dans l'article 15. Fig. 4. la seconde des Régles générales de l'article 9. donne

$$\text{ici } \frac{A \times L a \times \sqrt{L A^2 - A X^2}}{L A} + B \times L B + \frac{D \times L d \times \sqrt{L D^2 - D Y^2}}{L D} = a. \text{ Mais (art. 15.)}$$

l'équation de la Courbe en question étant $AL + BL + 2DL = m$, l'art. 18. donne $B = A$,

$$\& D = 2A. \text{ Donc } \frac{A \times L a \times \sqrt{L A^2 - A X^2}}{L A} + A \times$$

$$L B + \frac{2A \times L d \times \sqrt{L D^2 - D Y^2}}{L D} = a; \text{ ce qui donne } A =$$

* FIG. IV.

$$= \frac{L A \times L D}{L D \times L a \times \sqrt{L A^2 - A X^2 + L A \times L D + L \beta^2 + 2 L A \times L \delta}} \left[\sqrt{L D^2 - D T^2} \right]$$

Telle est aussi la valeur de B , & le double sera celle de D . De sorte que chacune de ces trois forces sera comme cette fraction correspondante, dans laquelle les valeurs de $L a$, $L \beta$, $L \delta$, se trouvent par le moyen du rayon $L C$ de la développée de la Courbe, tel qu'on le voit dans l'article 15.

XXI. On voit delà que si cette Courbe avoit tous ses foyers A , B , D , dans son plan, comme dans l'article 16. Alors les hauteurs $A X$ & $D T$ se trouvant nulles, chacune des forces A & B se trouveroit $= \frac{1}{L a + L \beta + 2 L \delta}$, & la

troisième $D = \frac{2}{L a + L \beta + 2 L \delta}$. De sorte que chacune de ces trois forces suivroit toujours la raison réciproque des sommes $L a + L \beta + 2 L \delta$ correspondantes, lesquelles sommes s'obtiendront encore par le moyen du rayon $C L$ de la développée qui se voit dans l'art. 15.

XXII. * Enfin il suit encore delà que si cette Courbe n'avoit que les foyers A & D tous deux dans son plan, & que son équation fût $A L + D L = m$, les forces centrales tendantes à la fois à ces mêmes foyers, seroient chacune $= \frac{1}{L a + L \delta}$, à cause que $L B$, alors nul-

le, rendroit aussi $L \beta$ nulle, & que $2 L D$ changeroit ici en $D L$, changeroient aussi $2 L \delta$ en $L \delta$.

Et

* FIG. III.

Et parceque cette Courbe seroit alors une Ellipse qui donneroit $La = L\delta$, chacune de ces forces A & D se trouveroit aussi ici $\frac{1}{2L\delta}$, c'est-à-dire, en raison réciproque des $L\delta$ correspondantes, comme dans l'exemple 1. art. 19.

EXEMPLE III.

* Soit encore la Courbe ZLM à trois foyers du précédent Exemple 2. Mais présentement décrite d'un mouvement varié, tel (si l'on veut) que les temps soient par tout comme les espaces compris entr'elle & sa développée jusqu'aux rayons correspondans de cette même développée, c'est-à-dire, tel que l'on ait par tout $dt = CL \times LI$: On demande encore les Forces centrales tendantes à la fois aux trois foyers A, B, D , de cette Courbe.

XXIII. Solut. Toutes choses demeurant donc les mêmes que dans l'art. 20. ou que dans l'art. 15. Fig. 4. la seconde des Régles gé-

nérales de l'art. 8. donnera ici $\frac{A \times La \times \sqrt{LA - AX}}{LA}$

$$+ B \times L\beta + \frac{D \times L\delta \times \sqrt{LD - DI}}{LD} = \frac{d s_2}{d t^2}$$

$$(hyp.) = \frac{L^2}{CL \times LI} = \frac{L^2}{CL^2}. \text{ Mais (art. 15.) l'é-}$$

quation de la Courbe en question étant $AL + BL + 2DL = m$, l'article 18. donne encore

$$B = A, \& D = 2A. \text{ Donc } \frac{A \times La \times \sqrt{LA - AX}}{LA} +$$

$M 6$

* FIG. IV.

$$+ A \times L\beta + \frac{2A \times L\delta \times \sqrt{LD - DI}}{LD} =$$

$$= \frac{1}{-2} ; \text{ ce qui donne } A = \frac{1}{-2} \times$$

$$\frac{LD \times La \times \sqrt{LA - AI} + LA \times LD \times L\beta + 2LA \times L\delta \times \sqrt{LD - DI}}{LA \times LD}$$

$$LD \times La \times \sqrt{LA - AI} + LA \times LD \times L\beta + 2LA \times L\delta \times \sqrt{LD - DI}.$$

Telle est aussi la valeur de B , & le double fera celle de D . De sorte que chacune de ces trois forces sera comme cette fraction correspondante, dans laquelle les valeurs de LC , La , $L\beta$, $L\delta$, se trouveront par le moyen de l'art. 15.

XXIV. On voit encore delà que si cette Courbe avoit tous les foyers A, B, D , dans son plan, comme dans les art. 16 & 21. Alors AX & DI se trouvant nulles, chacune des forces A

$$\& B \text{ se trouveroit } = \frac{1}{-2} \times \frac{1}{La + L\beta + 2L\delta},$$

$$\& \text{ la troisième } D = \frac{2}{-2} \times \frac{1}{La + L\beta + 2L\delta} :$$

de sorte que chacune de ces forces suivroit tou-

jours la raison réciproque des produits $CL \times La + L\beta + 2L\delta$ correspondans, lesquels produits s'obtiendront encore par le moyen de l'art. 15.

XXV. * Enfin il suit encore delà que si cette Courbe n'avoit que les foyers A & D tous deux dans son plan, & que son équation fût

$AL + DL = m$, les forces centrales tendantes à la fois à ces mêmes foyers, seroient chacune $= \frac{1}{\frac{1}{-2}} \times \frac{1}{L\alpha + L\delta}$. Et parceque cette

Courbe seroit alors une Ellipse qui donneroit $L\alpha = L\delta$, chacune de ces forces A &

D se trouveroit aussi ici $= \frac{1}{\frac{1}{-2}} \times \frac{1}{2L\delta}$ (art.

$$14.) = \frac{\frac{1}{3} \frac{1}{2} \frac{1}{2}}{\frac{1}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{16 AL \times DL \times L\delta}$$

La même chose se trouvera pour l'hyperbole ou pour la Parabole, selon qu'on fera ici celle qu'on voudra des grandeurs AL & DL , négative ou infinie. Mais en voilà, ce me semble, assez pour faire voir la manière de se servir des Règles des précédens art. 2. 4. 5. 6. 8. & 9. pour trouver les Forces centrales des Courbes à plusieurs foyers, les rapports des Temps & de ces forces entr'elles étant donnez, ou le seul rapport des temps étant donné dans celles de ces Courbes qui seroient décrites à la manière de M. de *Woburnhaus Med. Ment. & Corp.* Tout cela est manifeste par ce qui précède; ainsi nous ne nous y arrêterons pas davantage.

EXPERIENCES DU BAROMETRE

*Faites sur diverses Montagnes de la
France.*

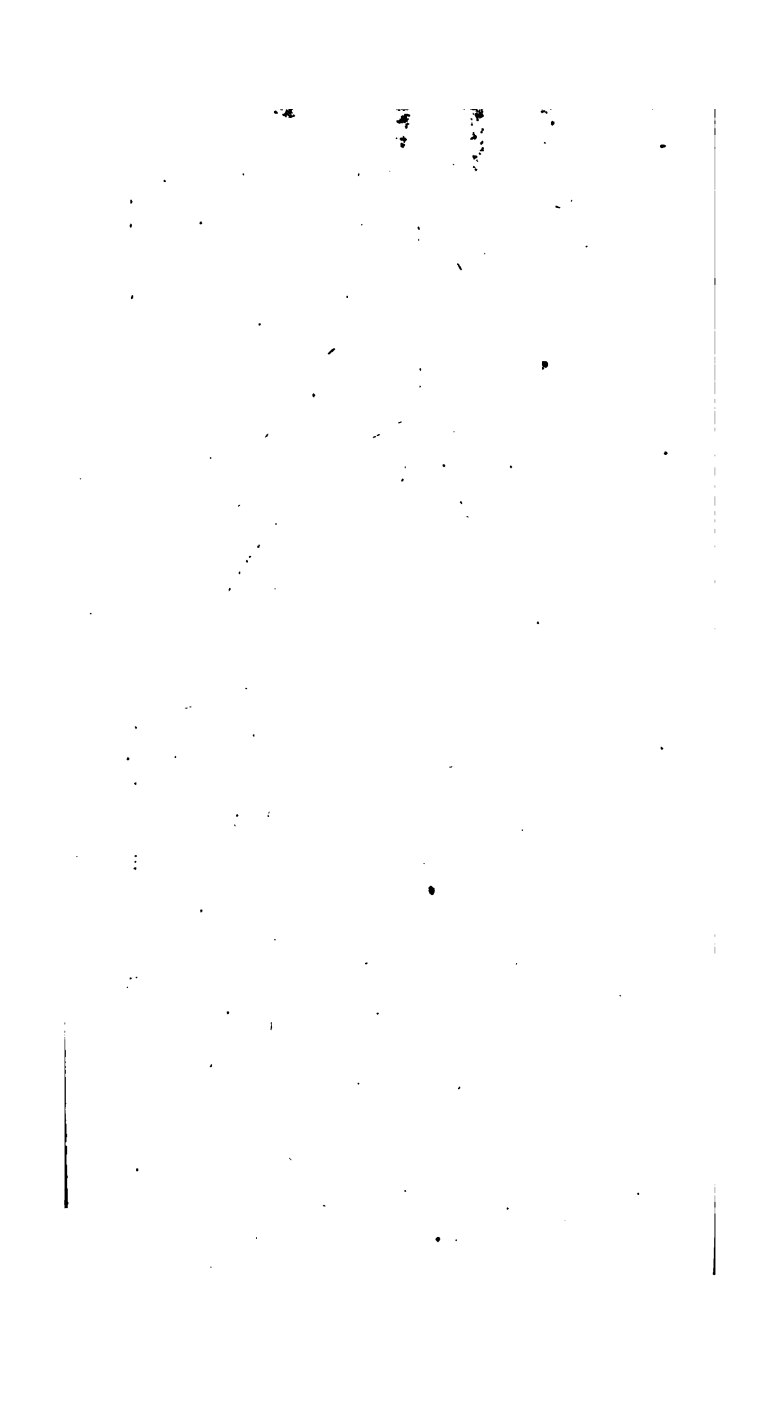
Par M. MARALDI.

* **D**ANS le voyage que nous avons fait avec Messieurs *Cassini*, *Chazelles*, & *Complet* sous la direction de M. *Cassini* pour la détermination de la Meridienne, nous avons fait des expériences du Barometre sur plusieurs Montagnes de l'*Auvergne*, du *Languedoc*, & du *Roussillon*, dont nous avons mesuré géométriquement leurs hauteurs sur la surface de la mer. Ces nouvelles expériences, qui ont été faites à des hauteurs beaucoup plus grandes que celles qu'on avoit jusqu'à présent, pourront servir pour connoître les proprietez & l'étendue de l'air, & combien il se rarefie à diverses hauteurs de la surface de la terre.

Nous ne rapporterons point ici le détail des operations & des calculs qu'il a fallu faire pour trouver la hauteur de ces Montagnes. Il suffira de dire qu'ayant déterminé leurs distances à l'égard des points compris dans les triangles de la Meridienne, nous avons observé en même temps leurs hauteurs apparentes à l'égard les unes des autres, & que nous avons fait ces operations par une suite d'observations non inter-

* 14. Novembre 1703.

781



terrompues depuis les Montagnes du *Berri* jusqu'au bord de la mer du *Roussillon*. Delà ayant observé la hauteur apparente de quelques-unes des mêmes Montagnes, & sachant leur distance avec le demi-diamètre de la terre, on a déterminé leur hauteur perpendiculaire sur le niveau de la mer; & on a conclu la hauteur perpendiculaire de celles qu'on ne voyoit point du bord de la mer, par la différence des hauteurs que l'on avoit observé entre ces Montagnes & les autres qu'on avoit déjà connu.

Pour suivre quelque ordre dans le rapport de ces experiences, nous commencerons par la comparaison des observations faites sur le Barometre en même temps à *Colioure* ville du *Roussillon*, & à l'Observatoire dans la Tour occidentale de la grande salle. Cette comparaison sert pour connoître la differente hauteur où le Barometre se tient en même temps dans ces deux differens lieux, à déterminer la hauteur de l'Observatoire sur la surface de la mer Méditerranée, & par conséquent à savoir par les observations qu'on a faites à l'Observatoire, quelle étoit au bord de la mer la hauteur du mercure dans le temps que nous faisons les observations sur les Montagnes, quand nous ne les avons pu faire en même temps au bord de la mer.

Pendant le séjour que nous fîmes à *Colioure* depuis le 19 Fevrier jusqu'au 12 Mars de l'année 1701 pour y faire les observations nécessaires pour la Meridienne, nous mîmes le Barometre en experience dans une maison située sur un roc au bord de la mer, dans un lieu élevé de 69 pieds sur le niveau de la mer. Par la comparaison de ces observations faites pendant un mois, on trouve qu'à *Colioure* le vif-
argent

argent étoit ordinairement trois lignes & un tiers plus élevé qu'à l'Observatoire. Si l'on suppose que la hauteur de l'air qui convient à une ligne de vis-argent au bord de la mer soit de 10 toises, comme M. *Mariotte* le suppose dans son second Essai de la nature de l'air, par la différence de hauteur du mercure observée en même temps à l'Observatoire & à *Collioure* de 3 lignes & $\frac{1}{3}$, on aura la grande salle de l'Observatoire plus élevée que *Collioure* de 33 toises & $\frac{1}{3}$, qui étant ajoutées à 11 toises & demi différence de hauteur entre le niveau de la mer & le lieu où étoit le Barometre en experience, donnent 45 toises de hauteur de la grande salle de l'Observatoire au dessus de la mer Méditerranée, & la hauteur du mercure moindre à l'Observatoire de 4 lignes $\frac{1}{3}$ qu'au bord de la mer. Cette hauteur de la salle de l'Observatoire ne diffère que d'une toise de celle que M. *Picard* a déterminé sur le niveau de l'Océan, qui paroît par-là être le même niveau que celui de la mer Méditerranée.

Après ces observations faites à *Collioure*, nous portâmes le Barometre sur une Tour des montagnes voisines du *Roussillon* appelée la *Masse*, dont la hauteur sur la surface de la mer fut mesurée géométriquement de 408 toises. Dans cette Tour nous trouvâmes la hauteur du Barometre de 25 ponces 7 lignes. Nous l'avions trouvée quelques heures auparavant à *Collioure* de 28 ponces 0. La différence est 2 ponces 7 lignes; auxquelles si on ajoute une ligne & un sixième pour la hauteur du lieu où étoit le Barometre, on aura 32 lignes de diminution du vis-argent pour la hauteur de 408 toises.

Nous avons fait une autre experience du Barometre sur le haut du *Bugarach* montagne du
Lan-

Languedoc, dont la hauteur au dessus du niveau de la mer a été déterminée par trois différentes manières de 648 toises. Le Barometre sur le haut de la montagne se tenoit suspendu à 23 pouces 8 lignes & $\frac{1}{2}$, en même temps qu'il se tenoit à l'Observatoire à 27 pouces 3 lignes, auxquelles si on ajoute 4 lignes & $\frac{1}{2}$ qui sont dûes à la hauteur de l'Observatoire au dessus du niveau de la mer, on aura la hauteur du vif-argent réduit au même niveau de 27 pouces 7 lignes, dont la difference à 23 pouces 8 lignes & demi est 46 lignes & demi, qui répondent à la hauteur de 648 toises.

Au mois d'Octobre nous observâmes sur le haut de la montagne de la *Cofla* près du *Mont-d'or* en *Auvergne*, la hauteur du vif-argent de 23 pouces 4 lignes: Elle fut observée le même jour à *Paris* de 27 pouces 10 lignes, dont la difference est 4 pouces 6 lignes, auxquels si on ajoute les 4 lignes $\frac{1}{2}$ dûes à la hauteur de l'Observatoire sur le niveau de la mer, on aura 4 pouces 10 lignes pour 850 toises dont le haut de cette montagne est élevé sur la surface de la mer.

De la *Cofla*, & de divers autres points de la Meridienne on voit le *Puy-Domme*, montagne célèbre près de *Clermont* en *Auvergne*, par l'expérience du Barometre que M. *Perrier* fit sur son sommet, & qui est rapportée dans le *Traité de l'Equilibre des liqueurs* de M. *Paschal*. Cette observation, qui est la premiere qu'on sache qui ait été faite sur cette matiere, & qui est considerable à cause de la grande variation du mercure qui se trouve depuis le pied jusqu'au sommet de la montagne, étoit à la verité suffisante pour confirmer, comme on s'étoit proposé, que la pression & la pesanteur de l'air sont

sont la cause de la suspension du vif-argent; mais elle ne pouvoit servir qu'imparfaitement pour chercher la hauteur de l'atmosphère, comme on a fait depuis, la cause que la hauteur de la montagne au dessus de *Clermont* ne fut déterminée qu'à peu près & par estime, & qu'on ignoroit entièrement sa hauteur au dessus de la surface de la mer. Par la même methode dont nous nous sommes servis pour trouver la hauteur des autres montagnes, on a suppléé à la principale circonstance qui manquoit à cette observation, ayant déterminé sa hauteur sur le niveau de la mer de 810 toises, 40 toises plus bas que la montagne de la *Costa*. Par la comparaison que nous avons faite des expériences de M. *Perier*, ayant eu égard à la différente hauteur du mercure entre *Paris* & *Clermont*, qui résulte des observations faites un an après celle de *Puy Domme*, & à l'abaissement du mercure depuis *Clermont* jusqu'au sommet de la montagne, nous trouvons qu'à la hauteur de 810 toises, qui est la hauteur de *Domme* que nous avons mesurée, il y auroit une diminution de 4 pouces 11 lignes à l'égard de la surface de la mer, ce qui seroit environ une ligne de diminution plus qu'on n'a trouvé sur la *Costa*.

Cette difference peut venir des réductions qu'on est obligé de faire, de ce qu'il n'y a point eu à *Paris* des observations faites le jour de l'observation, comme il seroit nécessaire à cause de la variation que fait souvent la hauteur du mercure d'un jour à l'autre, & enfin elle peut venir de la difficulté qu'il y a de rencontrer toujours juste dans des expériences aussi délicates.

Les observations que nous avons rapporté
join-

jointes à celles qui ont été faites l'an 1672 par M. *Cassini* à *Notre-Dame de la Garde* près de *Marseille*, & à celles que M. *de la Hire* fit dix ans après sur le *Mont Clairét* près de *Toulon*, nous ont servi pour trouver une regle, avec laquelle le mercure diminue à différentes hauteurs de l'air sur la surface de la mer, qui s'accorde assez bien aux observations, & qui est facile à retenir.

On suppose qu'au bord de la mer la hauteur de l'air qui convient à une ligne de vif-argent soit de 61 pieds, qui font 10 toises & un pied, à un 6^{me} près de l'hypothèse de M. *Mariotte*; que la hauteur qui convient à la seconde ligne, soit d'un pied plus grande que la première, la troisième un pied plus grande que la seconde, ainsi de suite.

Suivant cette hypothèse depuis la surface de la mer jusqu'à la hauteur de 178 toises, le mercure doit baisser de 15 lignes & deux tiers. L'observation de M. *Cassini*, qui a été faite à cette hauteur, la donne de 16 lignes & un tiers. A la hauteur de 257 toises l'hypothèse donne la diminution du mercure de 21 lignes $\frac{2}{3}$. L'observation de M. *de la Hire* la donne de 21 lignes & demi. A la hauteur de 408 toises, suivant le calcul, le mercure doit baisser de 32 lignes & un 6^{me}, ce qui s'accorde à l'observation de la *Massane*. A la hauteur de 648 toises l'hypothèse donne le baïssement du mercure de 46 lignes $\frac{1}{2}$, au lieu de 46 lignes & demi que donne l'observation de *Bugarach*. A la hauteur de 851 toises il y a 57 lignes $\frac{1}{2}$, au lieu de 57 $\frac{1}{2}$ qui résulte de l'observation de la *Costa*.

Par cette regle qui représente toutes les observations faites jusqu'à présent à moins d'une ligne près, on pourra savoir à quelques toises près

près par l'observation du Barometre la hauteur d'une montagne, l'élevation des lieux de la terre sur la surface de la mer, quand même ils en seroient fort éloignez, & de combien un lieu est plus élevé que l'autre, jusqu'à la hauteur de près d'une demi-lieue sur la surface de la mer, qui est la hauteur où se terminent nos observations.

En suivant les mêmes principes, & supposant que la hauteur du mercure au bord de la mer soit de 28 pouces, comme elle est le plus souvent, nous avons calculé quelle seroit la hauteur de l'atmosphère en cette manière. Si de la hauteur du mercure qui au bord de la mer est 28 pouces, ou 336 lignes on en prend la moitié qui est 168, & qu'on le multiplie par 337 nombre des lignes de la suspension du mercure augmenté d'une unité, & que le produit soit divisé par 6, le quotient donnera 9436 toises, qui étant ajoutées à 3360 toises dues à 336 lignes en raison de 10 toises chacune, on aura 12796 toises, qui font 6 lieues & demi pour la hauteur de l'atmosphère. Si on calcule de la même manière la hauteur de la penultième ligne, on trouvera que l'air qui répond à la plus grande hauteur y seroit plus de six fois plus rarefié que n'est l'air qui est au bord de la mer.

Nous ne prétendons point donner pour la hauteur précise de l'atmosphère celle que nous venons de trouver par le calcul; c'est un essai que nous avons voulu faire pour voir ce qui résulte de nos observations faites à des hauteurs beaucoup plus grandes, & en plus grand nombre de toutes celles qu'on avoit auparavant.

Nous connoissons combien il est difficile de conclurre au juste de la partie que nous avons me-

mesurée le reste de l'atmosphère, qui est sans comparaison plus grande, quand même l'air qui est plus élevé seroit de la même constitution que celui qui est proche de la terre. Mais outre ces difficultez il y en a encore d'autres considerables, qui peuvent venir des variations qui arrivent au Barometre dans un même pays, & de la différente variation qui se trouve en differens climats.

Car on a remarqué que la pesanteur de l'air varie considerablement dans les mêmes lieux en differens temps; qu'il est ordinairement plus pesant dans un temps clair & serein, & qu'il est plus leger dans un temps nubileux & chargé de vapeurs; ce qui paroît si opposé au jugement qu'on en fait naturellement, qu'avant ces experiences des Philosophes célèbres n'avoient point fait difficulté de supposer le contraire.

Un grand nombre d'experiences faites depuis quelque temps, en *Espagne*, en *Italie*, en *Angleterre*, & comparées à celles que nous avons faites en même temps à l'Observatoire, ont fait connoître que le Barometre y varie dans les mêmes circonstances de temps; & ce qu'il y a de considerable, ces variations arrivent le plus souvent les mêmes jours, principalement celles qui sont promptes & subites. On a trouvé que les variations qui arrivent au Barometre sont plus grandes dans les pays Septentrionaux que dans les Meridionaux. On a observé qu'en *Suede* elles sont la treizième partie de la plus grande hauteur du Barometre; qu'elles y sont plus grandes qu'en *France*, où elles ne sont que la dix-septième partie, qu'en *France* elles sont encore beaucoup plus grandes qu'entre les Tropiques & vers l'Equinoxial,

où elles n'arrivent point à la cinquantième partie. On a aussi observé que le Barometre situé à une petite hauteur sur la surface de la mer, est toujours resté plus bas dans les observations faites proche de l'Equinoxial qu'en *Europe* ; de sorte que si on suppose que la hauteur de l'air sur la surface du mercure soit proportionnée à sa suspension dans le Barometre, la hauteur de l'atmosphère seroit plus grande vers le pôle Septentrional, que proche de l'Equateur.

Pour tirer des connoissances plus assurées touchant l'étendue de l'air par des expériences faites à de grandes hauteurs, nous n'en savons point de plus propres que celles qui seroient faites sur le *Canigon*, qui est la montagne plus Meridionale des *Pirenées*, où se terminent les triangles de la Meridienne. Elle est plus haute que les montagnes d'*Auvergne*, du *Languedoc*, & des *Pirenées* que nous avons observées : elle est aussi plus proche du bord de la mer, d'où elle se voit, n'en étant éloignée que de 10 lieues ; en sorte qu'on pourroit faire l'expérience en même temps au bord de la mer & sur la montagne sans avoir besoin de réduction. La hauteur du *Canigon* au dessus de la surface de la mer mesurée en deux manieres differentes, a été trouvée de 1440 toises, qui font un peu moins de trois quarts de lieue de hauteur perpendiculaire, ce qui suivant l'hypothèse donneroit sept pouces de diminution, qui font la quatrième partie de la plus grande élévation du Barometre. Nous avons déterminé cette hauteur, de même que celle de plusieurs autres montagnes, dans le dessein d'y faire l'expérience du Barometre ; mais nous n'avons pu l'exécuter à cause de la grande quantité de nei-

ge qui les couvroit dans le temps de nos observations.

Comme la principale difficulté qu'il y a dans ces experiences consiste à connoître la hauteur des lieux où on les fait, nous avons-crû devoir donner ici un Catalogue des principales Montagnes, dont nous avons trouvé la hauteur sur la surface de la mer, afin de donner occasion aux Savans qui se trouvent proche de ces Montagnes d'y faire l'experience du Barometre, & voir si l'hypothèse que l'on propose répond à leurs observations. Il seroit avantageux de faire aussi sur quelques-unes de ces Montagnes des observations pour la refraction des Astres. Les experiences que M. *Cassini* avoit faites à *Marseille*, & qui s'accordent avec celles que nous avons faites dernièrement, ayant donné la hauteur de l'air beaucoup plus grande que celle qui résulte des hypothèses qu'il avoit employées à déterminer les refractions Astronomiques, lui donnerent lieu de conjecturer qu'il pourroit y avoir quelque matiere fluide répandue dans la partie inferieure de l'air, & peu élevée sur les plus hautes montagnes de la terre, qui fût la cause principale des refractions des Astres. Ces observations faites tant au bord de la mer, que sur les plus hautes montagnes, serviroient à connoître si cette matiere refractive differente de celle de l'air est en effet dans la nature, au lieu que jusqu'à présent il ne la propose que pour une invention commode pour le calcul des refractions.

*Catalogue des principales Montagnes , dont
nous avons mesuré la hauteur sur la
surface de la mer.*

	<i>Toises.</i>
La <i>Massane</i> dans le <i>Roussillon</i> .	408
<i>Bugarach</i> en <i>Languedoc</i> .	648

Montagnes de l'Auvergne.

Le <i>Puy Domme</i> .	810
La <i>Costa</i> .	851
Le <i>Puy de Violent</i> .	853
Le <i>Cantal</i> .	984
Le <i>Mont-d'or</i> , qui est la plus haute montagne de l' <i>Auvergne</i> .	1030
Le <i>Mont Ventoux</i> dans le <i>Comtat d'Avignon</i> .	1036

Montagnes des Pirenées.

La Montagne de <i>S. Barthelemi</i> dans le païs de <i>Foix</i> .	1185
La Montagne du <i>Mouffet</i> .	1258
Le <i>Canigou</i> .	1440


~~~~~

# DU MOUVEMENT DES EAUX,

*On d'autres liqueurs quelconques de pésanteurs spécifiques à discrétion ; de leurs vitesses, de leurs dépenses par telles ouvertures ou sections qu'on voudra ; de leurs hauteurs au dessus de ces ouvertures, des durées de leurs écoulemens, &c.*

Par M. VARIGNON.

\* **T**ANT de gens ont écrit sur le Mouvement des Eaux, & on a examiné cette matière par tant d'expériences, qu'ayant eu occasion d'y penser, je ne croyois pas d'abord y pouvoir rien découvrir de nouveau. Mais en l'examinant de plus près, j'en ai trouvé une Règle générale dont les Eaux ne font qu'un cas, duquel même tout ce qu'on nous en a donné jusqu'ici ne font que des Corollaires très-limités. Pour démontrer cette Règle, soit le Lemme suivant.

L. E M M E.

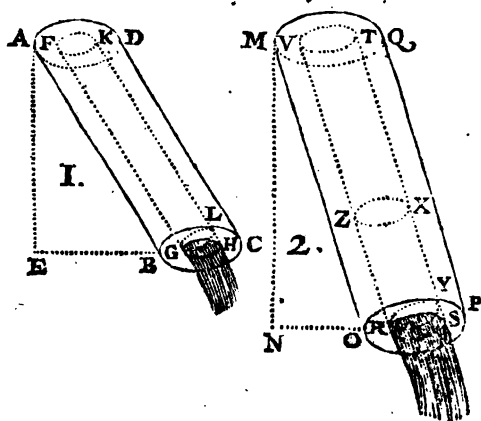
*Trouver les rapports des vitesses des Eaux & d'autres liqueurs de pésanteurs spécifiques differentes, à leurs sorties par des ouvertures horizontales quelconques, au dessus desquelles ces liqueurs soient à telles hauteurs qu'on voudra.*

N 3

S O-

\* 14. Novembre 1703.

## SOLUTION.



I. \* Soient deux Tuyaux quelconques  $ABCD$ ,  $MOPQ$ , d'ouvertures horizontales aussi-quelconques  $GH$ ,  $RS$ , par où s'écoulent des liqueurs de pesanteurs spécifiques différentes à discrétion, entretenues toujours à une même hauteur chacune dans chacun de ces Tuyaux inclinez comme l'on voudra, & dont les hauteurs soient  $AE$ ,  $MN$ .

† Cela posé, il est manifesté par la doctrine des poids soutenus sur des plans inclinez, que ce que le filet de liqueur  $FG$  (par exemple d'eau) parallèle à  $AB$ , fait d'effort suivant sa longueur, est à sa propre pesanteur ::  $AE$ .  $AB$ . Et ainsi de tout autre filet d'eau  $KH$  parallèle de même à  $AB$ . Donc en supposant l'ouverture

\* FIG. I. II. † FIG. I.

ture  $GH$  horizontale pour les avoir tous de même longueur, l'effort de toute la colonne d'eau  $FGHK$  suivant sa longueur parallele à  $AB$ , sera aussi à sa pesanteur totale & absolue ::  $AE. AB$ . De sorte qu'en prenant  $f$  pour cet effort, &  $p$  pour toute la pesanteur absolue de cette colonne d'eau, l'on aura  $f.p :: AE.$

$$AB. \text{ ou } f = \frac{p \times AE}{AB}.$$

\* Par un raisonnement tout semblable, si dans le tuyau  $MOPQ$  plein de telle autre liqueur qu'on voudra, l'on en imagine aussi une colonne  $VNST$  parallele au côté  $MO$  de ce tuyau, laquelle s'écoule par une ouverture quelconque horizontale  $RS$ , qui en soit la base; si de plus on appelle  $\Phi$  son effort suivant sa longueur, &  $\pi$  sa pesanteur absolue: on trouvera

$$\text{aussi } \Phi = \frac{\pi \times MN}{MO}.$$

† Mais si l'on prend  $m$  &  $\mu$  pour les masses de ce qui s'écoule de ces liqueurs pendant les temps,  $t, \theta$ , par les ouvertures  $GH, RS$ , avec des vitesses  $u, v$ , suivant le fil des tuyaux  $ABCD, MOPQ$ , lesquelles vitesses soient uniformes de part & d'autre, chacune de ces colonnes de liqueurs étant supposée entretenue toujours à même hauteur; & par conséquent  $\dot{m}, \dot{\mu}$ , (differentielles marquées à la manière de *M. Newton*, les lettres  $d$  &  $\delta$  devant exprimer dans la suite les densitez des liqueurs contenues dans les tuyaux  $ABCD$  &  $MOPQ$ ) pour ce qui s'en écoule avec de telles vitesses pendant le même instant par ces ouvertures: les forces motrices ou expultrices  $f, \Phi$ , de ces masses

\* FIG. II. † FIG. I.-II.

masses  $\dot{m}$ ,  $\dot{\mu}$ , étant comme les quantitez de mouvement qu'elles leur impriment, c'est-à-dire, comme les produits de ces mêmes masses de liqueurs, multipliées par leurs vîtesses,

l'on aura  $\dot{m} \cdot \dot{\mu} :: f. \Phi :: \frac{p \times AE}{AB} \cdot \frac{\pi \times MN}{MO} ::$

$MO \times AE \times p. AB \times MN \times \pi$ . Ce qui donnera  $\dot{m} \cdot \dot{\mu} :: MO \times AE \times p \cdot v. AB \times MN \times \pi \cdot u$ .

Or les masses de liqueurs  $\dot{m}$ ,  $\dot{\mu}$ , écoulées pendant le même instant par les ouvertures  $GH$ ,  $RS$ , étant aussi comme les produits de leurs densitez  $d$ ,  $\delta$ , par leurs volumes; & leurs volumes étant de plus comme les produits de leurs vîtesses  $u$ ,  $v$ , multipliées par les bases  $GL$ ,  $RT$ , perpendiculaires au fil de ces vîtesses, ou des colonnes  $FGHK$ ,  $VRST$ : l'on aura aussi  $\dot{m}$ ,  $\dot{\mu} :: GL \times u \cdot d. RT \times v \cdot \delta$ . Donc  $GL \times u \cdot d. RT \times v \cdot \delta :: MO \times AE \times p \cdot v. AB \times MN \times \pi \cdot u$ . ou  $AB \times GL \times MN \times \pi \cdot u \cdot d = MO \times RT \times AE \times p \cdot v \cdot \delta$ . Et par conséquent  $AB \times GL. MO \times RT :: AE \times p \cdot v \cdot \delta. MN \times \pi \cdot u \cdot d$ .

Soit présentement le volume de liquide  $VZXT$  (retranché de  $VRST$  par une coupe horizontale  $ZX$ ) égal au volume  $FGHK$ ; &  $\pi$ , la pesanteur absolue de ce même volume  $VZXT$ : On aura aussi  $AB \times GL (AE \times GH). MO \times RT (MN \times RS) :: FGHK. VRST$  (*hyp.*) ::  $VZXT. VRST :: \pi \cdot \omega$ . Donc  $\pi \cdot \omega :: AE \times p \cdot v \cdot \delta. MN \times \omega \cdot u \cdot d$ . Et par conséquent  $MN \times \pi \cdot u \cdot d = AE \times p \cdot v \cdot \delta$ . Donc enfin  $u \cdot u. v \cdot v :: AE \times p \cdot \delta. MN \times \pi \cdot d$ . Ou  $u \cdot v ::$

$\sqrt{AE \times p \cdot \delta}. \sqrt{MN \times \pi \cdot d} :: \sqrt{\frac{AE \times p}{d}}. \sqrt{\frac{MN \times \pi}{\delta}}$ . D'où

l'on voit en général qu'en prenant à l'ordinaire les pesanteurs  $p$  &  $\pi$  (*hyp.*) absolues des volumes égaux  $FGHK$  &  $VZXT$ , pour les pesanteurs

teurs spécifiques de ces liqueurs, leurs vîtesſes à leurs ſorties par les ouvertures  $GH$  &  $RS$ , doivent toujours être comme les Racines des produits faits de leurs hauteurs par leurs péſanteurs ſpécifiques directement priſes, & par leurs denſitez reciproques ; ou (ce qui revient au même) comme les Racines des quotiens réſultans de leurs hauteurs multipliées par leurs péſanteurs ſpécifiques, & diviſées par leurs denſitez. *Ce qu'il falloit trouver.*

## AUTRE SOLUTION.

II. Soient cinq Tuyaux .  $A, B, C, D, E$ .  
 remplis des liqueurs . . .  $H, H, H, G, G$ .  
 dont les Péſanteurs ſpécifi-  
 ques ſoient . . . . . }  $p, p, p, \pi, \pi$ .  
 Leurs hauteurs au deſſus des  
 ouvertures de ces tuyaux. }  $b, b, \lambda, \lambda, \lambda$ .  
 Soient ces ouvertures ou baſes  
 horizontales . . . . . }  $b, b, b, b, \beta$ .  
 Les ſinus d'inclaiſon des  
 tuyaux ſur ces baſes . . . }  $s, s, s, s, s$ .  
 Les forces expultrices des  
 liqueurs par ces ouvertures. }  $f, l, n, q, \Phi$ .  
 Soit priſe enfin l'unité pour le ſinus total.

Ces noms ſuppoſez, l'on  
 aura . . . . . }  $f. l :: s. s$ .  
 . . . . . }  $l. n :: b. \lambda$ .  
 . . . . . }  $n. q :: p. \pi$ .  
 . . . . . }  $q. \Phi :: b. \beta$ .

Donc (en multipliant par  
 ordre) . . . . . }  $f. \Phi :: b p b s. \beta \pi \lambda s$ .

Voilà quelles ſont les forces qui obligent les liqueurs quelconques  $H$  &  $G$ , dont l'on ſuppoſe que les tuyaux  $A$  &  $E$  ſont remplis, d'en ſortir par les ouvertures horizontales  $b$  &  $\beta$ . Voici préſentement quels ſont les effets de

ces forces mouvantes, c'est-à-dire, les quantitez de mouvement que ces forces produisent dans ce qu'elles font sortir de ces liqueurs à chaque instant (en prenant ces instans égaux) quelque variété de vîteses qui s'y trouve; ou en temps égaux quelconques, si ces vîteses sont uniformes, comme lorsque ces liqueurs se trouvent toujours à même hauteur chacune dans le tuyau d'où elle s'écoule, quelque différentes que soient ces hauteurs entr'elles.

On trouvera ces quantitez de mouvement, si dans le tuyau  $ABCD$  (Fig. 1.) pris pour celui qu'on voudra des tuyaux  $A$  &  $E$ , l'on considere que la base horizontale  $GH$  de la colonne de liqueur  $FGHK$  qu'il contient, est à sa base perpendiculaire  $GL$ , comme  $AB$  est à  $AE$ , c'est-à-dire, comme le sinus total est au sinus d'inclinaison de ce tuyau sur l'horizon. Car suivant les noms précédens, & ceux que voici de plus,

|                                                                                               |               |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| Tuyaux . . . . .                                                                              | $A, E.$       |
| Liqueurs dont ces tuyaux sont remplis                                                         | $H, G.$       |
| Pesanteurs spécifiques de ces liqueurs                                                        | $p, \pi.$     |
| Leurs densitez . . . . .                                                                      | $d, \delta.$  |
| Leurs hauteurs par dessus les ouvertures<br>ou bases horizontales $b, \beta$ , de ces tuyaux. | $b, \lambda.$ |
| Leurs vîteses par ces ouvertures . . . . .                                                    |               |

Ces noms, dis-je, supposez avec les premiers de cette Solution, l'Analogie précédente donnera  $bs, \beta\sigma$ , pour les bases perpendiculaires des colonnes de liqueurs, qui paralleles aux tuyaux  $A, E$ , qui les contiennent, ont pour bases horizontales les ouvertures  $b, \beta$ , de ces tuyaux. Ainsi les cylindres de liqueurs, qui sortent par ces ouvertures dans des instans égaux, si les vîteses en sont variées; ou dans des temps égaux quelconques, si elles sont uni-  
for-

formes ; ayant leurs longueurs comme les vitesses  $u, v$ , avec lesquelles on les suppose sortir pendant ces temps : si l'on multiplie ces vitesses par ces bases perpendiculaires, l'on aura  $u b s, v \beta \sigma$ , pour les volumes de ces cylindres de liqueurs. Par conséquent en multipliant ces volumes par les densitez  $d, \delta$ , de ces liqueurs, l'on aura  $u b s d, v \beta \sigma \delta$ , pour les masses de ces mêmes cylindres, c'est-à-dire, pour les masses de ce que les forces précédentes  $f, \Phi$ , font sortir de ces liqueurs pendant des instans ou des temps égaux. Donc en multipliant ces masses par leurs vitesses, l'on aura  $u u b s d, v v \beta \sigma \delta$ , pour les quantitez de mouvement que produisent ces forces dans ce qu'elles font sortir de liqueurs des tuyaux  $A, E$ , pendant des instans ou des temps égaux par les ouvertures horizontales  $b, \beta$ , de ces tuyaux. Donc les effets étant toujours proportionnels aux causes, l'on aura ici  $f. \Phi :: u u b s d. v v \beta \sigma \delta$ .

Mais ci-dessus l'on avoit aussi  $f. \Phi :: b p b s. \beta \pi \lambda \sigma$ . Donc enfin l'on aura  $u u b s d. v v \beta \sigma \delta :: b p b s. \beta \pi \lambda \sigma$ . Ou (en divisant les antécédens par  $b s d$ , & les conséquens par  $\beta \sigma \delta$ )  $u u. v v ::$

$\frac{p b}{d}. \frac{\pi \lambda}{\delta}$ . Donc aussi  $u. v :: \sqrt{\frac{p b}{d}}. \sqrt{\frac{\pi \lambda}{\delta}} ::$

$\sqrt{p b d}. \sqrt{\pi \lambda d}$ . comme dans la première Solution ci-dessus art. 1. *Ce qui est encore ce qu'il falloit trouver.*

## COROLLAIRES.

III. De ce rapport général des vitesses des liqueurs à leurs sorties des vases ou tuyaux d'où elles s'écoulent par des ouvertures quelconques horizontales, quelles que soient les inclinaisons de ces tuyaux, &c. il suit,

N 6

1°. Que

1°. Que si les densitez des liqueurs sont égales, c'est-à-dire, si leurs masses sont comme leurs volumes, leurs vitesses à leurs sorties, doivent être comme les Racines des produits faits de leurs hauteurs par leurs pèsanteurs spécifiques.

2°. Que lorsque leurs pèsanteurs spécifiques sont égales, leurs vitesses à leurs sorties, doivent être comme les Racines des quotiens résultans des hauteurs de ces liqueurs, divisées par leurs densitez.

3°. Que lorsque les hauteurs sont égales, ces mêmes vitesses doivent être aussi comme les Racines des quotiens résultans des pèsanteurs spécifiques divisées par les densitez.

4°. Que lorsque les hauteurs & les pèsanteurs spécifiques sont égales de part & d'autre, ou en raison réciproque les unes des autres, les vitesses sont en raison réciproque des Racines des densitez.

5°. Que lorsque les hauteurs & les densitez sont égales, ou en même raison de part & d'autre, les vitesses sont comme les Racines des pèsanteurs spécifiques.

6°. Enfin que si les pèsanteurs spécifiques & les densitez sont égales, ou en même raison de part & d'autre, c'est-à-dire, si les masses sont comme leurs pèsanteurs absolues, les vitesses seront comme les Racines des hauteurs.

## S C H O L I E.

IV. C'est présentement au Physicien à examiner laquelle de ces hypothèses, & d'une infinité d'autres qu'on pourroit faire encore sur l'inégalité de tous ces rapports, est la plus vraisemblable, n'étant pas possible d'en démontrer

au-



aucune. J'ai balancé d'abord entre la première & la fixième, & je préférerai ensuite la première suivant laquelle je trouvai la Règle qu'on voit lui convenir dans le premier de ces six Corollaires. Mais qu'on adopte celle qu'on voudra de toutes ces hypothèses : quelle qu'elle soit, il est visible que la précédente Règle générale des art. 1. & 2. donnera toujours le rapport des vitesses qui en doivent résulter aux liqueurs à leurs sorties, cette Règle convenant également à toutes.

V. Il est à remarquer que suivant les Corol. 1. 2. & 6. de l'art. 3. *Les vitesses d'une même liqueur, par exemple de l'eau, à sa sortie des Réservoirs ou des Tuyaux de conduite, sont toujours comme les Racines de ses hauteurs au dessus des ouvertures (horizontales) par où elle sort.* Ce qui est une opinion communément reçue : On prend même d'ordinaire cette proposition pour le premier principe de la science du Mouvement & de la Mesure des Eaux Courantes ou Jalissantes. Cependant je ne sais personne qui l'eût démontré avant 1695. que j'en donnai une démonstration particulière à l'Académie, telle qu'elle paroît dans son Histoire Latine, Edit. 1. pag. 362. & Edit. 2. pag. 392.

VI. Il est vrai que la vérité de cette proposition est confirmée par une infinité d'expériences faites par *Majottus, Castelli, Torricelli, Borrelli, Guillelmini*, & sur tout par *M. Mariotte*, lesquelles en approchent de tous côtez. Mais faute d'en avoir trouvé la raison, tous ceux (du moins que je sache) qui en ont traité jusqu'ici, ont été obligés de la supposer seulement comme un Principe d'expérience : Ils ne l'ont crû, dis-je, que sur des expériences approchantes, & qui d'ailleurs fondées sur le seul

raport des sens, ne sauroient jamais être assez exactes pour pouvoir sûrement établir aucune précision rigoureuse & Geométrique ; outre qu'il en faudroit une infinité pour la pouvoir établir en général. En fait de vérités exactes & précises, telle qu'est celle du précédent raport des vîteses des liqueurs à leurs sorties, l'expérience ne peut tout au plus que les faire conjecturer à force d'en approcher ; mais elle ne sauroit jamais les établir jusqu'à les mettre tout à fait hors de doute : il n'y a que la Raison seule qui y puisse atteindre ; & c'est ce qu'on appelle *Démonstration*.

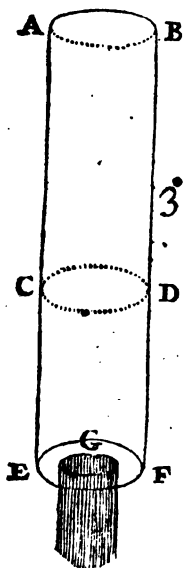
VII. C'est sans doute pour cela que *Torricelli*, quelque persuadé qu'il fût que les vîteses des Eaux à leurs sorties, sont toujours comme les Racines de leurs hauteurs par dessus les ouvertures (horizontales) qui leur donnent issue : Quelque persuadé, dis-je, qu'il fût de cette vérité, pour en avoir fait, lui-même, l'expérience après plusieurs autres ; cependant comme ce n'étoient que des expériences, ou que des raisonnemens fondez sur des expériences, il ne laissoit pas d'appréhender qu'il ne se trouvât encore des gens, à qui elles ne parussent pas assez convaincantes pour l'établissement d'une telle vérité. Aussi se contente-t-il de la mettre en supposition, laissant à en juger par les conséquences qu'il en tire : *Ceterum* (dit-il dans ce qu'il a ajouté *De motu Aquarum* à la fin de son *Traité De motu projectorum*, Liv. 2. pag. 192. & 193.) *Si quis prædictis rationibus non acquiescat, videat an inter sequentes Propositiones ullam probet ; quod si ita erit, facile per resolutionem ex approbatâ propositione primâ suppositionem demonstrabimus ; sin minus, totam hanc Appendicem de motu Aquarum vel saltu prætermittat,*

v:l

*vel funditus à libello evellat, quod equidem libentissime concedo, etsi factum experimentum omni diligentia magnam partem sequentium propositionum exactissime confirmavit.*

VIII. Ce n'est pas que la raison de cette supposition de Torricelli & des autres (savoir que les vitesses de l'eau à sa sortie des Réservoirs ou des Tuyaux de conduite, sont toujours comme les Racines de ses hauteurs au dessus des ouvertures horizontales par où elle sort), fût fort cachée : mais on en étoit détourné par la ressemblance que ces vitesses ont avec celles qui résulteroient des chûtes accélérées de l'eau depuis sa surface jusqu'aux ouvertures par où elle sort ; car les ayant regardées comme l'effet d'une telle accélération, on s'est trouvé naturellement porté à en chercher la raison par cette voye. Je l'ai suivie aussi pendant quelque temps ; mais n'y trouvant rien non plus, il me vint enfin en pensée que cette voye, quelque naturelle qu'elle paroisse, pourroit bien cependant n'être pas celle de la nature. Ce fut ce qui me porta à examiner encore de plus près ce qui se passe dans un Tuyau lorsque l'eau s'en écoule ; & il me parut que l'eau y étant contigue dans toute sa longueur, celle d'en haut descendoit aussi vite que celle d'embas ; & que par conséquent il n'y avoit aucune accélération dans tout ce Tuyau.

IX. Cette uniformité de vitesse de l'eau ainsi reconnue à sa sortie d'un tuyau où elle seroit entretenue à même hauteur, je cherchai la raison du Principe en question, dans celle des mouvemens uniformes, & j'en trouvai la Démonstration toute faite dans le Corol. 21. de la Regle générale que j'ai donnée pour ces sortes de mouvemens dans les Mem. de l'Acad.  
du



du 31. Decemb. 1692. \* Car en supposant le Tuyau  $A E F B$  rempli d'abord jusqu'en  $A B$ , & ensuite jusqu'en  $C D$  seulement de quelque liqueur que ce soit, par exemple d'eau, qui (entretenu à chacune de ces hauteurs, l'une après l'autre) s'écoule par le trou horizontal  $G$ : il est visible que les efforts des colonnes d'eau  $A F$ ,  $C F$ , sur ce que leurs pesanteurs en font sortir par le trou  $G$ , seront ici comme ces mêmes pesanteurs absolues; & par conséquent aussi comme leurs hauteurs  $A E$ ,  $C E$ . Ainsi en prenant  $f$ ,  $\Phi$ , pour ces efforts, l'on aura  $f. \Phi :: A E. C E$ . De plus ce qu'il sort d'eau en temps égaux par le trou  $G$ ,

était comme sa vitesse en sortant, si l'on prend encore  $m$ ,  $\mu$ , pour ces quantitez ou masses d'eau; &  $u$ ,  $v$ , pour leurs vitesses en sortant; l'on aura aussi  $m. \mu :: u. v$ . Or en ce cas de masses comme leurs vitesses, le Corol. 21. de la Règle des mouvemens uniformes, dont on vient de parler, donnera  $f. \Phi :: u u. v v$ . Donc alors on doit aussi avoir  $A E. C E :: u u. v v$ . Et par conséquent  $u. v :: \sqrt{A E}. \sqrt{C E}$ . Ce qu'il falloit démontrer.

X. On auroit aussi pu trouver la même chose par le Corol. 19. de la même Règle. Car puisque ce cas-ci donne  $m. \mu :: u. v$ . l'on aura  $m u. \mu v :: u u. v v$ . Mais on a aussi  $f. \Phi :: A E. C E$ .

**CE.** Et le Corol. 19. de cette Règle, donne en général  $f. \Phi :: m u. \mu v$ . Donc en ce cas-ci l'on aura  $u u. v v :: f. \Phi :: AE. CE$ . Et par conséquent encore  $u. v :: \sqrt{AE}. \sqrt{CE}$ .

**XI.** Mais sans recourir à cette Règle générale des mouvemens uniformes, on fait assez que les causes sont toujours proportionnelles à leurs effets; & que par conséquent les quantitez de mouvement sont toujours proportionnelles aux forces mouvantes qui les produisent. Or en supposant encore le Tuyau *AEFB* (Fig. 3.) rempli d'abord jusqu'en *AB*, & ensuite jusqu'en *CD* seulement, de quelque liqueur que ce soit, par exemple d'eau, qui (entretenue à chacune de ces hauteurs, l'une après l'autre) s'écoule par le trou horizontal *G*; les forces mouvantes seront ici les poids des colonnes *AF*, *CF*; & les quantitez de mouvement causées par leurs pressions, seront comme les masses d'eau qu'elles feront sortir en temps égaux, multipliées chacune par sa vitesse: c'est-à-dire, en raison composée de celle de ces masses, & de celle de leurs vitesses à leur sortie. Ainsi les masses des corps étant toujours égales aux produits de leurs volumes par leurs densitez, & les densitez étant ici (*hyp.*) égales; les poids des colonnes d'eau *AF*, *CF*, c'est-à-dire, ces colonnes elles-mêmes, sont en raison composée de celle des volumes d'eau qu'elles font sortir en temps égaux par le trou *G*, & de celle des vitesses de ces mêmes volumes. Or puisque ces raisons composantes sont égales, à cause que ces volumes d'eau sont entr'eux comme les vitesses avec lesquelles ils sortent par le trou *G* du tuyau *AF*, la composée sera comme le quarré de chacune. Donc les colonnes d'eau *AF*, *CF*, ou (ce qui revient au

au même) leurs hauteurs  $AE$ ,  $CE$ , seront entr'elles comme les quarréz ou de ces masses, ou de leurs vîteses. Par conséquent ces masses, ou ces vîteses, ou plutôt les unes & les autres seront entr'elles comme les Racines des hauteurs  $AE$ ,  $CE$ , de la surface de l'eau par dessus l'ouverture horizontale qui la laisse échaper. Ce qui est le Principe qu'il falloit démontrer: Telle est aussi à peu près la manière dont je le démontrai à l'Académie le 29. Avril de 1695.

XII. Par un raisonnement tout semblable, si l'on imagine le Tuyau  $A E F B$  (Fig. 3.) rempli d'abord d'une liqueur quelconque jusqu'en  $AB$ , laquelle (entretenuë à cette hauteur) s'écoule par le trou horizontal  $G$ ; & ensuite rempli seulement jusqu'en  $CD$  d'une autre liqueur telle encore qu'on voudra, laquelle (pareillement entretenue à cette hauteur) s'écoule aussi par le trou  $G$ : on trouvera de même que les produits des masses de ce qu'il sort de ces liqueurs en temps égaux, multipliées par leurs vîteses à leur sortie, seront comme les poids de leurs colonnes expultrices  $AF$ ,  $CF$ , c'est-à-dire, comme les produits des hauteurs  $AE$ ,  $CE$ , de ces colonnes, multipliées par leurs pesanteurs spécifiques. Or ces masses de liqueurs étant ici comme les produits de leurs densitez par leurs vîteses à leur sortie, si l'on multiplie ces produits par ces mêmes vîteses, il en résultera d'autres produits faits des densitez de ces liqueurs par les quarréz de ces vîteses, lesquels seront entr'eux comme les produits faits de ces masses par ces mêmes vîteses. Donc les produits des densitez de ces liqueurs par les quarréz de leurs vîteses à leur sortie, seront ici comme les produits de leurs hau-

hauteurs par leurs pésanteurs spécifiques. Donc aussi en divisant les deux premiers & ensuite les deux derniers termes de cette Analogie par les densitez, les quarrés des vitesses se trouveront comme les quotiens résultans des hauteurs de ces liqueurs, multipliées par leurs pésanteurs spécifiques, & divisées par leurs densitez. Par conséquent ces vitesses, elles-mêmes, seront comme les Racines quarrées de ces quotiens : c'est-à-dire aussi, comme les Racines quarrées des produits faits des pésanteurs spécifiques de ces liqueurs directement prises, multipliées par leurs hauteurs prises de même, & par leurs densitez réciproquement prises ; ainsi qu'il a déjà été démontré ci-dessus art. 1. & 2.

Il suit encore de ceci que lorsque ces liqueurs seront les mêmes, c'est-à-dire, de même densité, & de même pésanteur spécifique, leurs vitesses à leur sortie, seront comme les Racines de leurs hauteurs.

*Avertissement.*

XIII. Jusqu'ici il ne s'est agi que d'ouvertures horizontales : dans la suite elles seront situées à discrétion, & telles qu'on voudra encore. Il est aussi à remarquer que dans tout ceci on ne compare que des liqueurs également coulantes ; & qu'ainsi pour les comparer toutes indifféremment, il faudra rabattre de leurs pésanteurs spécifiques ce que leurs viscositez & les frottemens y pourroient apporter d'obstacle dans les unes plus que dans les autres. Cela posé, voici le Problème fondamental de tout ceci.

## P R O B L E M E.

*Trouver une Regle du mouvement des Eaux ou d'autres Liqueurs quelconques, laquelle comprenne tout à la fois leurs Pésanteurs spécifiques, les Ouvertures ou sections par où elles s'écoulent, leurs hauteurs par dessus ces ouvertures, les Temps ou les durées de leurs écoulemens, leurs Dépenses ou ce qui s'en écoule pendant ces temps, &c. soit qu'on prenne ces Dépenses de liqueurs pour les Masses de ce qui s'en écoule pendant ces mêmes temps, soit qu'on les prenne pour les Volumes de ces masses, soit enfin qu'on les prenne pour les Pésanteurs absolues de ces mêmes masses.*

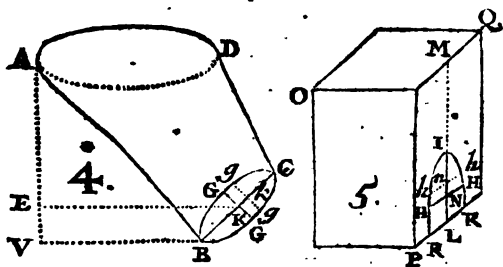
## S O L U T I O N.

XIV. \* Soient deux Canaux ou vases  $ABCD$ ;  $MO PQ$ , remplis encore de liqueurs de pésanteurs spécifiques à discrétion, lesquelles y soient aussi toujours entretenues à mêmes hauteurs  $AV$ ,  $ML$ , pendant qu'elles s'écoulent par des Ouvertures planes quelconques  $BGCGB$ ,  $RHIHR$ , posées comme l'on voudra, & dont les diamètres ou axes soient les sections  $BC$ ,  $LI$ , de ces ouvertures avec des plans qui passent par les verticales  $AV$ ,  $ML$ . Soient de plus deux ordonnées horizontales indéfiniment proches (l'une de l'autre)  $GG$ ,  $gg$ ; à l'ouverture  $BGCGB$ ; de même que  $HH$ ,  $bb$ , à l'ouverture  $RHIHR$ .

I°. Cela fait, il est visible que si après avoir mené  $KE$  (du point  $K$  où  $GG$  rencontre  $BC$ ) parallèle à l'horizontale  $BV$ , l'on prend  $AE$

\* FIG. IV. V.





$AE$  pour la hauteur de la liqueur par dessus l'horizontale  $GG$ , la différence de cette hauteur à celle de cette même liqueur par dessus  $gg$ , indéfiniment proche (*hyp.*) de  $GG$ , étant nulle par rapport à  $AE$ ; cette même hauteur  $AE$  peut être prise pour celle de cette même liqueur par dessus tout le Quadrilatère  $GggG$  ( $GG \times Kk$ ), comme s'il étoit effectivement horizontal en  $K$  ou en  $E$ .

On trouvera de même que l'ouverture indéfiniment petite  $HhbH$  ( $HH \times Nn$ ) peut être prise pour horizontale en  $N$ , en prenant  $MN$  pour la hauteur de la liqueur par dessus cette ouverture. Donc en prenant encore  $p, \pi$ , pour les pesanteurs spécifiques des liqueurs contenues dans les Canaux ou vases  $ABCD, MOPQ$ ; &  $d, \delta$ , pour leurs densitez; les vitesses des liqueurs à ces ouvertures  $GggG, HhbH$ , seront encore (*art. 1. 2. & 12.*) : :  $\sqrt{AE \times p \delta}.$   $\sqrt{MN \times \pi d}.$  Donc aussi en prenant  $\sqrt{AE \times p \delta}$  pour la première de ces vitesses, l'on aura de même  $\sqrt{MN \times \pi d}$  pour la seconde.

Or en prenant ainsi  $\sqrt{AE \times p \delta}$  &  $\sqrt{MN \times \pi d}$   
pour

pour les vîteſſes de ce qu'il ſort de liqueurs par les ouvertures  $GggG$  &  $HbbH$ , il eſt viſible que les maſſes de ce qu'il en ſortira avec de telles vîteſſes en temps égaux par ces ouvertures ſéparément priſes, ſeront comme les produits de ces vîteſſes multipliées par ces ouvertures, par les ſinus  $s$ ,  $\sigma$ , d'inclinaïſon de ces mêmes ouvertures avec le fil des liqueurs qui y paſſent, & par les denſitez  $d$ ,  $\delta$ , de ces mêmes liqueurs; c'eſt-à-dire: :  $GG \times Kk \times s d \times \sqrt{AE \times p d}$ .  $HH \times Nn \times \sigma \delta \times \sqrt{MN \times \pi d}$  : :  $GG \times Kk \times s \sqrt{AE \times p d d}$ .  $HH \times Nn \times \sigma \sqrt{MN \times \pi d d}$  : :  $GG \times Kk \times s \sqrt{AE \times p d}$ .  $HH \times Nn \times \sigma \sqrt{MN \times \pi d}$  : :  $GG \times Kk \times t s \sqrt{AE \times p d}$ .  $HH \times Nn \times t \sigma \sqrt{MN \times \pi d}$ .

Il eſt viſible auſſi qu'en prenant  $t$  pour ce temps, &  $\theta$  pour un autre temps quelconque de même genre: Par exemple,  $t$  &  $\theta$  pour deux temps finis; ce qu'il ſortira de liqueur par l'ouverture  $HbbH$  pendant le temps  $t$ , ſera à ce qu'il en ſortira de même par cette même ouverture pendant le temps  $\theta$ : :  $HH \times Nn \times t \sigma \sqrt{MN \times \pi d}$ .  $HH \times Nn \times \theta \sigma \sqrt{MN \times \pi d}$ . Donc la maſſe de ce qu'il ſortira de l'autre liqueur pendant le temps  $t$  par l'ouverture  $GggG$  ( $GG \times Kk$ ), ſera à la maſſe de ce qu'il ſortira de celle-ci pendant le temps  $\theta$  par l'ouverture  $HbbH$  ( $HH \times Nn$ ): :  $GG \times Kk \times t s \sqrt{AE \times p d}$ .  $HH \times Nn \times \theta \sigma \sqrt{MN \times \pi d}$ . De ſorte qu'en prenant  $GG \times Kk \times t s \sqrt{AE \times p d}$  pour la maſſe de ce qu'il ſortira de la première de ces liqueurs par l'ouverture  $GggG$  pendant le temps  $t$ , l'on aura auſſi  $HH \times Nn \times \theta \sigma \sqrt{MN \times \pi d}$  pour la maſſe de ce qu'il ſortira de la ſeconde par l'ouverture  $HbbH$  pendant le temps  $\theta$ .

Donc en appellant  $m$  la première de ces maſſes de liqueur, &  $\mu$  la ſeconde; l'on aura

$m = GG \times Kk \times ts \sqrt{AB \times pd}$ , &  $\mu = HH \times Nn \times \theta \sigma \sqrt{MN \times \pi d}$ . Donc auffi, en intégrant,

l'on aura  $m = \int GG \times Kk \times ts \sqrt{AB \times pd}$ , &  $\mu = \int HH \times Nn \times \theta \sigma \sqrt{MN \times \pi d}$ , dans lesquelles égalez  $m$  &  $\mu$  exprimeront les masses de liqueurs qui sortent pendant les temps  $t$  &  $\theta$  par les ouvertures entières  $BGCGB$  &  $RHIAR$ .

Par conféquent  $\frac{\int GG \times Kk \times ts \sqrt{AB \times pd}}{m} =$

$$= \frac{\int HH \times Nn \times \theta \sigma \sqrt{MN \times \pi d}}{\mu}, \text{ ou } \frac{ts \sqrt{pd}}{m} \times$$

$$\int GG \times Kk \times \sqrt{AB} = \frac{\theta \sigma \sqrt{\pi d}}{\mu} \times$$

$\int HH \times Nn \times \sqrt{MN}$ , à cause que  $t, \theta, s, \sigma, p, \pi, d, \delta, m, \mu$ , font (*hyp.*) des grandeurs constantes. Ce qui sera la Règle requise dans la supposition où l'on prendroit les masses de ce qu'il s'écoule de liqueurs pendant les temps  $t$  &  $\theta$ , pour leurs dépenses pendant ces temps. *C'est auffi la première qu'il falloit trouver.*

2°. Mais si pour s'accommoder à la manière ordinaire de mesurer les liqueurs par volumes, comme l'on fait l'eau, le vin, &c. on prend ceux de ce qu'il s'écoule des liqueurs en question pendant les temps  $t$  &  $\theta$ , pour leurs dépenses pendant ces mêmes temps; il n'y a qu'à considérer que chaque masse ou quantité de matière quelconque est toujours égale au produit de sa densité par son volume, c'est-à-dire, par l'espace qui la comprend. Car en appelant  $e, \varepsilon$ , ces espaces ou volumes, l'on aura  $m = e d$ ,  $\mu = \varepsilon \delta$ : de sorte qu'en substituant ces valeurs de  $m, \mu$ , en leurs places dans la Règle précédente; elle se changera en

$$\frac{t \sqrt{p}}{e \sqrt{d}} \times \int \overline{GG} \times \overline{Kk} \times \sqrt{\overline{AE}} = \frac{\theta e \sqrt{\pi}}{\gamma \sqrt{\delta}} \times$$

$\int \overline{HH} \times \overline{Nn} \times \sqrt{\overline{MN}}$ . Ce qui fera la Regle requise dans la supposition où l'on prend les volumes de ce qu'il s'écoule de liqueurs pendant le temps  $t$  &  $\theta$ , pour leurs dépenses pendant ces temps. *C'est aussi la seconde qu'il falloit trouver.*

3°. Si pour s'accommoder encore à une autre manière de mesurer les liqueurs, qui est aussi en usage, savoir en les pesant, comme on fait l'huile, le vis-argent, &c. on prend les pesanteurs absolues de ce qu'il s'écoule des liqueurs en question pendant les temps  $t$  &  $\theta$ , pour leurs dépenses pendant ces mêmes temps; il n'y a qu'à considérer aussi que la pesanteur absolue de quelque corps que ce soit, est toujours égale au produit de sa pesanteur spécifique par son volume. Car en appellant encore  $e, \epsilon$ , les volumes de ce qu'il s'écoule des liqueurs en question pendant les temps  $t, \theta$ ; leurs pesanteurs spécifiques  $p, \pi$ ; & leurs pesanteurs absolues (qu'on appelle communément leurs poids ou leurs gravitez)  $g, \gamma$ ; l'on aura  $g = ep$ , &  $\gamma = \epsilon \pi$ , ou  $e = \frac{g}{p}$ , &  $\epsilon = \frac{\gamma}{\pi}$ . Donc en

substituant ces valeurs de  $e, \epsilon$ , dans la précédente Regle du nomb. 2. elle se changera aussi

$$\text{en } \frac{t s p \sqrt{p}}{g \sqrt{d}} \times \int \overline{GG} \times \overline{Kk} \times \sqrt{\overline{AE}} = \frac{\theta \pi \sqrt{\pi}}{\gamma \sqrt{\delta}} \times$$

$\int \overline{HH} \times \overline{Nn} \times \sqrt{\overline{MN}}$ . Ce qui sera enfin la Regle requise dans la supposition où l'on prend les pesanteurs absolues de ce qu'il s'écoule de liqueurs pendant les temps  $t$  &  $\theta$ , pour leurs dé-

dépenses pendant ces temps. *C'est aussi la troisième & la dernière qu'il falloit trouver.*

XV. Suivant ces trois parties de la Solution du précédent art. 14. en supposant toujours les Fig. 4. & 5. avec les noms que voici :

Ouvertures par où les } .. *BGCGB, RHIHR.*  
liqueurs s'écoulent ...

Sinus d'inclinaison du fil de }  
ces liqueurs avec ces ou- } . *s,*      *σ.*  
vertures. . . . .

Temps ou durées de ces é- }  
coulemens. . . . . } *t,*      *θ.*

Masses de ce qu'il s'en écou- }  
le pendant ces temps. . . } *m,*      *μ.*

Volumes de ces masses, ou }  
les espaces qui les compren- } *e,*      *ε.*  
nent. . . . .

Leurs pesanteurs ab- }  
solues ou leurs gra- } . . . *g,*      *γ.*  
vitez. . . . .

Leurs pesanteurs spéci- }  
fiques, ou pesanteurs }  
des liqueurs en volu- } . . . *p,*      *π.*  
mes égaux. . . . .

Leurs densitez, ou ce }  
que ces liqueurs ont de }  
matière en volumes é- } . . . *d,*      *δ.*  
gaux. . . . .

L'on aura pour la solution du Problème pré-  
cédent les trois Regles suivantes.

# REGLES GENERALES.

*Du Mouvement & de la Mesure des Eaux, ou d'autres liqueurs quelconques de p&eacute;santeurs sp&eacute;cifiques & discretion, &c.*

- 1°.  $\frac{1^{\circ} \sqrt{p d}}{m} \times \int \overline{G G \times K k \times V A E} = \frac{\theta^{\circ} \sqrt{\pi d}}{m} \times \int \overline{H H \times N n \times V M N}.$
- 2°.  $\frac{1^{\circ} \sqrt{p}}{e \sqrt{d}} \times \int \overline{G G \times K k \times V A E} = \frac{\theta^{\circ} \sqrt{\pi}}{e \sqrt{d}} \times \int \overline{H H \times N n \times V M N}.$
- 3°.  $\frac{1^{\circ} \sqrt{p}}{e \sqrt{d}} \times \int \overline{G G \times K k \times V A E} = \frac{\theta^{\circ} \sqrt{\pi}}{e \sqrt{d}} \times \int \overline{H H \times N n \times V M N}.$

Il est ici & remarquer que la masse de chaque corps (quelconque) &tant &gale au produit de sa densit&eacute; par son volume, & la p&eacute;santeur absolue &gale aussi au produit de la p&eacute;santeur

eur spécifique par son même volume; la masse de quelque corps que ce soit, doit toujours être à sa densité, comme sa pesanteur absolue à sa pesanteur spécifique. Ainsi suivant les noms précédens, on doit avoir par tout ici  $m. d :: g. p. \& \mu. \delta :: \gamma. \pi$ . Ce qui servira à chasser des Regles précédentes celle qu'on voudra de ces quatre grandeurs, en lui substituant dans ces Regles les deux valeurs que ces deux Analogies en donneront.

## COROLLAIRE I.

XVI. Pour tirer présentement de ces Regles tout ce que l'on en a donné jusqu'ici par rapport à cette matière, & même plusieurs autres auxquelles il ne paroît pas que l'on ait encore pensé; il est aussi à remarquer que de tous les filets d'eau horizontaux de chaque ouverture ou section de Rivière, de Canal, ou de Vase, tels que sont  $GggG$  dans l'ouverture  $BGCCB$  de la Fig. 4. il y en a toujours nécessairement un entre le plus haut & le plus bas de cette ouverture, & qui pour cela s'appellera dans la suite *filet moyen*, dont la vitesse (qu'on appellera aussi *vitesse moyenne*) est telle, que s'ils l'avoient tous, ce qu'il couleroit alors d'eau ou d'autre liqueur quelconque par cette ouverture, seroit précisément égal à ce que leurs vitesses effectives (qui y sont différentes) y en font passer en pareil temps. Par conséquent le produit d'une telle vitesse moyenne entre la plus grande & la moindre de celles-ci, multipliée par cette ouverture  $\sqrt{GG \times Kk}$ , seroit  $= \sqrt{GG \times Kk} \times \sqrt{AE \times \rho \delta}$ . On trouvera de même que le produit de la vitesse moyenne à

0 2

l'ou-

l'ouverture  $\int \overline{HH \times Nn}$ , multipliée par cette ouverture, seroit  $= \int \overline{HH \times Nn \times \sqrt{MN \times \pi d}}$ , en prenant de part & d'autre  $\sqrt{\overline{AE \times p \delta}}$  &  $\sqrt{\overline{MN \times \pi d}}$  pour les vitesses des filets correspondans  $GG \times Kk$  &  $HH \times Nn$  des liqueurs qui s'écoulent par les ouvertures ou sections  $BCCGB$  &  $RHIHR$ , comme on l'a fait ci-dessus art. 14. num. 1. Donc en prenant de même pour les vitesses moyennes dont il s'agit ici, les Racines des produits des densitez  $d, \delta$ , réciproquement prises des liqueurs en question, multipliées par leurs pesanteurs spécifiques  $p, \pi$ , directement prises, & par les hauteurs qui leur donnent effectivement ces mêmes vitesses, aussi directement prises; & en prenant de plus  $b, \lambda$ , pour ces hauteurs, qu'on appellera aussi *hauteurs moyennes*: l'on aura

$$\sqrt{\overline{hp \delta}} \times \int \overline{GG \times Kk} = \int \overline{GG \times Kk \times \sqrt{\overline{AE \times p \delta}}}$$

$$\& \sqrt{\overline{\lambda \pi \delta}} \times \int \overline{HH \times Nn} = \int \overline{HH \times Nn \times \sqrt{\overline{MN \times \pi d}}}$$

c'est-à-dire,  $\sqrt{\overline{b}} \times \int \overline{GG \times Kk} = \int \overline{GG \times Kk \times \sqrt{\overline{AE}}}$ ,  
 &  $\sqrt{\overline{\lambda}} \times \int \overline{HH \times Nn} = \int \overline{HH \times Nn \times \sqrt{\overline{MN}}}$ , à cause que les pesanteurs spécifiques  $p, \pi$ , & les densitez  $d, \delta$ , (*hyp.*) constantes, se trouvent également dans les deux membres de ces équations. Donc en substituant ces valeurs de  $\int \overline{GG \times Kk \times \sqrt{\overline{AE}}}$ , & de  $\int \overline{HH \times Nn \times \sqrt{\overline{MN}}}$  dans les trois Règles générales du précédent art. 15. elles se changeront en celles-ci:

$$1^{\circ}. \frac{1}{m} \sqrt{\overline{hp \delta}} \times \int \overline{GG \times Kk} = \frac{\theta \sigma \sqrt{\overline{\lambda \pi \delta}}}{\mu} \times \int \overline{HH \times Nn}.$$

$$2^{\circ}. \frac{1}{\sqrt{\overline{d}}} \sqrt{\overline{hp}} \times \int \overline{GG \times Kk} = \frac{\theta \sigma \sqrt{\overline{\lambda \pi}}}{\sqrt{\overline{\delta}}} \times \int \overline{HH \times Nn}.$$



$$3^{\circ}. \frac{13p\sqrt{bp}}{2\sqrt{d}} \times \int GG \times Kk = \frac{\theta\sigma\pi\sqrt{\lambda\pi}}{2\sqrt{\delta}} \times \int HH \times Nn.$$

lesquelles seront aussi générales que celles-là, & dans lesquelles les hauteurs moyennes fixes & constantes des liqueurs, se trouvent au lieu des véritables qui étoient dans ces trois autres Regles de l'article 15.

## COROLLAIRE II.

XVII. Mais si l'on veut introduire aussi les vîteses moyennes de ces mêmes liqueurs, pour lesquelles on vient (*art.* 16.) de substituer leurs proportionnelles  $\sqrt{bpd}$ ,  $\sqrt{\lambda\pi d}$ , & qu'on appelle ces vîteses  $u$ ,  $v$ ; alors ayant (*art.* 1. 2. & 12.)  $u. v. :: \sqrt{bpd}. \sqrt{\lambda\pi d}.$

1°. Si l'on multiplie les deux Antécédens de cette Analogie par  $d$ , & les deux Conséquens par  $\delta$ , on aura  $u d. v \delta. :: d\sqrt{bpd}. \delta\sqrt{\lambda\pi d} :: \sqrt{bpd\delta d}. \sqrt{\lambda\pi\delta\delta d} :: \sqrt{bpd}. \sqrt{\lambda\pi\delta}.$  c'est-à-dire,  $u d. v \delta. :: \sqrt{bpd}. \sqrt{\lambda\pi\delta}.$  il n'y aura qu'à substituer les deux premiers termes de cette Analogie à la place des deux derniers dans la première des trois Regles du précédent art. 16. & elle se changera en celle-ci :

$$\frac{13ud}{m} \times \int GG \times Kk = \frac{\theta\sigma v\delta}{\mu} \times \int HH \times Nn.$$

2°. Si l'on multiplie les deux Antécédens de l'Analogie  $u. v. :: \sqrt{bpd}. \sqrt{\lambda\pi d}.$  par  $\sqrt{bpd}$ , & les deux Conséquens par  $\sqrt{\lambda\pi\delta}$ , elle se changera en  $u\sqrt{bpd}. v\sqrt{\lambda\pi\delta} :: \sqrt{bbpp\delta d}. \sqrt{\lambda\lambda\pi\pi\delta d} :: b p. \lambda \pi.$  Ce qui donnant  $\sqrt{bpd}. \sqrt{\lambda\pi\delta} ::$   
0 3 bp

$\frac{hp}{u} \cdot \frac{\lambda\pi}{v}$ . Il n'y aura qu'à substituer les deux derniers termes de cette Analogie à la place des deux premiers dans la première des trois Regles de l'art. 16. & elle se changera encore en celle-ci :

$$\frac{tshp}{mu} \times \int \overline{GG \times Kk} = \frac{\theta\sigma\lambda\pi}{\mu v} \times \int \overline{HH \times Nn}.$$

3°. Et là si on considere que  $m = ed$ , &  $\mu = \varepsilon\delta$ , la substitution de ces valeurs de  $m$ ,  $\mu$ , dans cette Regle-ci la changera encore en

$$\frac{tshp}{u\epsilon d} \times \int \overline{GG \times Kk} = \frac{\theta\sigma\lambda\pi}{u\epsilon\delta} \times \int \overline{HH \times Nn}.$$

Il est visible que ces trois Regles n'ayant souffert aucune restriction, seront encore aussi générales que celles de l'article 15.

### COROLLAIRE III.

XVIII. On introduira de même les vitesses moyennes  $u$ ,  $v$ , dans la seconde & dans la troisième des Regles générales de l'art. 16. par le moyen de l'Analogie  $u.v :: \sqrt{h p d} . \sqrt{\lambda \pi d}$ . du précédent art. 17. Car cette Analogie donnant aussi  $u.v :: \frac{\sqrt{h p}}{\sqrt{d}} . \frac{\sqrt{\lambda \pi}}{\sqrt{d}}$ . Il n'y aura qu'à

substituer les deux premiers termes au lieu des deux derniers de cette dernière Analogie dans ces deux dernières Regles de l'art. 16. & elles se changeront en ces deux-ci :

$$1^{\circ}. \frac{t^2 s^2}{g} \times \int \overline{GG \times Kk} = \frac{\theta \sigma v}{g} \int \overline{HH \times Nn}.$$

$$2^{\circ}. \frac{t^2 p^2}{g} \times \int \overline{GG \times Kk} = \frac{\theta \sigma \pi v}{g} \int \overline{HH \times Nn}.$$

Ces deux Regles sont encore auffi générales que celles de l'article 15.

## COROLLAIRE IV.

XIX. Si présentement pour la commodité du calcul, on appelle  $b, \beta$ , les bases, ou plutôt les ouvertures  $BGCGB, RHIHR$ , des Canaux ou Réservoirs en question, enforte que l'on ait  $b = \int \overline{GG \times Kk}$ , &  $\beta = \int \overline{HH \times Nn}$ ; la substitution de ces valeurs dans les Regles des art. 16. 17. & 18. les changera encore en celles qui suivent la Liste que voici des noms qui y entrent.

|                                                                                     |                 |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| Bases ou Ouvertures par où les liqueurs s'écoulent. . . . .                         | $b, \beta.$     |
| Sinus d'inclinaison du fil de ces liqueurs avec ces bases. . . . .                  | $s, \sigma.$    |
| Hauteurs moyennes de ces liqueurs par dessus ces mêmes ouvertures ou bases. . . . . | $h, \lambda.$   |
| Leurs vîtesses moyennes. . . . .                                                    | $u, v.$         |
| Leurs pèsanteurs spécifiques. . . . .                                               | $p, \pi.$       |
| Leurs pèsanteurs absolues, ou leurs gravitez totales. . . . .                       | $g, \gamma.$    |
| Leurs densitez. . . . .                                                             | $d, \delta.$    |
| Les temps ou les durées de leurs écoulemens. . . . .                                | $t, \theta.$    |
| Quantitez ou masses de ce qu'il s'écoule pendant ces temps. . . . .                 | $m, \mu.$       |
| Leurs volumes, ou les espaces qui comprennent ces masses. . . . .                   | $e, \epsilon.$  |
|                                                                                     | $04. \quad AU.$ |

## AUTRES REGLES

*Déduites de celles de l'article 15. & aussi générales qu'elles.*

$$1^{\circ}. \frac{bts\sqrt{hpd}}{m} = \frac{\beta\theta\sigma\sqrt{\lambda\pi\delta}}{\mu}.$$

$$2^{\circ}. \frac{bts\sqrt{hp}}{e\sqrt{d}} = \frac{\beta\theta\sigma\sqrt{\lambda\pi}}{i\sqrt{\delta}}.$$

$$3^{\circ}. \frac{bisp\sqrt{hp}}{g\sqrt{d}} = \frac{\beta\theta\sigma\pi\sqrt{\lambda\pi}}{\gamma\sqrt{\delta}}.$$

$$4^{\circ}. \frac{btsud}{m} = \frac{\beta\theta\sigma u\delta}{\mu}.$$

$$5^{\circ}. \frac{bsthp}{mn} = \frac{\beta\theta\sigma\lambda\pi}{\mu v}.$$

$$6^{\circ}. \frac{bsthp}{ued} = \frac{\beta\theta\sigma\lambda\pi}{u\delta}.$$

$$7^{\circ}. \frac{btsu}{e} = \frac{\beta\theta\sigma u}{i}.$$

$$8^{\circ}. \frac{bstpu}{g} = \frac{\beta\theta\sigma\pi u}{\gamma}.$$

XX. Il est à remarquer que la comparaison de ces huit Regles entr'elles, en peut produire encore plusieurs autres toutes aussi générales qu'elles : chacun peut l'essayer, & choisir la plus commode par rapport à la question. Et là il est encore à remarquer qu'elles en produiront aussi autant de particulieres qu'on voudra, se-

selon tout ce qu'on peut supposer de rapports entre ce qu'elles contiennent : Pour cela il n'y aura qu'à multiplier ou à diviser celle qu'on voudra de ces Regles par l'équation résultante du rapport supposé ; & le produit ou le quotient de cette operation , sera une Regle particuliere de cette hypothèse.

Par exemple , 1°. En supposant  $bts\sqrt{pd} = \beta\theta\sigma\sqrt{\pi d}$ , la premiere de ces huit Regles générales (art. 19.) divisée par cette équation ,

donnera  $\frac{\sqrt{b}}{m} = \frac{\sqrt{\lambda}}{\mu}$  , ou  $m. \mu. :: \sqrt{b}. \sqrt{\lambda}$ .

2°. En supposant  $ts\sqrt{hpd} = \theta\sigma\sqrt{\lambda\pi d}$ , cette

1<sup>re</sup> Regle donnera de même  $\frac{b}{m} = \frac{\beta}{\mu}$ , ou  $m.$

$\mu. :: b. \beta$ . 3°. En supposant  $bts\sqrt{hpd} = \beta\theta\sigma\sqrt{\lambda\pi d}$ , la même Regle donnera encore

$\frac{1}{m} = \frac{1}{\mu}$ , ou  $m = \mu$ . Et ainsi de tout ce qu'on

peut faire d'autres suppositions à l'infini ; de même aussi de toutes les autres Regles du précédent art. 19. & de celles de l'art. 15. d'où elles se déduisent.

Il est encore à remarquer que si dans les trois précédentes Regles particulieres que la premiere des générales de l'article 19. vient de fournir pour les hypothèses auxquelles on vient de l'appliquer, on suppose de plus que les liqueurs soient homogenes ou la même de part & d'autre ; alors ayant  $m. \mu. :: e. e.$  elles se trouveront être les trois que M. Mariotte a données pour les dépenses des Réservoirs dans son *Traité du Mouvement des Eaux* , pag. 265. 275. & 295. de la premiere Edition , où il appelle *Ouvertures* les diamètres de celles dont il se sert, c'est leurs capacitez qu'on appelle ici de ce nom.

Si au lieu de diviser par les équations supposées la premiere Regle générale qui vient de donner ces particulieres de M. *Marotte*, on l'eût multipliée par ces mêmes équations, elle auroit encore donné autant d'autres Regles particulieres de ces mêmes suppositions. Cette Regle générale & les autres de l'art. 29. fourniront de même toutes celles de *Castelli*, *Torricelli*, *Borelli*, *Guillelmini*, &c. avec une infinité d'autres, en s'en servant comme l'on vient de faire de celle-là. Ainsi nous ne nous y arrêterons pas davantage.

~~~~~

O B S E R V A T I O N S

SUR UN CERVEAU PETRIFIE.

Par M. DU VERNEY le jeune.

* **V**OICI une chose des plus rares, & tout ensemble des plus importantes qu'il y en ait dans l'histoire naturelle. Elle est si rare, que dans tous les Livres que j'ai consultez, je n'en ai trouvé qu'un seul exemple : Elle est si importante, qu'elle semble renverser tout ce que l'on a dit jusqu'ici des usages du cerveau, c'est-à-dire, tout ce que l'on a toujours crû de plus certain & de plus nécessaire dans l'économie du corps des animaux.

Quelque différentes que soient les opinions des Auteurs touchant la substance du cerveau, elles s'accordent toutes en un point, qui est que cette substance est molle, souple, tendre &

* 24. Novembre 1703.

& flexible, sans quoi elle ne pourroit servir aux usages auxquels on la croit destinée.

Mais voici un cerveau dont la substance est très-différente de ce que tous les Auteurs tant anciens que modernes se sont imaginé. Bien loin d'être mou & flexible, il est aussi dur que du marbre. C'est le cerveau d'un bœuf qui a été tué tout récemment. Ce n'est pas depuis la mort de l'animal qu'il s'est endurci ; on l'a trouvé tel au moment que ce bœuf a été tué : & ce qui est presque incroyable, ce bœuf avec son cerveau petrifié étoit gros & gras, & se portoit aussi bien qu'aucun autre de ceux qui étoient dans le marché où il fut vendu. Si ce cerveau petrifié s'étoit trouvé dans un animal malade, la chose ne seroit pas si surprenante : car il y a des exemples de certaines conformations extraordinaires du cerveau de quelques animaux : on a même trouvé des fœtus qui n'avoient point de cerveau. Mais ces animaux n'étoient pas en santé, & ces fœtus n'ont pas vécu. Il n'en est pas de même du fait dont je parle. Le bœuf où s'est trouvé ce cerveau de pierre, se portoit bien : & c'est ce qui surpasse presque toute croiance. Voici comment l'on s'est aperçu de ce prodige.

Il n'y a pas encore trois mois qu'une Bouchère nommée la Veuve Coart, de la Boucherie du petit Châtelet, ayant acheté quelques bœufs, en fit mener un à la tuerie. Ce bœuf lorsqu'on fut sur le point de l'affommer, s'échapa jusqu'à quatre fois : ce qu'il est important de remarquer, pour faire voir que ce n'étoit point un animal foible & languissant ; mais qu'au contraire il étoit très-fort & très-vigoureux. Enfin il fut affommé : mais quand on vint à lui fendre la tête, le crane ayant été entamé,

le cerveau résista au couperet. Le Boucher croiant que son coup avoit porté sur l'anneau de fer où la tête étoit attachée, redoubla le coup, mais sans effet; & ayant vainement frappé une troisième & une quatrième fois, il fut obligé de prendre un marteau, & de mettre le crane en pieces pour en tirer le cerveau. Après qu'il eut fracassé le crane à coups de marteau, il fut bien surpris lui & ses camarades de trouver une espèce de gros caillou au lieu de cerveau. Ils vinrent me l'apporter; & je fus encore bien plus surpris qu'eux, quand je vis ce prodige. Comme toutes les parties du crane avoient été brisées, il me fut impossible d'y remettre chaque partie à sa place.

Enfin voilà un cerveau petrifié, qui semble mettre à bout les raisonnemens que les plus sçavans hommes ont fait jusqu'ici touchant les usages de cette partie, qui est une des principales & peut-être la principale du corps de l'animal. Car comment ce cerveau de pierre pouvoit-il recevoir les impressions des objets? Comment les esprits animaux pouvoient-ils le pénétrer? Comment trouver dans cette masse de pierre tous ces filets tendres & souples que l'on prétend pouvoir être pliez en tous sens par la seule force des esprits animaux qui les touchent?

Je contemplai à loisir ce cerveau, & j'en examinai toutes les parties avec admiration. Sa figure est singulière & très-différente de celle d'un cerveau ordinaire. Sa surface est par tout inégale & raboteuse; & on le peut en quelque sorte comparer à une rocaille telle que l'on en voit dans des grottes de plusieurs jardins. Les deux grands lobes sont plus épais & plus ramassés qu'ils ne le sont naturellement. Ils
sont

font situez obliquement tant à leur partie supérieure qu'à l'inférieure. Ils ont à la supérieure chacun une avance : celle du lobe gauche qui excède environ d'un travers de doigt la surface de tout le reste, est assez arrondie : celle du lobe droit, laquelle s'élève bien de la hauteur d'un pouce, est plus large & forme une espece de selle-à-cheval, terminée à chaque extrémité par un pommeau, dont celui de derrière est rond comme un petit bouton, & celui de devant, qui est beaucoup plus gros, est aussi plus large, & a dans son milieu une espece de rainure. Ces deux éminences laissent entr'elles un vuide assez considerable, qui se continue jusqu'au dessous de la base du crâne en formant d'espace en espace des cavitez inégales & plus ou moins grandes, dont les deux plus considerables peuvent contenir une petite noisette. La partie inférieure du lobe gauche jette une avance mouffe qui déborde au de-là de celle du côté droit. Les diverses anfractuosités que forment les sillons du cerveau paroissent en quelques endroits plus grandes qu'à l'ordinaire, & même séparées, laissant des sinuosités & des enfoncemens qui apparemment ont été creusés par le mouvement des vaisseaux qui s'y sont conservés ; de même que sur la lame intérieure des os du crâne l'on voit des sillons formés par la trace des vaisseaux. En plusieurs endroits des lobes de ce cerveau, l'on voit aussi des anfractuosités qui sont encore jointes par la pie-mère, laquelle s'est endurcie & petrifiée presque par tout ailleurs, de même que le cerveau ; si ce n'est qu'au dedans de la partie postérieure des lobes qui joint la partie laterale du cervelet, on trouve encore une substance tendre & spongieuse qui ne s'est

point endurcie & petrifiées comme tout le reste : ce que l'on sent facilement en y introduisant un stilet ; car cette partie ne résiste point, comme ailleurs, au stilet ; & cet endroit-là est proprement ce qu'on appelle la troisième cavité ou le troisième ventricule , au dessus duquel est située la grande pineale qui est à la rencontre des sinus de la dure-mere. Quoique l'éminence qui est en cet endroit soit plus grosse qu'une noix , sa situation donne lieu de croire que c'est la glande pineale. Cette glande est comme articulée & emboîtée , par sa partie antérieure & supérieure , avec les deux avances des lobes que nous avons décrites ; & par sa partie postérieure & inférieure , avec le cervelet. A la partie inférieure de cette glande il y a plusieurs cavitez , dont la plus considérable , qui est à la partie supérieure & postérieure du lobe droit , forme une grande sinuosité , laquelle passant sur le côté droit du cervelet , vient aboutir à une autre grande cavité d'environ un travers de doigt de diamètre , où doit être le commencement de la moelle allongée. L'on voit aussi au dessus du même endroit un léger enfoncement environ de la grandeur d'un denier , lequel enfoncement est encore revêtu de sa membrane , & paroît transparent.

A la base du crane & à côté de cette cavité , tout proche d'une autre sinuosité assez considérable , l'on trouve encore une substance tendre , spongieuse , & même moelleuse : car en y introduisant un stilet , non-seulement il y pénètre très-facilement de la profondeur de cinq à six lignes , mais en le retirant on le trouve tout enduit de cette moelle ; & ce qui est assez étonnant , c'est que les parties voisines sont aussi dures que du marbre.

Le

Le cervelet est situé obliquement en s'élevant de derrière en devant sur le lobe gauche; & l'avance qu'on nomme vermiforme, parce qu'elle a la figure d'un ver, laquelle avance naturellement est courbée & cachée sous les lobes, se trouve ici élevée sur le lobe gauche. Entre le même lobe & la même avance il y a une cavité considérable, de figure irrégulière & tirant sur l'ovale, qui pénètre fort avant dans la substance du cerveau, & qui dans l'endroit où elle se termine paroît moins dure & seulement comme ossifiée. Le cervelet a conservé à peu près sa figure naturelle, & il ne s'y est trouvé aucune cavité considérable, mais seulement de petits enfoncemens & des sinus qui paroissent avoir été formez par l'écartement des sillons.

Dans la base du cerveau, qui a été coupée par le Boucher, on remarque distinctement la partie cendrée & la partie blanche, toutes pétrifiées qu'elles sont.

Après les circonstances que je viens de rapporter, je ne croi pas que l'on puisse douter que ce cerveau n'ait véritablement été d'un animal vivant. S'il étoit tout de pierre, l'on pourroit dire que c'est une production semblable à celle de ces os que quelques-uns prétendent être fossiles, & à ces pétrifications admirables que l'on trouve quelquefois dans la terre, & qui sont pour ainsi dire, des jeux de la nature. Mais ce que je viens de faire remarquer, & ce que l'on peut encore voir ici, c'est que dans ce cerveau pétrifié il y a en certains endroits quelques parties qui sont osseuses; qu'à sa base on trouve encore une substance tendre & spongieuse; que même on y voit une substance moelleuse, & que lorsqu'on y a
four-

fourré un filet on le trouve enduit de cette moelle. Tous ces faits dont on se peut convaincre par ses propres yeux, prouvent invinciblement que ce cerveau n'est point une production ni du hazard ni de l'art, comme peuvent être ces os fossiles & certaines productions artificielles. Les singularitez que l'on voit dans ce cerveau, sont des caracteres de verité que le hazard ne peut contrefaire, & que l'art ne sauroit imiter.

Voilà ce qu'un morceau aussi irrégulier que celui-ci, m'a permis d'observer & de décrire. Je n'ai point trouvé à propos de le scier & séparer en plus de parties qu'il n'est; parceque j'ai crû que je n'y découvrois rien de plus extraordinaire: cependant peut-être dans la suite pourrai-je y revenir & m'assurer par l'inspection de toutes les parties interieures s'il n'y a rien de particulier.

Bien que les exemples ne soient pas nécessaires pour autoriser une chose si évidente; j'ai été ravi de trouver dans les Ouvrages d'un Auteur célèbre un fait semblable, qui confirme celui-ci. J'ai dit au commencement de ce discours que je n'en ai trouvé qu'un seul exemple dans tous les Livres que j'ai consultez; c'est le célèbre *Bartholin* qui le rapporte dans la quatre-vingt onzième Histoire du sixième Livre de ses *Centuries Anatomiques*. Il dit que de son temps en *Suede* comme un Boucher vouloit tuer un bœuf & qu'il lui eut fendu le crâne d'un coup de hache le cerveau refusa le coup & fit sauter la hache: Que ce cerveau se trouva pétrifié dans sa masse: Que le bœuf étant en vie portoit toujours sa tête basse: Qu'il devenoit fort maigre, & que cela avoit déterminé son Maître à le vendre au Boucher. *Bartho-*

Bartholin ajoûte qu'il n'avoit pas vû ce cerveau, mais que *Steno Bielke*, Ambassadeur de *Suede*, de qui il avoit appris la chose, l'avoit assuré qu'il l'avoit vû dans la maison du Comte d'*Oxenstiern* où on le gardoit, & que cet Ambassadeur lui avoit promis de lui en envoyer une figure très-exacte, & même un morceau. La différence qu'il y a entre nôtre observation & celle de *Bartholin*, est que le bœuf dont il parle étoit extrêmement maigre, au lieu que le nôtre étoit gras & se portoit fort bien.

Mais enfin que répondre aux objections que ces observations fournissent contre ce que l'on a toujours crû sur un sujet si important? *Bartholin* avoue qu'il s'y trouve fort embarrassé. *Le cerveau*, dit-il; *ne doit plus être mis au rang des parties nobles, puisque ses fonctions ne sont pas absolument nécessaires à la vie.* Voilà donc le cerveau dégradé de la noblesse dont il avoit jouï jusqu'à présent. Je conviens avec cet Auteur que la chose est fort embarrassante: néanmoins tout étant bien considéré, je crois que l'on peut donner quelques solutions à ces difficultez.

Si toutes les parties du cerveau de nôtre bœuf se trouvoient également petrifiées & par tout aussi endurcies qu'elles le sont en un très-grand nombre d'endroits; il seroit très-difficile, pour ne pas dire impossible, d'expliquer comment l'animal auroit pû vivre; la communication du cerveau avec toutes les autres parties du corps étant interceptée & les esprits, qu'il doit continuellement envoyer pour la nourriture & la vivification des parties, ne pouvant plus passer. Mais la substance molle & spongieuse qui s'est encore trouvée en quelques endroits, comme je l'ai fait remarquer, donne jour pour établir quelques conjectures vrai-

vrai-semblables. On peut dire que cette substance moelleuse a toujours pu fournir une certaine quantité d'esprits, non-seulement pour faire faire aux nerfs du cerveau leurs fonctions ordinaires, mais aussi pour servir à la nourriture de toutes les autres parties: Et ce qui donne lieu de le croire, c'est qu'à la base du crâne on a encore trouvé des nerfs qui paroissent dans leur état naturel, ainsi que toute la moelle de l'épine. On ne sauroit douter que cela n'ait pu suffire pour toutes ces diverses fonctions, si l'on considère que l'on a vu des personnes en qui la substance du cerveau étoit fort endommagée même à la base du crâne, dont néanmoins toutes les actions n'ont pas laissé d'être encore pendant un certain temps aussi libres qu'auparavant; parceque les nerfs n'avoient souffert presque aucun dérangement. Je me contenterai d'en rapporter un exemple arrivé de notre temps. A la journée de *Valeur* M. le Chevalier *Colbert* Grand Bailli de *Malthe*, qui a si bien soutenu ce caractère de vaillant naturel à toute sa famille, reçut à la tête un coup de pierre qui lui écrasa l'œil gauche & poussa même tout le fond de l'orbite dans le cerveau, comme on le reconnut dans la suite. Cependant à l'exception du moment qu'il fut blessé, où il perdit connoissance & se trouva comme en extase (à ce qu'il me dit) il conserva jusqu'à sa mort, qui arriva le septième jour de sa blessure, un jugement fort sain & une tranquillité d'esprit surprenante. En un mot il continua de faire toutes ses fonctions, tant purement mécaniques que volontaires, avec la même liberté qu'il avoit fait avant sa blessure: ce qui donna lieu à la plupart de ceux qui le voioient de juger que le cerveau n'avoit

re-

reçu aucune atteinte; quoique le Chirurgien Major de son Regiment, qui lui avoit mis le premier appareil, assurât qu'il avoit trouvé de la substance du cerveau, qui s'étoit échappée dans la plaie. Enfin quoiqu'il n'y eût aucun fâcheux accident qui se déclarât & qui pût faire faire un mauvais pronostic; le Malade mourut, comme l'on vient de le dire, sur la fin du septième jour; sans qu'il lui fût survenu autre chose que ce qu'on nomme inquiétude & embarras de tête, & cela seulement quelques heures avant sa mort. Je l'ouvris en la présence de *M^{rs}. Triboulland, Thurodin, Martineau*, & de plusieurs autres. Après avoir découvert la peau, nous apperçûmes sur le crâne une fracture qui traversoit d'une orbite à l'autre en passant par la suture coronale & la sagittale à l'endroit où elles se rencontrent. Le crâne levé, & le cerveau ouvert, nous le trouvâmes rempli d'une espece de bouillie qui n'étoit autre chose qu'une fonte d'une partie de la substance du cerveau, avec quantité de petites esquilles qui avoient été poussées jusques-là ou par la violence du coup ou par la suppuration. Toute la substance du cerveau étoit également contuse & altérée jusqu'au cervelet; leurs anfractuosités se trouvant séparées les unes des autres par la dissolution & le relâchement de la pie-mere. Enfin le cerveau étant ôté, nous reconnûmes que la partie antérieure de la selle de l'os sphénoïde étoit toute écrasée.

Cette observation fait voir, comme je l'ai dit, que quoiqu'il se trouve quelquefois une portion considérable du cerveau ou emportée ou détruite, il peut arriver que les nerfs ne laissent pas de fournir suffisamment des esprits pour faire faire au sujet, du moins pendant un cer-

certain temps, toutes ses fonctions Ainsi-quoi-que la plus grande partie du cerveau de nôtre bœuf ait été petrifiée ; il n'a pas laissé de vivre, par la même raison que les nerfs ont pû recevoir & distribuer des esprits, ou peut-être en préparer eux-mêmes. On sera facilement porté à embrasser ce sentiment, si l'on se souvient de ce qu'ont écrit plusieurs Auteurs, que l'on a vû des enfans venir à terme qui n'avoient point de cerveau : & même M. *Mery*, dont le merite est connu, m'a montré chez lui le squelette d'un enfant qui n'avoit ni cerveau ni moelle de l'épine, & dont cependant les nerfs étoient distribuez comme à l'ordinaire.

La remarque que *Bartholin* a faite en parlant de l'observation rapportée ci-dessus, confirme ce que je dis, que la substance tendre & spongieuse qui s'est encore trouvée en quelques endroits du cerveau de nôtre bœuf, a pû fournir des esprits aux nerfs. Car cet Auteur dit qu'ayant de la peine à concevoir comment le bœuf dont le cerveau s'étoit petrifié, avoit pû vivre jusqu'à l'heure qu'il fut assommé par le Boucher, & soupçonnant qu'il falloit qu'il y eût dans ce cerveau quelques sinus ouverts, par lesquels les esprits animaux passassent librement des arteres & des nerfs ; il fut confirmé dans ce sentiment par M. *Bielke* Ambassadeur de *Suede*, qui l'assura qu'en effet en divers endroits de ce cerveau, il y avoit des trous où pouvoient aisément passer des brins de paille. Après tout, de quelque maniere que le bœuf ait pû vivre, il faut toujours avouer que ce cerveau petrifié est une espece de prodige ; puisque l'on reconnoît tous les jours que de legeres blessures faites au cerveau, ou seulement à ses membranes, y causent un bouleversement général

ral qui le prive de toutes ses fonctions.

J'ajouterais à ce que je viens de dire, qu'assez souvent les desordres qui arrivent aux parties, dépendent moins de leur dérangement, que de l'alteration qui survient aux liqueurs, lesquelles ou devenues âcres & corrosives, ou ayant reçu des qualitez étrangères, causent en se mêlant dans le sang presque les mêmes desordres que causent les liqueurs que l'on seringue dans les vaisseaux. Cela se confirme par la morsure de certains animaux, dont le venin qui n'agit presque que sur les liqueurs, produit tous ces funestes effets dont on ne voit que trop d'exemples.

EXPLICATION DES FIGURES.

Première Figure.

AAAAA. La circonference du cerveau.

BBBB. Les deux grands lobes.

CC. Les avances, dont j'ai parlé, qui s'élèvent sur la partie supérieure des lobes.

DDD. Le vuide ou espace qui commence entre ces deux éminences, & qui se continue jusqu'au dessous de la base du crane.

E. Est une avance mouffe, qui déborde au delà de celle du côté droit environ d'un travers de doigt.

FFFF. Plusieurs anfractuosités séparées & entrouvertes, qui forment des sinuosités & des enfoncemens.

GGGG. L'éminence que je croi être la glande pineale, tant par sa figure & par sa situation, que par son emboitement, au moyen duquel elle s'est conservé un certain jeu entre le cerveau & le cercelet.

Seconde Figure.

Cette Figure représente le cerveau vû de côté.

HHHH. Le cervelet.

I. L'avance vermiforme anterieure, qui se trouve élevée sur le lobe gauche.

L. L'avance vermiforme posterieure.

M. La cavité qui est entre le cervelet & l'avance de la partie superieure du lobe gauche, dont le fond & les côtez paroissent moins durs & seulement comme ossifiez.

N. L'avance inferieure du lobe gauche, dont on a parlé.

O. L'avance superieure.

PP. La glande pineale, située de maniere, que l'on voit aisément son emboitement avec le cerveau & le cervelet.

RR. L'avance superieure du lobe droit, faite en forme de selle à cheval.

S. Une portion du lobe gauche, qui a été coupée par le Boucher.

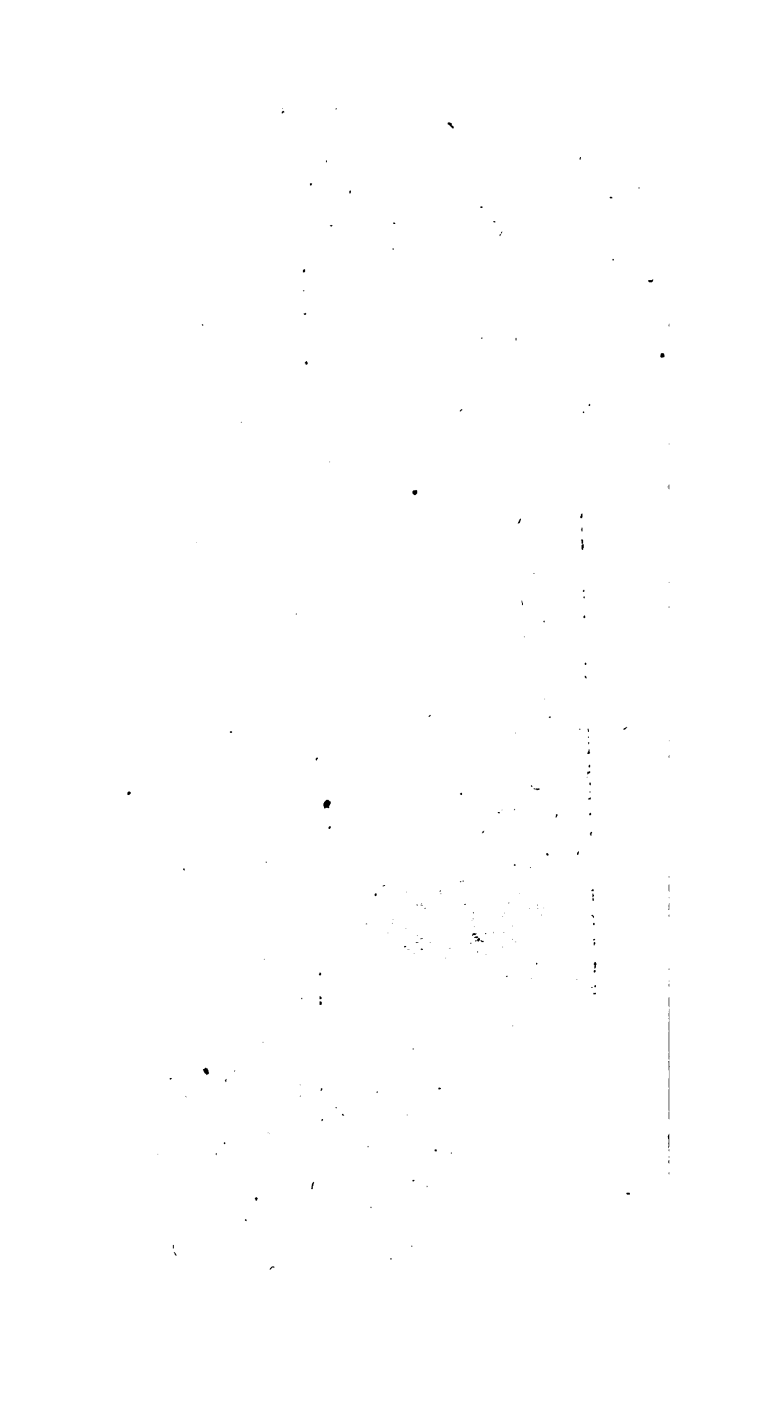
Troisième Figure.

Cette Figure représente ce même cerveau vû par sa partie posterieure, où l'on voit les diverses cavitez qui vont à la base du crane, marquées TTT.



Acad. 1703. Page 326.





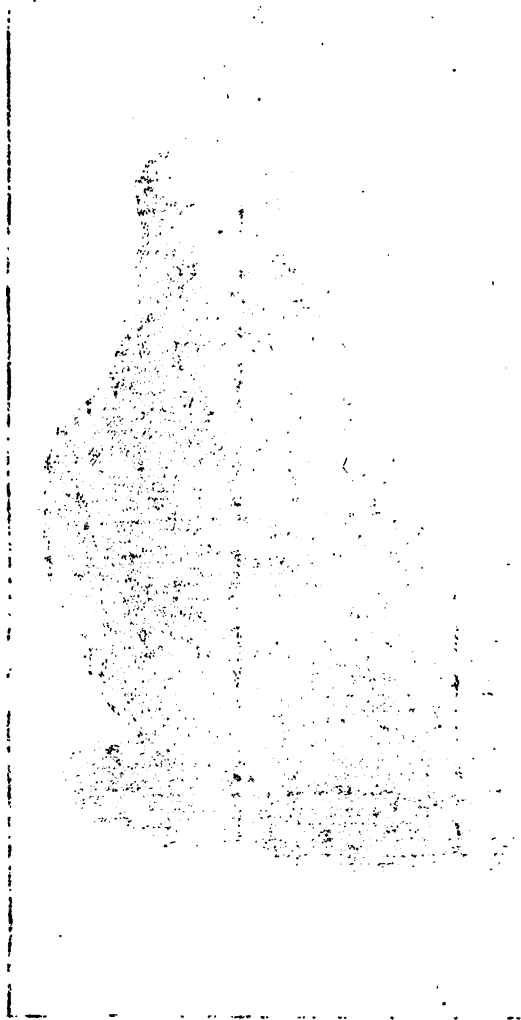


vue de côté.









~~~~~

# E X T R A I T

## D'UNE LETTRE

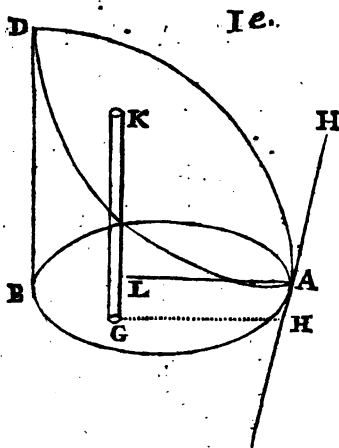
### DE M. B E R N O U L L I

*Professeur à Bâle, en datte du 11<sup>me</sup> Sept. 1703.  
Contenant l'Application de sa Regle du  
Centre de Balancement à toutes sortes de  
figures.*

\* **T**OUTE la doctrine de M. *Huygens* touchant le Centre d'Oscillation ou de Balancement, roule sur la dimension de certains Coins retranchez de la figure qui balance, & de la longueur de leurs sous-centriques (*sub-sentrica cunes*): Tellement que pour faire voir la convenance de ma Regle avec cette doctrine, je n'aurois qu'à y faire remarquer ces Coins; ce qui est très-facile.

Soit la figure plane quelconque  $AB$ , dont  $G$  soit une des parties infiniment petites, &  $HAH$  la tangente en  $A$ . Imaginons ensuite un cylindre droit sur cette figure, duquel un plan passant par  $HH$ , & incliné de 45. degrez sur celui de cette figure, retranche le Coin  $ABDA$ . Soit de plus  $L$  le point de cette base perpendiculairement situé sous le centre de gravité de ce Coin. Soit enfin  $GH$  la distance de  $G$  à la tangente  $HH$ , appelée  $x$ ; &  $G$  appelé  $dp$ . Donc la hauteur du petit prisme  $GK$  (qui a  $G$  pour

\* 1. Decembre 1703.



pour base) étant égale à  $GH$  ( $x$ ) à cause de l'angle demi-droit de la section précédente, ce prisme sera  $= x dp$ ; & son moment (*momentum*) à l'égard de la tangente  $HH$ , sera de même  $= x x dp$ . Donc la solidité du Coin qui a ce prisme pour élément, c'est-à-dire la somme de tous ces prismes, sera  $= \int x dp$ ; & son moment  $= \int x x dp$ , lequel étant divisé par ce même Coin, donnera la sous-centrique  $AL = \frac{\int x x dp}{\int x dp}$ .

Si présentement on coupe le Cylindre précédent par un autre plan incliné aussi de 45. degré sur la base  $AB$ , lequel plan rencontre cette base dans une ligne perpendiculaire à la Tangente  $HH$  de cette même base, & qu'on appelle  $y$  la distance de  $G$  à cette ligne; l'on aura un autre Coin, dont le moment à l'égard de cette ligne,



Sphéroïde quelconque qui balance sur un axe horizontal  $HAH$ ; soit  $BCAD$  la figure ou la section qui résulte de ce corps coupé par un plan vertical droit à l'axe  $HH$  du mouvement, &  $BPAQ$  celle qui résulte de même de ce corps coupé par le plan  $BHH$ : Il s'agit de trouver le centre d'Oscillation tant du Conoïde, que des figures  $BCAD$ ,  $BPAQ$ ; & des lignes  $CAD$ ,  $PAQ$ , considérées séparément hors du Conoïde; la figure ou ligne  $CAD$  ayant ses agitations *in latus*, & l'autre  $PAQ$  ayant les siennes *in planum*. Je conçois donc ce Conoïde divisé en une infinité de tranches parallèles à sa base & à l'axe du mouvement; qu'une de ces tranches est le cercle  $MKN$ ; que la commune intersection de ce cercle & du plan vertical, est le diamètre  $IK$ ; que celle du même cercle & de la figure  $PAQ$ , est le diamètre  $MN$ ; & qu'une de ses ordonnées au diamètre  $IK$ , est  $GF$ . Cela conçu, je fais  $AB=a$ ,  $BC=b$ ,  $AL=x$ ,  $LK=v$ ,  $LG=y$ ,  $GF=z=\sqrt{vv-yy}$ ,  $AK$  ou  $AM=s$ , la raison du diamètre à la circonférence  $=\frac{r}{p}$ ; & par

conséquent le cercle  $IMKN=\frac{pvv}{r}$ .

1°. Comme tous les points de l'ordonnée  $GF$ , qui est supposée parallèle à l'axe  $HH$  du mouvement, se meuvent également vite, c'est comme si le petit rectangle  $GF$  étoit tout ramassé en  $G$ ; & par conséquent comme si le

cercle entier  $IMKN$  ( $\frac{pvv}{r}$ ) étoit étendu le

long de la ligne  $IK$ : Et parce que tous les points de cette ligne répondent à une même

*AL*

$AL(x)$ , il s'ensuit que tous les  $x dp$  du cercle  $IMKN$  (c'est-à-dire tous les produits de ses élémens multipliez par  $x$ ) s'expriment par  $\frac{pvvx}{r}$ , & tous ses  $xx dp$  par  $\frac{pvvxx}{r}$ . Il n'en est

pas de même de tous ses  $yy dp$ , à cause que les différens points du diamètre  $IK$  ne répondent pas à une même  $y$ . Pour les trouver je considère que  $G$  étant chargé de tous les  $dp$  du petit rectangle  $GF(z dy)$ , tous les  $yy dp$  de ce rectangle sont  $yyz dy$ , & que l'intégrale de  $yyz dy$  doit marquer tous les  $yy dp$  du segment de cercle  $MLGF$ . Or l'intégrale de  $yyz dy$  est  $= \frac{1}{4} vv \times \int z dy - \frac{1}{4} yz^2$  (comme il paroît en prenant la différence de chaque quantité, & en substituant  $vv - yy$  au lieu de  $zz$ , &  $-y dy$  au lieu de  $z dz$ ): De sorte que lorsque  $LG$  devient  $LK$ , & que l'ordonnée  $GF(z)$  s'évanouit; alors  $\int z dy$  (c'est-à-dire la somme de tous les rectangles  $z dy$ ) devenant égale à tout le cercle  $\frac{pvv}{r}$ ,

l'on aura  $\frac{1}{4} vv \times \int z dy = \frac{pv^4}{4r}$ .

Après avoir ainsi trouvé que les sommes de tous les  $x dp$ ,  $xx dp$ , &  $yy dp$ , par rapport au

cercle  $IMKN$ , sont  $\frac{pvvx}{r}$ ,  $\frac{pvvxx}{r}$ , &  $\frac{pv^4}{4r}$ ;

si l'on multiplie chacune d'elles par  $dx$ , qui est l'épaisseur du cercle ou de la tranche

$IMKN$ , les intégrales des produits  $\frac{pvvx dx}{r}$ ,

$\frac{pvvxx dx}{r}$ , &  $\frac{pv^4 dx}{4r}$ , marqueront ces sommes.

par rapport à tout le Conoïde ou Sphéroïde  $CADP$ : De sorte que l'on aura la distan-

$$\begin{aligned}
& \text{cc du centre d'Oscillation } \frac{\int x x d p + \int y y d p}{\int x d p} = \\
& = \frac{\int \frac{p}{r} v v x x d x + \int \frac{p}{4 r} v^4 d x}{\int \frac{p}{r} v v x d x} = \frac{\int v v x x d x + \int \frac{1}{4} v^4 d x}{\int v v x d x} \\
& = \frac{\int x x + \frac{1}{4} v v \times v v d x}{\int v v x d x}.
\end{aligned}$$

D'où l'on voit que pour déterminer ce centre il ne reste plus que de mettre la valeur de  $vv$  en  $x$  dans cette Formule, suivant l'exigence de la figure  $AKCB$  section du Conoïde par l'axe  $AB$ , & d'en prendre ensuite l'intégrale. En voici quelques exemples :



| Solide proposé.                                    | Valeur de $vv$ .                       | Quantité $\int vx + \frac{1}{4}vvx + vvd x$<br>$\int vvd x$          | La même<br>dans le cas<br>de $x = a$ . |
|----------------------------------------------------|----------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|
| Cone suspendu par le sommet.                       | $\frac{bbxx}{aa}$ .                    | $\frac{4}{3}x + \frac{bbx}{5aa}$ .                                   | $\frac{bb}{3a} + \frac{bb}{5a}$ .      |
| Cone rectangle suspendu par le milieu de sa base.  | $\frac{aa^2 - 2ax}{+xx}$ .             | $\frac{3a^4 - 6a^3x + 10a^2xx - 9ax^3 + 3x^4}{6aax - 8axx + 3x^3}$ . | $a$ .                                  |
| Cylindre.                                          | $bb$ .                                 | $\frac{bb}{3}x + \frac{bb}{2x}$ .                                    | $\frac{bb}{3}a + \frac{bb}{2a}$ .      |
| Conoïde Parol.                                     | $\frac{bbx}{a}$ .                      | $\frac{bb}{4}x + \frac{bb}{4a}$ .                                    | $\frac{bb}{4}a + \frac{bb}{4a}$ .      |
| Conoïde Hyperb. dont le côté transverse est $AB$ . | $\frac{bbxx}{2a} + \frac{bbxx}{2aa}$ . | $\frac{10aabb + 15abbx + 6aa^3x + 6bbxx + 48aaxx}{8aa^3 + 6aax}$ .   | $\frac{27}{33}a + \frac{31bb}{14aa}$ . |
| Sphère.                                            | $ax - xx$ .                            | $\frac{10aa + 15ax - 18xx}{4aa - 3xx}$ .                             | $\frac{7}{16}a$ .                      |
| Demi-sphère suspendue par le sommet.               | $2ax - xx$ .                           | $\frac{20aa + 15ax - 9xx}{4aa - 15x}$ .                              | $\frac{25}{27}a$ .                     |
| Demi-sphère suspendue par le centre.               | $aa - xx$ .                            | $\frac{15a^4 + 10a^2xx - 9x^4}{30aax - 15x^2}$ .                     | $\frac{15}{15}a$ .                     |

2°. Pour trouver le centre d'oscillation du plan  $BCAD$ , qui fait ses agitations *in latius*, je considère que tous les points de l'appliquée  $LK = v$ , répondants toujours à une même abscisse  $AL (x)$ , & ne répondants pas à une même  $LG (y)$ , tous les  $x dp$  &  $xx dp$  contenus dans  $LK$ , c'est-à-dire, tous les  $x dy$  &  $xx dy$ , seront  $xv$  &  $xxv$ ; mais tous les  $yy dp$  ou  $yy dy$  seront  $\frac{1}{3}y^3$ , & par conséquent  $\frac{1}{3}v^3$  pour toute l'appliquée  $LK$ . Donc en multipliant chacune de ces grandeurs  $xv$ ,  $xxv$ , &  $\frac{1}{3}v^3$  par la largeur  $dx$  du petit parallélogramme  $LK$ , & en prenant ensuite les intégrales des produits  $xv dx$ ,  $xxv dx$ , &  $\frac{1}{3}v^3 dx$ , après y avoir substitué la valeur de  $v$  en  $x$ , l'on aura les  $\int x dp$ ,  $\int x x dp$ , &  $\int yy dp$ , par rapport à toute la figure:

Tellement que la distance  $\frac{\int x x p + yy dp}{\int x dp}$  du centre d'oscillation à l'axe du mouvement sera =

$$= \frac{\int x x v dx + \int \frac{1}{3} v^3 dx}{\int x v dx} = \frac{\int x x + \frac{1}{3} v v x dx}{\int x v dx} : \text{Et il n'im-}$$

porte pas que l'angle  $ALK$  du diamètre & des appliquées soit droit ou oblique; la raison de  $dx$  à la largeur du petit rhomboïde  $LK$  dans une même figure, demeurant toujours la même. Exemples:

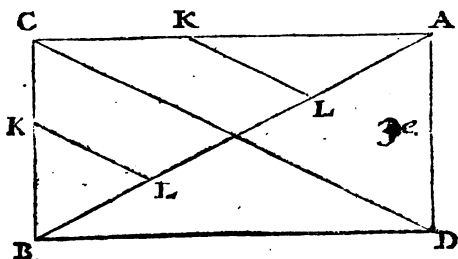
DES SCIENCES. 1703.

| Plan proposé.                                       | Valeur de $v$ .              | Quantité $\int x x + \frac{1}{3} v v \times v d x$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | La même pour le cas de $x = a$ .        |
|-----------------------------------------------------|------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| Triangle isoscele suspendu par le sommet.           | $\frac{b x}{a}$ .            | $\frac{3}{4} x x + \frac{b b x}{4 a a}$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | $\frac{3}{4} a a + \frac{b b}{4 a}$ .   |
| Le même suspendu par le milieu de sa base.          | $b - \frac{b x}{a}$ .        | $\frac{4 a^3 b b - 6 a b b x + 4 a b b x x}{+ 4 a^3 x x - b b x^3 - 3 a a x^3}$<br>$\frac{6 a^3 x - 4 a a x x}{}$ .                                                                                                                                                                                                                                    | $\frac{1}{2} a a + \frac{b b}{2 a}$ .   |
| Rectangle suspendu par le milieu d'un de ses cotés. | $b$ .                        | $\frac{3}{2} x x + \frac{2 b b}{3 x}$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | $\frac{2}{3} a a + \frac{2 b b}{3 a}$ . |
| Parabole suspendue par le sommet.                   | $\sqrt{\frac{b b x}{a}}$ .   | $\frac{5}{2} x x + \frac{b b}{3 a}$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | $\frac{5}{2} a a + \frac{b b}{3 a}$ .   |
| La même suspendue par le milieu de sa base.         | $b \sqrt{\frac{a - x}{a}}$ . | $\frac{7 a a b b + 8 a x \times \sqrt{a - 7 a a b b - 8 a^3} + 14 a b b x}{- 4 a^3 x - 7 b b x x - 3 a a x x + 15 a x^3 \times \sqrt{a - x}}$<br>$\frac{14 a^3 \sqrt{a - 14 a^3} - 7 a a x + 21 a x x \times \sqrt{a - x}}{16 x^3 + 8 a x x - 6 a a x - 9 a^3 \times \sqrt{a - 9 a^3}}$<br>$\frac{32 x x - 8 a x - 12 a a \times \sqrt{a - 12 a a}}$ . | $\frac{4}{7} a a + \frac{b b}{2 a}$ .   |
| Cercle.                                             | $\sqrt{a x - x x}$ .         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | $\frac{3}{4} a a$ .                     |

Quel-

P 4

Quelquefois les  $v$  sont de différentes valeurs dans une même figure, comme dans le parallelogramme  $ACBD$  suspendu à un de ses angles  $A$ ; car en prenant la diagonale  $AB$  pour le diamètre  $a$ , & les droites  $LK$  paralleles à



l'autre diagonale  $CD$  pour les appliquées  $v$ , les  $v$  du triangle  $ACD$  sont  $=x$ , & celles du triangle  $CBD = a-x$ . C'est-pourquoi je cherche séparément toutes les  $xx + \frac{1}{3}vv \times v dx$  du triangle  $ACD$ , que je trouve faire  $\frac{1}{24}a^4$ , & toutes celles du triangle  $CBD$  qui font  $\frac{1}{12}a^4$ , dont la somme entiere  $\frac{1}{12}a^4$  marque  $\overline{\int xx + \frac{1}{3}vv}$   $\overline{\times v dx}$  par rapport à toute la figure. Je cherche de même toutes les  $xv dx$  du triangle  $ACD$ , qui font  $\frac{1}{24}a^3$ , & toutes celles du triangle  $BCD$ , qui font  $\frac{1}{12}a^3$ , & je les ajoûte ensemble; ce qui me donne  $\frac{1}{8}a^3$ . D'où je conclus que la distance

$\frac{\overline{\int xx + \frac{1}{3}vv \times v dx}}{\overline{\int xv dx}}$  du centre d'oscillation à l'axe du

mouvement doit être ici  $= \frac{\frac{1}{12}a^4}{\frac{1}{8}a^3} = \frac{2}{3}a$ .



tégrale, qui est (en faisant  $dt$  constante)  $\frac{s+dt}{4a}$ , ou bien (en cas de  $s=a$ )  $\frac{1}{4}a^3 dt$ , marque toutes les  $\frac{xx+yy}{xx+yy} \times dp$  par rapport au petit secteur

$AC$ ; & l'intégrale  $\frac{s^3 ds}{a}$  (qui est tel faisant  $s$  &

$ds$  constantes) marque toutes les  $\frac{xx+yy}{xx+yy} \times dp$  par rapport à l'anneau  $FK$ . Et partant  $\frac{xx+yy}{xx+yy} \times dp$  fera  $=\frac{1}{4}a^3 t$  par rapport à tous les secteurs  $AC$ ; & par rapport à tous les anneaux  $FK$ , cette même integrale fera  $=\frac{s^4 t}{4a}$  (en mettant  $a$  pour  $s$ )

$=\frac{1}{4}a^3 t$ : de sorte que de l'une & de l'autre manière la valeur  $\frac{xx+yy}{xx+yy} \times dp$  du secteur entier  $ABC$ , se trouve  $=\frac{1}{4}a^3 t$ . On trouve de même

$x dp = \frac{cs ds dt}{aa}$ , &  $\int x dp$  par rapport au secteur

$AC$  (qui fait  $c$  &  $dt$  constantes)  $= \frac{cs^3 dt}{3aa}$  (en

mettant  $a$  pour  $s$ )  $= \frac{acd t}{3} = \frac{aadb}{3}$ ; Et partant

$\int x dp$  par rapport au grand secteur  $ABC$ , fera  $=\frac{1}{3}aab$ . Ou bien  $\int x dp$  par rapport à l'anneau

$FK$  (qui rend constantes  $s$  &  $ds$ )  $= \frac{s ds}{aa} \times \int c dt$

$= \frac{s ds}{aa} \times \int a db = \frac{bs ds}{a}$ ; Et partant  $\int x dp$  par

rapport à tous les anneaux, fera  $= \frac{bs^3}{3a}$  (en met-

tant  $a$  pour  $s$ )  $=\frac{1}{3}aab$ , comme auparavant.

Ainsi l'on doit conclurre que  $\frac{\sqrt{xx+yy} \times dp}{\int x dp}$  doit

être ici  $= \frac{\frac{1}{4}a^3 t}{\frac{1}{3}aab} = \frac{3at}{4b}$ .

3°. Pour ce qui est maintenant du plan  $PAQ$   
qui



| Plan proposé.                            | Valeur de $x$ .     | Quantité $\frac{x^2 x^2 d x}{x^2 d x}$                                                              | La même dans le cas de $x = a$ . |
|------------------------------------------|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|
| Triangle isocèle suspendu par le sommet. | $\frac{b x}{a}$     | $\frac{2}{3} x^3$                                                                                   | $\frac{2}{3} a^3$                |
| Le même balançant autour de sa base.     | $b - \frac{b x}{a}$ | $\frac{4 a x - 3 x^2}{6 a - 4 x}$                                                                   | $\frac{1}{3} a$                  |
| Rectangle balançant autour de son côté.  | $b$                 | $\frac{2}{3} x^3$                                                                                   | $\frac{2}{3} a$                  |
| Cercle.                                  | $\sqrt{a x - x x}$  | $\frac{48 x^3 - 8 a x x - 10 a x x - 15 a^2 x x + 15 a^3}{64 x x - 16 a x - 24 a a x x + 24 a a^2}$ | $\frac{1}{8} a$                  |



4°. Qui aura compris l'application de ma Règle aux Solides & aux Surfaces, entendra aisément la manière de l'appliquer aux seules lignes, soit qu'elles se meuvent *in latius*, comme la courbe *CAD* (Fig. 2.), ou qu'elles se meuvent *in planum* comme *PAQ*. Car les petites parties *dp* de ces sortes de grandeurs, n'étant que les simples élémens *ds* des Courbes,

il est évident que la quantité  $\frac{\overline{xx+yy} \times dp}{\int x dp}$  qui en détermine le centre d'oscillation, se réduit à

$\frac{\overline{xx+yy} \times ds}{\int x ds}$  dans les Courbes qui balancent

*in latius*, & à  $\frac{\int x x ds}{\int x ds}$  dans celles qui se meuvent

*in planum*, dans lesquelles *y* est nulle: De sorte qu'il ne reste qu'à y substituer la valeur de *ds* en *x* & en *dx*, & à en chercher ensuite l'intégrale. C'est ainsi qu'on trouve pour le cercle

$$\left( \text{dont } ds = \frac{\frac{1}{2} a dx}{\sqrt{ax - xx}} \right) \frac{\overline{xx+yy} \times ds}{\int x ds} = \frac{\frac{1}{2} aas - \frac{1}{2} aay}{\frac{1}{2} as - \frac{1}{2} ay}$$

toujours = *a*; &  $\frac{\int x x ds}{\int x ds} = \frac{1}{4} a - \frac{xx}{2s - 2x}$  (en cas

de *x=a*) =  $\frac{1}{4} a$ . D'où l'on voit que la circonférence d'un cercle, ou une partie quelconque de cette circonférence, étant mûe *in latius*, doit avoir son centre d'oscillation distant de l'axe du mouvement de la longueur de son diamètre; & que cette circonférence entière mûe *in planum*, doit avoir cette distance égale aux trois quarts de son diamètre.

En voila, ce me semble, assez pour faire voir que ma Règle s'étend à tout ce que M. Huygens nous a laissé sur cette matière: car ce qu'il ajoute des figures qui balancent sur un a-

se pris au dehors de leur circonférence , n'a plus aucune difficulté ; il ne faut qu'apporter quelque temperament en prenant les intégrales , ce qui est facile ; Et ce qu'il dit touchant les plans & les solides obliques , se peut de même déduire sans peine de ce que j'ai déjà dit.

~~~~~

OBSERVATION

*De l'Eclipse de Soleil qui a paru à l'Observatoire Royal le 8. Decembre 1703.
au Soleil couchant.*

Par M. DE LA HIRE.

* C'EST un grand hazard quand le Ciel est assez serein à l'horizon pour y voir distinctement le Soleil. Le 8. Decembre 1703, un peu avant le coucher du Soleil , il ne sembloit pas qu'il fût possible de l'observer en cet endroit , à cause d'une grande quantité de nuages qui y étoient étendus. Cependant quelques minutes avant que le Soleil touchât l'horizon , le Ciel s'étoit fort éclairci , & laissoit voir le Soleil dont le bord étoit seulement inégal & découpé , comme il arrive ordinairement par les différentes densitez des couches des vapeurs.

J'observai donc le commencement de l'Eclipse autant que je le pûs juger vers les 4^h. 1'. La grandeur de cette Eclipsé dans le temps que le Soleil se cacha , me parut d'un demi-doigt à peu-

* 12. Decembre 1703.

peu-près , & l'arc que la partie éclipsée occupoit sur le bord du Soleil , pouvoit être de 20 degrez. Toute la partie éclipsée descendit sous l'horizon en 47'' ; mais il étoit impossible de prendre aucune mesure certaine à cause que le bord paroissoit trop inégal , & sa figure étoit fort aplatie, principalement à l'endroit qui touchoit l'horizon. La partie éclipsée par rapport à un vertical mené par le centre du Soleil & l'horizon , étoit vers le Septentrion à peu près au milieu du quart du Soleil, qui étoit la partie du limbe qui regardoit le Pole.

On avoit averti dans la *Connoissance des Temps*, que quelques Tables donnoient cette Eclipsé, & d'autres ne la donnoient pas ; pour les miennes elles la marquoient assez exactement comme elle a paru. Il faut seulement prendre garde , que tout ce qu'on a dit de cette Eclipsé dans la *Connoissance des Temps* pour des peuples plus à l'Orient que *Paris* , doit être entendu pour ceux qui sont à l'Occident ; car ceux qui auroient été plus Orientaux que *Paris* sous le même parallèle, n'auroient pas pâ la voir.

OBSERVATION

*De l'Eclipsé de Soleil du 8. Decembre 1703.
à Tours par M. Nonnet, envoyée à
M. de la Hire.*

* **L**E Ciel a été assez serein à *Tours* vers le Coucher du Soleil pour faire l'Observation de cette Eclipsé. Cependant quelques nuages &

* 15. Decembre 1703.

& le grand vent avec la proximité de l'horizon, donnoient assez d'incommodité à l'Observateur, pour ne pouvoir pas déterminer la quantité de l'Eclipse avec toute l'exactitude qu'il auroit souhaité. Il a dû voir cette Eclipe plus grande que nous à *Paris*, puisqu'il étoit plus à l'Occident de $1^{\circ} 40'$; & le Soleil s'y est couché plus tard qu'à *Paris* de près de $\frac{1}{2}$ suivant la *Connoissance des Temps*, à cause que *Tours*, est plus au midi de $1^{\circ} 23' 20''$. Voici son Observation.

Le commencement de l'Eclipe à 3h 57 25".

Doits. Min.

0.	15.	4.	0.	48.
0.	30.	4.	4.	17.
0.	45.	4.	7.	55.
1.	0.	4.	11.	50.

~~~~~

## R E M A R Q U E S

*Sur les inégalitez du mouvement des Horloges à Pendule.*

Par M. DE LA HIRE.

\* **L**ES Astronomes qui ont pris grand soin de regler leurs Pendules à secondes sur le mouvement des astres, y ont remarqué des inégalitez qu'ils n'ont pû réduire à aucune règle certaine. J'ai fait quelques remarques sur ces inégalitez dans le Mémoire que j'ai lu à l'A-

\* 15. Decembre 1703.

l'Academie & qui a été imprimé en 1700, & entr'autres sur celles qui peuvent venir d'une petite lame de ressort que j'avois mise à la place de la soye pour soutenir le Pendule; car j'avois crû que cette lame n'étant pas sujette aux alterations qui arrivent à la soye par la sécheresse & par l'humidité de l'air, les vibrations du Pendule pourroient être beaucoup plus égales: mais enfin je fus obligé d'ôter la lame & d'y remettre la soye, à cause que j'y remarquois des inégalitez bien plus grandes qu'auparavant; & j'ai trouvé depuis que l'horloge alloit assez justement, pour ne pas s'écarter quelquefois du moyen mouvement, d'une seule seconde dans l'espace de quatre jours, où le Pendule fait 345600. vibrations. Mais j'ai aussi remarqué quelquefois, que d'un jour à l'autre il y avoit des changemens assez considerables pour embarrasser un observateur exact, & pour donner de l'exercice à un Philosophe qui en voudroit rechercher la cause, laquelle ne peut être que physique.

Les differens états de l'air semblent être les seules causes des changemens que nous remarquons au mouvement des Pendules: car il est chaud ou froid; sec ou humide, léger ou pesant, rare ou grossier ou épais; toutes ces différentes qualitez se mêlant ensemble en differens degrez; peuvent causer de grandes alterations au mouvement des horloges. Mais pour reconnoître quelque chose de ce qui doit arriver, il faut considerer séparément ces états differens.

On suppose premierement, que si la Cycloïde est bien faite suivant les regles que *M. Huygens* en a données, tout ce qui peut accélérer ou rallentir le mouvement des roues, ne doit ap-  
por-

porter aucun changement à l'horloge, puisqu'il n'en pourroit arriver que des vibrations plus longues ou plus courtes, lesquelles ne laisseroient pas d'être *Isochrones* ou d'égale durée. Ainsi le froid pouvant figer en quelque façon le peu d'huile qui est attaché aux pivots des roues, fera que leur mouvement sera plus difficile que dans un temps chaud où l'huile sera plus liquide, & par conséquent les vibrations deviendront plus courtes; mais elles ne laisseront pas d'être d'égale durée à celles qui sont plus longues, étant rectifiées par la figure de la Cycloïde.

L'humidité qui s'attachera aux roues & aux pignons pourra causer à peu près le même effet, sans qu'il arrive d'inégalité au mouvement.

Mais quoique la Cycloïde soit la figure nécessaire pour faire que les vibrations longues ou courtes soient *isochrones*, il falloit considérer, qu'elle ne pouvoit avoir lieu que lorsque la suspension n'auroit aucune grosseur ou épaisseur, ce qui est impossible dans l'exécution; c'est pourquoi, puisqu'on se sert d'un fil de soye tortillé qui est assez gros pour soutenir la lentille du pendillon ou pendule qui est pesante, & qu'on ne doit rien négliger de ce qui peut contribuer à la justesse de ce mouvement; il ne faut pas que la figure soit une Cycloïde, mais une ligne parallèle à la Cycloïde, laquelle en soit éloignée vers la partie concave, de la moitié de l'épaisseur du fil, afin que l'axe ou le milieu de ce fil décrive exactement la Cycloïde, comme je l'ai expliqué dans mon *Traité des Epicycloïdes* qui doivent servir au mouvement des Machines.

On peut aussi remarquer que les petits filets  
de

de foye qui composent le fil, sont secs & roides, & qu'ils peuvent par conséquent souffrir tous ensemble des alterations considerables, & à peu près semblables à celles de la lame de ressort, qui est plus roide dans des temps froids & secs & plus molle dans des temps chauds ; mais c'est un accident qu'on ne peut éviter quand on se sert d'une suspension flexible pour le pendule ; c'est-pourquoi on pourroit éprouver celle que j'ai proposée dans les Mémoires de l'année 1700. pag. 207.

Si l'on considere les differens états de l'air par rapport au pendule & non pas par rapport au rouage de l'horloge, on y remarquera tant de differens accidens, qu'à peine pourroit-on croire que l'horloge pût aller également une heure entiere, pendant laquelle le pendule fait 3600 vibrations ou battemens.

On fait que la chaleur du Soleil en Eté est assez forte pour échauffer une barre de fer de 6 piez de longueur, & la rendre plus longue qu'elle n'étoit en Hiver ; ayant été exposée à la gelée, de  $\frac{1}{2}$  de ligne, comme je l'ai reconnu par une experience très exacte que j'en ai faite autrefois. C'est-pourquoi ces deux états differens de l'air sur la longueur de la verge du Pendule, qui doit être de 3 piez 8 lignes  $\frac{1}{2}$  pour battre les secondes, la pourroient changer de  $\frac{1}{4}$  de ligne, ce qui causeroit une difference très-considerable dans la durée des vibrations du Pendule, puisqu'elle pourroit aller jusqu'à 32" par jour. Mais comme ce cas ne pourroit arriver que lorsque l'Horloge seroit exposée à l'air & au Soleil dans ces deux saisons, ce qui n'est pas ordinairement, on n'y remarque pas de si grands changemens. Il arrive quelquefois d'assez grandes differences de cha-

chaleur d'un jour à l'autre & de la nuit au jour pour faire allonger ou raccourcir la verge du Pendule, ce qui pourra ralentir ou accélérer le mouvement de l'horloge, de quelques secondes, comme nous le remarquons aussi quelquefois, ce qui peut venir par cette seule cause. C'est pourquoi dans l'usage qu'on fait des Horloges à Pendule pour les Observations célestes, où il est nécessaire de connoître l'heure dans la dernière justesse, il faut les placer dans un lieu où elles soient le plus à l'abri qu'il est possible, de toutes les injures de l'air.

L'humidité, la sécheresse, la densité & la rareté de l'air peuvent aussi causer des alterations considérables au mouvement du Pendule. Car lorsque l'air sera humide, c'est-à-dire, lorsqu'il sera rempli de quantité de petites particules d'eau qui y demeurent suspendues, ou lorsqu'il est dense ou épais, le Pendule aura plus de peine à le fendre, & il semble que ses vibrations doivent être alors de bien plus longue durée que lorsqu'il est sec ou rare. Car nous savons par expérience qu'une plume très-legere tombe dans un tuyau dont on a pompé l'air, presque aussi vite qu'une pierre fait dans l'air. Mais comme on ne doit point juger de ce qui doit arriver dans ces sortes de rencontres sans en faire l'expérience lorsqu'il est possible de la faire, j'ai crû que si l'air humide ou épais peut rendre les vibrations de plus longue durée qu'un air sec & rare, on devoit appercevoir une très-grande difference entre le mouvement du Pendule dans l'air & dans l'eau. Pour connoître ce qui en étoit, j'ai fait un Pendule à demi-secondes avec une bale de plomb de 2 onces de pesanteur laquelle étoit suspendue à un fil delié, & je l'ai mis en mouvement  
dans



ans l'eau. J'ai remarqué d'abord que les grandes vibrations se raccourcissoient promptement; & que le mouvement s'arrêtoit sensiblement après 1 minute & un peu plus. Mais comme je me persuadois que ces vibrations dans l'eau devoient être au moins d'une seconde chacune, lesquelles n'étoient que d'une demi-seconde dans l'air, j'ai été fort surpris de voir qu'elles me paroissent presque aussi promptes ou d'égale durée à celles qui se faisoient dans l'air. Pour les mesurer exactement j'ai fait compter les vibrations du Pendule de l'Horloge à seconde, pendant une minute, & à même temps je comptois les vibrations du Pendule à demi-seconde, dans l'eau d'un grand vaisseau plat, où la bale étoit enfoncée d'un demi-pouce environ, & j'ai trouvé après avoir repeté plusieurs fois la même expérience, que le Pendule dans l'eau ne faisoit que 112 vibrations au lieu des 120 qu'il auroit faites dans l'air pour une minute.

J'ai fait aussi la même expérience avec un Pendule simple à secondes dont la bale qui étoit de plomb, pesoit 5 onces, & j'ai trouvé comme dans l'autre que les grandes vibrations duroient fort peu de temps, & que le Pendule s'arrêtoit presque entièrement après deux minutes. Mais il ne faisoit dans l'eau que 114 vibrations pendant que le Pendule de l'Horloge en faisoit 120 dans l'air pour 2 minutes. Ainsi le retardement que l'eau cause aux vibrations du Pendule est de 3" par minute. J'aurois souhaité de faire les observations de ces différences de vibrations dans l'eau & dans l'air pendant 20' ou 30', pour connoître plus exactement leur différence, & voir quel rapport il y avoit dans le retardement des vibrations dans l'eau

l'eau, sur ces Pendules de differente longueur; mais je n'ai pû aller plus loin.

Puisqu'un Pendule à secondes perd dans l'eau 3" par minute, il perdrait en un jour 4320". Mais si nous supposons que cette diminution du mouvement des Pendules, vient de la densité du milieu; & si l'air est dense ou épais par le poids dont il est chargé, sans avoir égard au plus ou au moins de particules d'eau qui y sont mêlées, il s'ensuivra que si la pesanteur de l'air change seulement d'un 28<sup>e</sup> comme on le remarque assez souvent dans le Barometre, la 28<sup>e</sup> partie de 4320" de retardement du Pendule dans l'eau pour un jour, laquelle est 154", fera la diminution ou bien le retardement de l'Horloge dans l'espace d'un jour par rapport à ces deux differens états de l'air. Mais on n'a jamais remarqué dans les Horloges à Pendule, une aussi grande difference que celle-là; on ne peut donc pas dire, que les differens poids dont l'air peut être chargé, puissent causer ses differentes densitez; ou bien il faut avouer que ses differentes densitez ne font pas sur le mouvement d'un Pendule, le même effet que la densité de l'eau, ce qui peut venir de la differente configuration des parties de ces deux corps, dont celles de l'air, quoique fort serrées & pressées, pourront être facilement séparées, & au contraire celles de l'eau le peuvent être très-difficilement, étant adhérentes les unes aux autres. On pourroit encore ajouter que les dernieres vibrations dans l'eau étant plus courtes que les premieres, elles vont plus vite.

Ce seroit aussi pour cette raison que l'air, quoiqu'il fût rempli de particules d'eau, n'apporteroit que peu ou point de retardement au mou-

nouvement du Pendule, en ce que toutes ces particules n'ayant point de liaison les unes aux autres, mais étant toutes séparées par les particules de l'air, pourroient être très-facilement déplacées entre les particules de l'air, où elles sont flottantes.

Mais si ces particules d'eau ne causent point de retardement au mouvement du Pendule par la difficulté à être déplacées, elles peuvent y causer un changement assez considérable par un autre moyen. Si l'air de sec qu'il étoit devient humide, il est certain qu'une très-grande quantité de ces particules d'eau doivent s'attacher à la superficie de la verge, & à celle du poids du Pendule, & même elles peuvent pénétrer un peu cette verge & ce poids; & par conséquent elles feront comme un enduit sur la verge & sur la lentille du poids, qui aura son centre d'oscillation différent de celui du composé de la verge & du poids; c'est-pourquoi le centre d'oscillation étant alors différent de ce qu'il étoit auparavant, la durée des vibrations ne sera pas la même qu'elle étoit. Ce n'est pas qu'on ne puisse remédier en quelque façon à cet accident, en se servant pour Pendule d'un cylindre dont la base soit petite, & qui soit homogène dans toute sa longueur, lequel étant suspendu par l'extrémité de son axe, auroit à très-peu près un même point pour centre d'oscillation de sa superficie & de son corps, & par conséquent quelque changement qu'il arrivât à cette superficie, pourvu qu'il fût égal dans toutes ses parties, le mouvement du Pendule n'en seroit point altéré sensiblement. Ce seroit la même chose, si au lieu d'un cylindre on se servoit d'un parallépipède, pourvu qu'il fût aussi suspendu par l'extrémité de son axe.

En-

Enfin si la Cycloïde étoit mal faite, elle pourroit causer de nouvelles irregularitez au mouvement du Pendule suivant que ses vibrations seroient plus longues ou plus courtes, dont il s'en formeroit plusieurs autres par leur combinaison avec les premières.

Pour ce qui regarde les différentes longueurs du Pendule dans différens climats, il me semble qu'on y peut faire quelques remarques; car M. Picard avoit observé à *Uranibourg* & à *Bayonne* où j'étois avec lui, que la longueur du Pendule simple à seconde, étoit exactement la même qu'à *Paris*. On fit une grande attention à cette observation de *Bayonne*, à cause qu'on savoit ce que M. Richer en avoit rapporté de *Cayenne*. *Uranibourg* & *Bayonne* sont éloignés l'un de l'autre en latitude de plus de 12 degrés, & entre *Bayonne* & *Cayenne* la différence de latitude est de 38°, car *Cayenne* est à peu près à 5° de latitude Boreale, ce qui donne seulement une différence à peu près triple de la première, pour laquelle on trouve  $\frac{1}{4}$  de ligne de diminution de la longueur du Pendule. On doit donc conclure de-là que cette différence de longueur ne devient fort sensible qu'en s'approchant de la ligne.

Mais plusieurs années après M<sup>rs</sup>. *Varin*, des *Hayes* & de *Glos* ayant été envoyez vers la ligne pour y faire quelques observations Astronomiques, trouverent que dans l'Isle de *Goree*, qui est à 14° de latitude Boréale, la longueur du Pendule simple à seconde devoit être plus courte qu'en *France* de 2 lignes. Les observations faites à *Cayenne* & à *Gorée* ne laissent aucun lieu de douter qu'elles ne soient très-certaines & très-exactes par toutes les circonstances qui y sont rapportées. Cependant si l'on avoit voulu  
con-

conclurre cette difference de longueur du Pendule pour *Gorée* par celle de *Cayenne*, on auroit dit que celle de *Gorée* devoit être seulement plus courte qu'à *Paris* de  $\frac{1}{4}$  de ligne environ, & l'observation la donne de 2 lignes entieres. Au contraire si de celle de *Gorée* on voit conclu celle de *Cayenne*, on l'auroit posée de 3 lignes environ, & elle n'a été trouvée que de  $\frac{1}{4}$  de ligne.

Ces grandes differences ne peuvent s'accorder en aucune façon avec les hypothèses que M. *Mariotte* a faites dans son *Traité du Mouvement des Eaux*, & M. *Huygens* dans son *Traité de la Lumiere*, & il faut en chercher d'autres pour expliquer pourquoi la longueur du pendule est la même dans les latitudes de  $55^{\circ}\frac{1}{2}$ , & de  $43^{\circ}\frac{1}{2}$ , & qu'à  $14^{\circ}\frac{3}{4}$  elle est de 2 lignes plus courte, & à  $5^{\circ}$  de  $\frac{1}{4}$  de ligne seulement. Mais ne pourroit-on point soupçonner que cette differente longueur du pendule n'est point réelle, mais seulement apparente, & qu'elle ne vient que de la mesure dont on s'est servi. Car il est très-vrai que les métaux & généralement tous les corps s'étendent considerablement à la chaleur, & se resserrent au froid. M. *Picard* dit que sur un pié de longueur il a observé un allongement de  $\frac{1}{4}$  de ligne; & par conséquent sur la longueur du pendule ce seroit  $\frac{1}{4}$  de ligne, au lieu que je n'ai trouvé que  $\frac{1}{4}$  de ligne. Cette difference pourroit venir des manieres differentes dont les observations ont été faites; car M. *Picard* ayant exposé les corps à la gelée, les mettoit ensuite auprès du feu, & pour moi je les ai seulement exposez au Soleil l'été suivant. On pourroit donc dire que vers la ligne & entre les Tropiques où les chaleurs sont fort grandes, les métaux s'étendent & s'allongent très-

considérablement au-delà de ce qu'ils font dans ces païs-ci, & peut-être encore par une cause particuliere des vapeurs & des exhalaisons qui les pénètrent, comme on sait qu'elles sont très-pénétrantes en ces païs-là; & enfin plus dans un temps que dans un autre, & plus dans un lieu que dans un autre. C'est-pourquoi ces causes d'extension qui ne sont pas considérables dans ces païs-ci, peuvent être très-différentes à *Gorée* & à *Cayenne*, & dans des temps différens; car on est persuadé que vers les Tropiques les chaleurs sont bien plus fortes que vers la ligne. Et si la verge de fer de 3 piez mesurée à *Paris* au temps du départ de M. *Richer*, s'est allongée à *Cayenne* de  $\frac{1}{4}$  de ligne, il doit avoir trouvé la longueur du pendule simple à seconde mesurée avec cette verge, plus courte qu'à *Paris* de  $\frac{1}{4}$  de ligne, quoi qu'effectivement elle ait été la même dans ces deux lieux. De même si à *Gorée* la mesure s'est allongée de deux lignes plus qu'elle n'étoit à *Paris*, la longueur du pendule simple à seconde y aura paru plus courte qu'à *Paris* de deux lignes. C'est ce qui me paroît de plus vrai-semblable sur ce Phenomene. Si cela étoit ainsi la mesure universelle du pendule demeurerait toujours la même & par toute la terre, & il faudroit régler les mesures particulieres sur cette mesure, en prenant la longueur du pendule simple pour 3 piez ou pour une demi-toise.

*Examen de la démonstration que Messieurs Mariotte & Huygens donnent des différentes longueurs du pendule simple à seconde, en differens endroits de la terre.*

Il ne s'agit ici, suivant M. *Mariotte*, que de démontrer si les corps tombent plus lentement sous l'Equinoxial que par tout ailleurs; & s'ils tombent plus vite, à proportion qu'on s'approche plus des poles. C'est ce qu'il prétend faire dans son *Traité du mouvement des Eaux*, page 245, en supposant le mouvement de la terre autour de son axe.

Il dit que le mouvement de la terre donne à l'air une impression qui le fait tendre à s'écarter de son axe avec une vitesse proportionnée à celle de son mouvement; & que ce mouvement étant plus grand vers l'Equinoxial que vers les poles, l'effort qu'il fait vers l'Equinoxial est plus grand que celui qu'il fait vers les poles; & c'est de ce différent effort qu'il conclut que les corps qui sont dans l'air, sont repouffez & écartez de la terre avec plus de force proche de l'Equinoxial, pour les empêcher de tomber, que lorsqu'ils sont proche des poles.

Ce raisonnement de M. *Mariotte* n'est fondé que sur la supposition que l'air qui environne la terre, en est repouffé par son mouvement autour de son axe; peut-être ayant été persuadé de cet effet par une experience commune, qui est, que si l'on fait mouvoir dans l'air un corps irrégulier, l'air frappé par ses inégalitez, tend à s'écarter du corps par des lignes perpendiculaires au mouvement du corps: mais il me semble qu'il ne peut pas arriver la même chose

au globe de la terre, en supposant son mouvement journalier autour de son axe.

Car premierement il y a trop peu de terres, & leurs inégalitez sont trop petites par rapport aux surfaces unies des eaux pour écarter sensiblement l'air de la terre, & par conséquent le mouvement seul de la surface de la terre, feroit que tous les corps de cette surface choqueroient l'air avec une vîtesse aussi grande qu'est celle de ces corps, laquelle on pourroit prendre pour un vent très-violent d'Orient en Occident, qui n'auroit pourtant aucune détermination à s'écarter de la surface de la terre, & les causes particulieres des vents ne pourroient pas avoir assez de force pour lui résister. Si l'on apperçoit entre les Tropiques quelque mouvement d'Orient en Occident, il y a aussi assez souvent de grands calmes, & l'on pourroit donner d'autres raisons physiques de ce mouvement, que celui de la terre; & de plus quel rapport y a-t-il entre la vîtesse de ce vent, & celle de la surface de la terre qui fait en'un jour 9000 lieues?

Il faut donc demeurer d'accord que l'atmosphère qui environne la terre de tous côtez, ne fait que comme un même corps avec elle; & dans la supposition du mouvement de la terre autour de son axe, l'atmosphère est emportée comme sa surface. D'où il suit qu'une pierre qui tomberoit dans cette atmosphère ne pourroit recevoir aucune impression du mouvement de la terre, comme il arriveroit à une bale de plomb qu'on laisseroit tomber dans un vaisseau plein d'eau, pendant que le vaisseau seroit emporté d'un mouvement horizontal fort prompt; car on ne fait aucun doute que cette bale ne tombe dans le fond du vaisseau au même endroit



droit où elle tomberoit si le vaisseau étoit en repos, puisqu'effectivement l'eau qui est contenue dans le vaisseau, y est en repos par rapport à la masse de l'eau, & aux parois du vaisseau pendant qu'il est en mouvement.

Et s'il étoit possible que l'air fût écarté de la surface de la terre par le mouvement de la terre, comme M. *Mariotte* le suppose, soit par une tangente qui s'écarteroit de l'Orient vers l'Occident, soit par un rayon du centre vers la circonférence, il arrivera toujours que le poids du pendule qui descend & qui remonte dans la même vibration, qui va d'un côté dans une vibration, & de l'autre dans la suivante, sera autant accéléré en remontant que retardé en descendant, & autant accéléré d'un côté que retardé de l'autre; d'où il suit qu'il ne doit arriver par cette cause aucun changement à la durée des vibrations du pendule.

Mais enfin quand on accorderoit à M. *Mariotte* tout ce qu'il prétend conclure de son hypothèse, il s'ensuivroit toujours que pour les degrez qui seroient plus proche des poles, l'augmentation de vitesse du mouvement du pendule seroit beaucoup plus grande que pour les degrez qui seroient vers l'Equateur; puisque cette augmentation seroit dans la raison de la diminution du mouvement de la matiere, qui seroit celle des sinus du complément des degrez de la latitude, lesquels diminuent bien plus vite en s'approchant des poles que vers l'Equateur, ce qui est contre l'observation faite à *Uranibourg* & à *Bayonne*, & encore contre l'irrégularité qui s'est trouvée entre *Cayenne* & *Gorée*.

Pour M. *Huygens* qui n'a imprimé son *Traité de la Lumière* que plusieurs années après que

le *Mouvement des Eaux* de M. Mariotte a été donné au public, il dit, qu'on ne peut douter que ce ne soit une marque que les corps descendent plus lentement vers l'Equinoxial qu'en France. C'est aussi ce que M. Mariotte avoit supposé, & pour sa démonstration il ajoute, qu'il conviendrait aussi-tôt qu'on lui eût communiqué ce nouveau Phénomène, que la cause en pouvoit être rapportée au mouvement de la terre, qui étant plus grand en chaque pais, selon qu'il approche plus de la ligne Equinoxiale, doit produire un effet plus grand à rejeter les corps du centre, & leur ôter par-là une certaine partie de leur pesanteur. Il est facile à voir par ses propres paroles que je viens de rapporter, qu'il se sert de la même hypothèse que M. Mariotte, & il détermine ensuite la quantité de la diminution de cet effort par son *Theorème 3<sup>e</sup>. De vi centrifuga*. C'est pourquoi toutes les raisons que j'ai rapportées contre l'explication de ce Phénomène par M. Mariotte, serviroient aussi contre celle-ci, qui ne conclut que la même chose du même principe. D'où enfin je dis qu'il doit y avoir quelque autre cause de cet effet, laquelle ne dépend point du mouvement de la terre.

Pour ce qui regarde l'observation il semble d'abord qu'elle est très-facile à faire, puisqu'on peut compter les vibrations du pendule simple pendant une heure, où il demeure toujours en mouvement après qu'il y a été mis d'abord, & que si le pendule devoit être plus court de deux lignes, celui qui seroit de deux lignes plus long, seroit en une heure environ 8 vibrations de moins que l'autre, ce qui est une trop grande différence pour s'y tromper. Ce sera la même chose dans les autres longueurs à proportion. Cependant il faut remarquer que si l'on

l'on se sert d'un fil de pite pour soutenir le poids, quelque délié que ce fil puisse être, il est toujours plat, & il arrive que les dernières vibrations deviennent ordinairement tournantes de droites qu'elles étoient d'abord, comme je l'ai éprouvé, à cause que ce fil fendant l'air obliquement dans son mouvement, écarte le pendule d'un côté en allant, & de l'autre en revenant, ce qui lui donne peu à peu une détermination à tourner. J'ai aussi observé que ces dernières vibrations tournantes qui devroient être plus courtes que les premières, à cause qu'elles ont moins d'étendue, sont de plus longue durée que les droites, ce qui peut imposer dans l'observation. Et si M. Picard a eu égard à ces vibrations tournantes, & que ces autres Messieurs qui ont observé vers la ligne n'y aient pas fait d'attention, ils auront trouvé bien moins de vibrations pendant une heure au pendule simple qui alloit un peu en tournant, qu'il ne devoit y en avoir en effet si les vibrations n'eussent point tourné, & c'est ce qui les aura fait juger qu'il falloit raccourcir le pendule pour lui faire faire ses vibrations en moins de temps.

J'ai dit dans le commencement de ce Mémoire qu'on ne remarquoit pas dans le mouvement du pendule de l'horloge d'aussi grands changemens qu'il devoit en arriver par les différentes condensations de l'air, en voici un exemple.

*Observations du Barometre & de la constitution de l'air , depuis le 22 jusqu'au 29 Novembre 1703. au matin.*

|       |           |          |                     |                  |
|-------|-----------|----------|---------------------|------------------|
| Le 22 | Barometre | 27 pouc. | $4\frac{1}{2}$ lig. | Ciel brouillé.   |
| 23    |           | 27       | 1                   | Pluie.           |
| 24    |           | 27       | $3\frac{1}{2}$      | Pluie.           |
| 25    |           | 27       | $9\frac{1}{2}$      | Serein.          |
| 26    |           | 28       | $1\frac{1}{2}$      | Gros brouillard. |
| 27    |           | 27       | $11\frac{1}{2}$     | Gros brouillard. |
| 28    |           | 27       | $9\frac{1}{2}$      | Brouillard.      |
| 29    |           | 27       | $7\frac{1}{2}$      | Serein.          |

J'ai trouvé par les observations du passage du Soleil par le meridiem & par l'Équation de l'horloge, qu'entre le 22 & le 25, où le Barometre avoit été fort bas & à mediocre hauteur, & le temps en partie pluvieux & partie serein, que l'horloge avoit avancé sur le moyen mouvement du Soleil de  $9''\frac{2}{3}$  par jour ; & qu'entre le 25 & le 26, où le Barometre étoit fort haut, ce qui marquoit une très-grande condensation de l'air avec un très-gros brouillard, que l'horloge n'avoit avancé que de  $6''$ , ce qui montre- roit un retardement du mouvement du pendule de  $3''\frac{2}{3}$  pour un jour. Mais depuis le 26 jusqu'au 29, où le Barometre a toujours été assez haut avec beaucoup de brouillard, l'horloge avoit avancé de  $9''$  par jour. D'où il est facile à voir que pour une différence très-grande de la constitution de l'air, où sa pesanteur & le brouillard joints ensemble auroient dû retarder de beaucoup le mouvement du pendule, comme je l'ai remarqué ci-devant, il ne s'est pourtant trouvé que très peu de secondes, ce qui pourroit être attribué à d'autres causes particulieres.

MOYEN

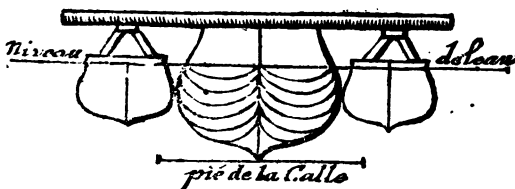
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

## M O Y E N

Pour faire monter un grand Vaisseau sur la  
calle telle qu'elle est construite dans le  
Port de Toulon, sans se servir d'aucu-  
nes machines.

Par M. DE LA HIRE.

*Mats arrêté au corps du Vaisseau.*



\* IL faut qu'il y ait des deux côtez de la cal-  
le un fossé où l'eau y soit par tout de 6  
piez de hauteur environ, & que ce fossé soit  
assez large pour y tenir de petits bâtimens ou  
barques suivant leur largeur, & ces bâtimens  
ne doivent tirer d'eau, étant autant chargés  
qu'ils peuvent l'être, que les 6 piez qui sont  
dans le fossé.

Le grand Vaisseau qu'on veut faire monter  
sur la calle ayant été conduit contre la calle,  
on placera des deux côtez deux ou quatre ou  
six des petits bâtimens autant qu'il sera neces-  
faire

\* 22. Decembre 1703.

Q 5

faire pour l'opération suivante, & on les remplira d'eau, tant qu'ils ne coulent pas à fond.

Ensuite on placera de grands mats qui traversent la largeur du grand Vaisseau, & qui passent au-delà des deux côtes, pour être soutenus sur des chevalets placez & arrêtez sur le tillac des petits bâtimens, comme on le voit dans la Figure. On arrêtera bien ferme les mats avec le corps du grand Vaisseau, soit avec des chaînes ou cables qui l'embrassent par dessous, & qui soient attachez aux mats ou autrement.

Ce qui étant fait, on commencera à vider toute l'eau des petits bâtimens, lesquels s'élèveront à mesure vers la surface de l'eau; & élevant aussi les mats qu'ils portent, ils élèveront le corps du grand Vaisseau autant qu'ils se feront élever.

Alors dans cet état on fera avancer le grand Vaisseau avec les petits bâtimens sans aucune peine, jusqu'à la rencontre de la calle sur laquelle il sera monté de la quantité de l'élévation des petits bâtimens, & on l'arrêtera sur la calle en cet endroit, en telle sorte qu'il ne puisse pas retomber ou glisser vers le pié de la calle lorsque les petits bâtimens ne le soutiendront plus.

Ce qui étant fait on rechargera d'eau les petits bâtimens comme la première fois, & l'on y placera dessus d'autres chevalets que les premiers, lesquels soient assez hauts pour toucher les mats qui traversent le grand Vaisseau.

Maintenant si l'on vuide l'eau des petits bâtimens, ils s'élèveront & souléveront aussi les mats comme ils ont fait d'abord, & par conséquent ils élèveront aussi le corps du grand Vaisseau auquel les mats sont attachez, en sorte que

que le grand Vaisseau ne touchera plus la calle à l'endroit où il étoit, & on le conduira contre la calle comme on a fait la premiere fois; mais il y sera beaucoup plus élevé. On le retiendra encore en cet endroit par le moyen de gros cables qui seront arrêtez au haut de la calle.

Par ce moyen en repetant l'operation autant de fois qu'il sera necessaire, on pourra faire monter le Vaisseau au haut de la calle & le tirer entierement hors de l'eau, pourvu que la quantité de l'eau dont on remplit tous les petits bâtimens soit égale au moins en volume à celle que le grand Vaisseau occupe d'abord avant que de commencer à monter sur la calle. Et comme on peut mesurer facilement l'espace ou le volume que le grand Vaisseau occupe dans l'eau, on aura par ce moyen la grandeur & le nombre des petits bâtimens qu'il faudra employer pour faire monter le Vaisseau.

Lorsque j'ai dit que les fosses qui doivent être aux deux côtez de la calle auront 6 piez de profondeur d'eau, ce n'est que pour établir une mesure moyenne; car si l'eau y est plus profonde, on pourra y mettre de plus grands bâtimens pour élever le Vaisseau; & s'il n'étoit pas possible qu'elle eût cette profondeur, il faudra se servir de bâtimens plus plats & en plus grand nombre, c'est-à-dire, autant que la longueur du Vaisseau le pourra permettre, étant rangés à côté suivant leur longueur.

Il faut remarquer que lorsque le Vaisseau aura commencé à monter sur la calle, la partie de l'avant sera plus élevée que celle de l'arrière; c'est-pourquoi les petits bâtimens qui seront placez à côté vers l'avant, doivent avoir des chevalets plus hauts pour soutenir les mats qui sont en cet endroit-là, que ceux qui sont

364 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
vers l'arriere, afin que tout le corps du Vais-  
seau s'éleve dans la même inclinaison qu'il é-  
toit étant posé sur la calle.

Il sera aussi très-necessaire de mettre sous le  
Vaisseau un berceau pour le retenir sur la cal-  
le sans qu'il panche d'un côté ni d'autre, &  
pour le garantir des accidens qui pourroient  
lui arriver par son propre poids.

~~~~~

P E R S I C A R I A
O R I E N T A L I S,
NICOTIANÆ FOLIO,

Calyce florum purpureo Coroll. hist.
rei herbar. 38.

Par M. T O U R N E F O R T.

C E T T E espece de Persicaire est la plus gran-
de & la plus belle qu'on ait encore décou-
verte. Sa racine est épaisse au collet d'environ
deux pouces, gonflée en maniere de tête, d'où
naissent des fibres fort touffues, longues d'un
pied & demi ou de deux pieds, épaisses de deux
lignes, tortues, dures, roussâtres, garnies de
beaucoup de chevelu. La tige s'éleve à la hau-
teur de cinq ou six pieds, droite, dure, fer-
me, épaisse d'un pouce, noueuse, vert gai,
legerement velue & canelée, creuse d'un nœud
à l'autre, accompagnée de feuilles alternes,
longues d'un pied & davantage, sans compter
leur pedicule qui a quelquefois demi-pied de
lon-

longueur sur deux ou trois lignes d'épaisseur, arrondi sur le dos, fillonné en devant & rougeâtre. Ce pedicule est relevé vers le haut de deux aîles qui vont joindre les oreilles de la feuille. Il embrasse la tige par une base assez large, laquelle s'élève en maniere de gaine ou de tuyau, terminé par une espece de fraise ou de collet. C'est principalement ce pedicule qui distingue les feuilles de la Persicaire que l'on décrit, de celles de la Nicotiane ou Tabac; car d'ailleurs elles en ont assez la grandeur & le port, leur largeur est d'environ neuf pouces. Elles sont partagées à leur base en deux grandes oreilles, d'où elles prennent un tour ovale qu'elles conservent assez jusques au-delà de leur moitié, & se terminent enfin par une pointe fort aigue. Ces feuilles sont un peu onduées sur les bords, vert pâle, déliées, douces, parsemées de poils fort courts, relevées d'une côte, laquelle en distribue de plus petites qui vont se perdre insensiblement vers les bords. Les feuilles d'embas se fanent aux premières chaleurs, les autres subsistent jusques à l'entrée de l'hiver. De leurs aisselles & de leurs gaines naissent plusieurs branches au-delà de la moitié des tiges, & ces branches sont plus velues que le reste. Leurs feuilles diminuent jusqu'au haut, mais elles ne perdent ni leurs pedicules ni leurs gaines. Des aisselles de ces feuilles sortent des queues longues d'un pied & demi, ou de deux pieds, velues, divisées en quelques brins chargés de fleurs en épi fort serrées. Ces brins ont quelquefois près d'un pied de long en *Asie*; ils sont penchez en bas, & de loin ils ressemblent fort à cette espece d'Amaranthe qu'on appelle Queue de Renard. Chaque fleur est à cinq ou six étamines blanchâtres, très-déliées,

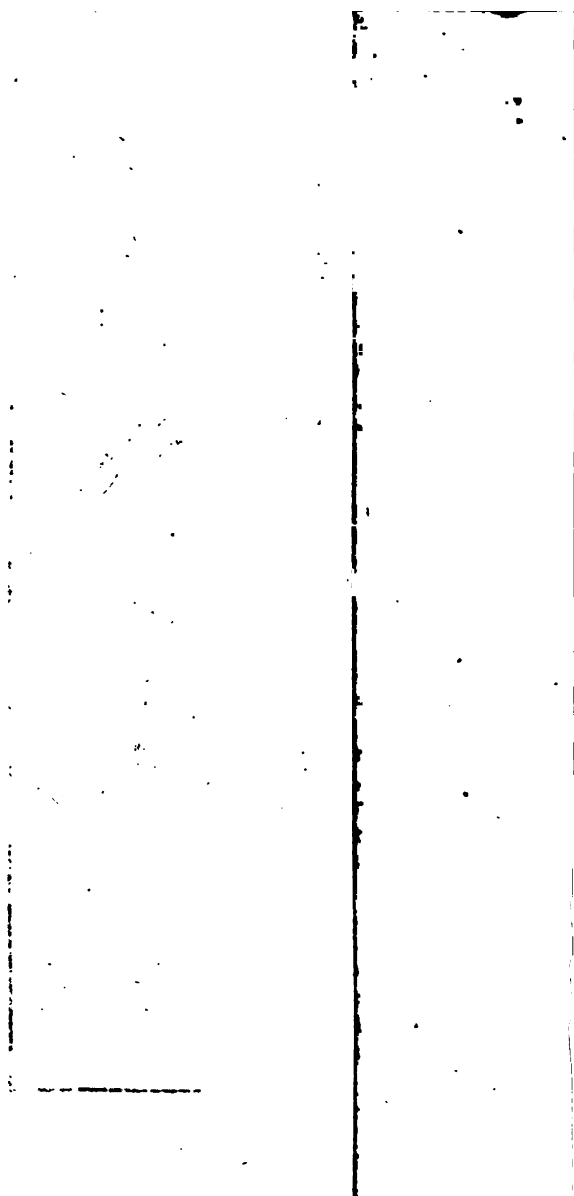
366 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

liées, longues seulement de deux lignes, chargées de petits sommets blanchâtres aussi, quelquefois purpurins. Le calice qui fait toute la beauté de la fleur, est un bassin de deux lignes & demie de haut, couleur de pourpre éclatant, divisé jusques vers le fond en cinq parties terminées en tiers point ou arcade gothique. Le Pistille qui n'a qu'une ligne de long est assez rond, applati & surmonté par deux petits filets crochus. Il grossit dans la suite & devient une graine haute d'une ligne, un peu plus large, assez arrondie quoique terminée par un petit bec. Cette graine est d'abord chatain clair, puis brune tirant sur le noir lorsqu'elle est meure, plate, legerement enfoncée des deux côtes; la partie charnue en est blanche.

La racine de cette plante bien machée a quelque chose de stiptique. Les feuilles sont d'un goût d'herbe mucilagineux, puis relevé. La fleur est sans odeur.

Je ne sai en quel endroit du *Levant* cette plante vient naturellement. On la cultive à *Tessis* Capitale de *Georgie* dans le jardin du Prince. Je l'ai vûe aussi dans celui du Patriarche des *Arméniens* aux trois Eglises proche le Mont *Akarat*; mais on ne sût m'informer d'où cette plante leur étoit venue. J'ai appris depuis mon retour en *France* que les *Arméniens* ne la cultivoient pas seulement pour la beauté, mais pour les grandes vertus qu'on lui attribue, & ces vertus sont semblables à celles de la *Perficaria* ordinaire que *C. Baubin* appelle *Perficaria minor*, *maculosa* & *non-maculosa* *Pin.* Cette dernière espece est un des plus grands vulnéraires que je connoisse. Sa décoction en vin arrête la gangrene d'une maniere surprenante, ce que la décoction de la Curage qui est la *Perficaria* brûlante





ait pas. Il est vrai qu'il ne faut pas juger de la qualité des médicamens par leur odeur; car le Styra^c n'arrête pas moins la gangrene que l'arsenic que le sublimé corrosif. Des *Armeniens* assuré que cette belle Persicaire que l'on se décrit bouillie dans du gros vin, & appliquée sur les endroits menacez ou attaquez de gangrene, en arrêtoit le progrès sans qu'il fût nécessaire de faire des scarifications. Ils seignent l'escarre avec du suif pour la faire décoller, on donne à boire la même décoction en même temps que l'on baigne les plaies.

Cette Persicaire à *Paris* doit être semée sur couche, où il faut la laisser jusqu'au commencement de l'hyver; parceque la plante ne fleurissant que tard, les graines auroient de la peine à bien meurir, si elle n'étoit élevée dans une bonne terre, bien chaude & bien mouillée.

~~~~~

## D U F R O T E M E N T D'UNE CORDE AUTOUR D'UN CYLINDRE IMMOBILE.

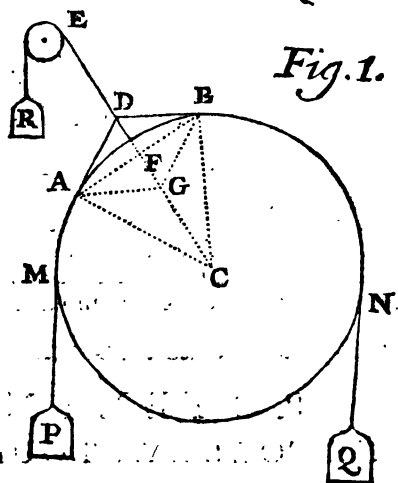
Par M. SAUVEUR.

\* IL est difficile de considérer sans admiration l'effet du frottement d'une corde autour d'un cylindre immobile, puisqu'avec une puissance fort médiocre cette corde soutient un poids très-considérable: J'ai crû que l'effet de ce frottement meritoit bien qu'on en cherchât la

\* 14. Juillet 1703.

368 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
la cause; & pour la découvrir j'ai supposé d'a-  
bord une corde très-flexible, capable de frote-  
ment sans pouvoir s'allonger, & sur ces suppo-  
sitions j'ai formé les Propositions suivantes.

I. PROPOSITION.



Soit un cylindre horizontal & immobile dont  
le centre soit  $C$ ; sur ce cylindre soit passé une  
corde  $PMBNQ$ , aux extrémités de laquelle  
soient suspendus deux poids égaux  $P, Q$ ; soit  
pris un point  $D$  dans la partie de cette corde  
qui s'appuie sur le cylindre; à ce point  $D$  soit  
attaché une autre corde  $DE$  tirée par le poids  
 $R$ . Selon la direction  $GDE$  qui passe par le  
centre  $C$  du cylindre, le poids  $R$  tirera le point  
 $D$  de la première corde, en sorte que les par-  
ties

ies  $DB$ ,  $DA$ , seront tangentes au cylindre. Tirez la sous-tendante  $AB$  & le rayon  $AC$ . Je dis que le poids  $P$  fera au poids  $R$ , comme le rayon  $CA$  du cylindre est à la sous-tendante  $AB$ .

Tirez le rayon  $BC$ , & les lignes  $AG$ ,  $BG$ , parallèles à  $DB$ ,  $DA$ . Les Mécaniques nous apprennent que la force  $P$  qui tire la corde  $AD$ , est à la force  $R$  qui tire la corde  $DE$ , comme  $AD$  est à  $DG$ ; c'est-à-dire comme le rayon  $CA$  est à la sous-tendante  $AB$ , à cause que les triangles  $ADG$ ,  $CBA$  sont semblables.

I. COROLLAIRE. Si l'arc  $AB$  est infiniment petit, le poids  $P$  fera au poids  $R$ , comme le rayon  $CA$  est à l'arc  $AB$ , qui sera alors égal à sa sous-tendante.

II. L'arc  $AB$  étant infiniment petit, & ôtant le poids  $R$ , le point  $D$  touchera alors le cylindre qu'il pressera avec une force égale au poids  $R$ . Donc le poids  $P$  est au pressement de la corde contre chaque partie infiniment petite du cylindre, comme le rayon de ce cylindre, est à chacune de ces parties.

III. Le poids  $P$  est au pressement de la corde contre la partie  $MBN$  sur laquelle elle s'applique, comme le rayon du cylindre est à la somme des parties infiniment petites dont cette partie  $MBN$  est composée, c'est-à-dire à l'arc même  $MBN$ .

C'est-pourquoi si l'arc  $MBN$  est égal au rayon, ou s'il est de  $57^d. 18'$ , le pressement de la corde contre cet arc du cylindre sera égal au poids  $P$ ; & si l'arc  $MBN$  est la demi-circonférence, ce pressement sera au poids  $P$  comme 22 est à 7, ou comme 355 est à 113, c'est-à-dire comme la demi-circonférence est au rayon.

IV.

IV. Si la corde qui soutient les poids égaux  $P, Q$  est appliquée sur un second cylindre d'un diamètre différent, mais sur un arc semblable ou de même nombre de degrés, le pressement de la corde sur le second cylindre est égal au pressement qu'elle causeroit sur le premier.

V. Mais si les arcs des deux cylindres sont égaux, les pressemens sont en raison réciproque des diamètres des cylindres.

## H. PROPOSITION.

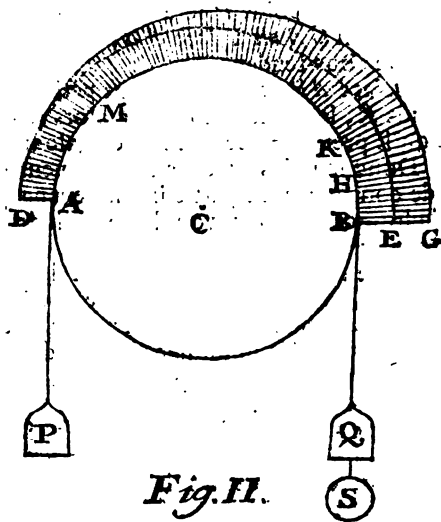


Fig. II.

Si aux extrémités d'une corde appliquée sur un cylindre horizontal & immobile, pendent deux



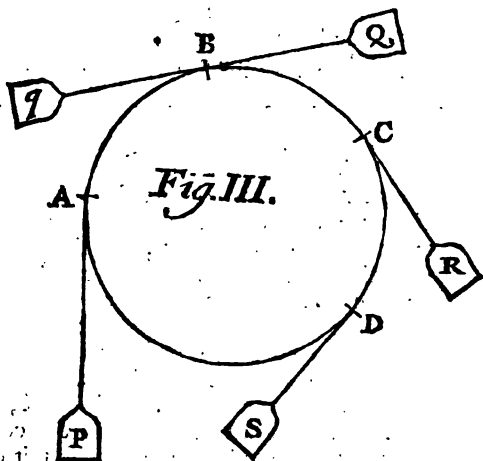
deux poids égaux  $P, Q$ , les pressemens de la corde sur les parties infiniment petites du cylindre pourront être représentez par les appliquées égales de l'arc concentrique  $DE$  sur l'arc  $AB$  du cylindre, puisque ces pressemens sont égaux.

Mais le cylindre & la corde étant susceptibles de frottement, si au poids  $Q$  on ajoûte le plus grand poids  $S$  que la corde puisse soutenir par son frottement, sans rompre l'équilibre ou sans baisser; alors les pressemens de la corde augmenteront inégalement, de sorte que l'augmentation étant la plus grande en  $B$ , elle sera zero en  $A$ ; car le nouveau pressement, à cause du poids  $S$ , sera entier en  $B$ : mais le frottement de la corde en  $BH$  l'arrêtant un peu, le frottement en  $H$  sera moindre. Par la même raison il sera encore plus petit en  $K$ , & zero en  $A$ ; car s'il y étoit quelque chose la corde glisseroit, parceque le pressement se fait en glissant; & si le pressement finissoit ailleurs comme en  $M$ , le poids  $S$  ne seroit pas le plus grand que la corde pourroit soutenir, donc ce nouveau pressement doit être zero en  $A$ . C'est pourquoi ce nouveau pressement pourra être représenté par les appliquées de la Courbe  $GD$  sur l'arc concentrique  $ED$ .

Il s'ensuit que les pressemens de la corde sur les parties insensibles de l'arc  $AB$  du cylindre causez par les poids  $P, Q, S$ , sont représentez par les appliquées de la Courbe  $DG$  sur l'arc  $AB$ . Il s'agit de trouver la nature de cette Courbe  $DG$ .

### III. PROPOSITION.

La circonference d'un cylindre immobile étant



tant divisée en arcs égaux  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ , &c. si l'on applique sur ce cylindre une corde, à l'extrémité de laquelle soit un poids  $P$  qui tire cette corde par la direction  $AP$  tangente en  $A$ ; à l'autre extrémité de cette corde soient séparément 1°. Le poids  $Q$  qui tire la corde par la direction  $BQ$  tangente en  $B$ . 2°. Le poids  $R$  qui tire la même corde par la direction  $CR$  tangente en  $C$ . 3°. Le poids  $S$  qui tire la corde par  $SD$  tangente en  $D$ , & ainsi de suite; je suppose enfin qu'en ces cas differens chaque poids  $Q$ ,  $R$ ,  $S$ , soient tels qu'en les augmentant d'une quantité infiniment petite, ils surmontent le frottement de la corde contre le cylindre immobile en tirant le poids  $P$ . Je dis que

ce ces poids  $Q, R, S$ , &c. seront en proportion continue.

Car les résistances du poids  $P$  & du frottement de la corde  $AB$  étant en équilibre avec le poids  $Q$ , elles feront le même effet que si un poids  $q$  égal à ces résistances tiroit le poids  $Q$  par la direction  $Bq$  opposée à  $BQ$ , & par conséquent le poids  $q$  est égal au poids  $Q$ . 2°. Les résistances du poids  $P$ , & du frottement de la corde  $ABC$ , sont en équilibre avec le poids  $R$ ; mais les résistances du poids  $P$  & du frottement de la corde  $AB$ , sont égales à la résistance du poids  $q$ . Mettant donc les résistances du poids  $q$  & du frottement de la corde  $BC$  en la place des résistances du poids  $P$  & du frottement de la corde  $ABC$ , les résistances du poids  $q$  & de la corde  $BC$  seront en équilibre avec le poids  $R$ . Et le poids  $R$  sera au poids  $q$ , ou  $Q$ , comme le poids  $Q$  est au poids  $P$ ; parceque les arcs  $AB$  &  $BC$  sont égaux, & que nous supposons les cordes entièrement flexibles & incapables de s'allonger; donc les poids  $P, Q, R$ , sont en proportion continue. Nous prouverons de même que les poids  $Q, R, S$ , sont en proportion continue, & ainsi de suite.

Il suit 1°. qu'en supposant ces arcs infiniment petits, les poids qu'il faudroit appliquer de la manière précédente seront en proportion continue, & on pourra les représenter dans la Fig. II. par des appliquées sur l'arc  $AB$  qui soient en proportion continue, & alors la Courbe  $DG$  fera une ligne logarithmique appliquée sur un cercle.

Il suit 2°. que si l'on connoît le poids \*  $P$  &

\* FIG. III.

& le poids  $Q$ , on connoîtra les autres poids  $R$ ,  $S$ , &c. puisqu'ils sont en progression Géométrique.

3°. Si les poids  $P$  &  $Q$  sont donnez, & les arcs  $AB$  &  $ABD$  ou leur raport, l'on trouvera le poids  $S$  de cette maniere. Prenez les logarithmes des poids  $P$  &  $Q$ , & ôtez l'un de l'autre pour avoir leur difference, & faites cette Analogie comme l'arc  $AB$  est à l'arc  $AD$ ; ainsi la difference des log. est à un log. qu'il faut ajouter au log. du poids  $P$ , la somme sera le log. du poids  $S$ .

La démonstration est que si l'on appelle  $p$  le poids  $P$ , &  $q$  le poids  $Q$ ; alors les autres poids seront  $\frac{q^n}{p}$ ,  $\frac{q^2}{p^2}$ , & le dernier sera en général

$$\frac{q^n}{p^{n-1}} = S \text{ (en supposant que l'arc } AB \text{ soit à}$$

Parc  $ABD$ , comme 1 est à  $n$ ) ensuite appelant  $Q$  le logarithme de  $q$ , &  $P$  le logarithme

de  $p$ ; alors le logarithme du poids  $\frac{q^n}{p^{n-1}}$ , se-

ra  $nQ - nP + P$ . Or pour avoir ce log. prenez les log.  $Q$  &  $P$  des poids  $q$  &  $p$ , ôtez l'un de l'autre, leur difference sera  $Q - P$ . Faites cette Analogie  $AB$  (1).  $AD$  ( $n$ ): :  $Q - P$ .  $nQ - nP$ . ajoutant  $P$ , l'on aura  $nQ - nP + P$ , comme ci-dessus pour le log. du poids  $S$  que l'on cherche.

4°. C'est-pourquoi si l'on supposoit que le poids  $*P$  pesât une livre, &  $QS$  deux livres, (la corde  $AB$  faisant un demi-tour sur le cylindre) si ensuite l'on fait faire à la corde un tour entier, qui avec le premier demi-tour fasse 3 de-

emi-tours ; pour avoir le poids que la corde pourra alors soutenir , il faut donner 4 termes à la progression , dont les deux premiers poids *P* & *Q* seront les premiers termes , c'est-à-dire 1. 2. 4. 8. Le dernier poids après le troisième demi-tour sera de 8 livres. Si l'on fait faire à la corde un nouveau tour ou deux demi-tours, la corde faisant alors cinq demi-tours en augmentant la progression de deux termes , l'on aura 32 livres pour le poids que la corde soutiendra alors. On trouvera de même qu'après un nouveau tour la corde soutiendra 128 livres, ensuite 512 livres, &c.

Quoique dans la conclusion précédente l'augmentation du poids pour vaincre le frottement devienne fort grande , on la trouvera encore plus grande dans les expériences ; parceque 1°. nous avons supposé que la corde ne s'allongeoit point , & qu'ainsi elle avoit une égale facilité à rompre ou à passer par dessus les petites inégalitez du cylindre qui causent son frottement ; néanmoins comme les poids dont on charge la corde l'allongent , ils la pressent davantage contre le cylindre , & les éminences de l'une entrent davantage dans les enfoncemens de l'autre ; de plus le ressort de la corde devient plus fort , de sorte que la force qu'il faut pour faire surmonter à la corde les inégalitez du cylindre, doit être beaucoup plus grande que lorsque nous avons supposé la corde incapable de s'allonger. 2°. La roideur de la corde ne permet pas qu'elle s'applique aussi immédiatement autour d'un petit cylindre , qu'autour d'un grand ; & avec un petit poids qu'avec un plus gros. 3°. Enfin les inégalitez qui se rencontrent dans les parties de la corde & du cylindre, & la maniere d'appliquer  
les

les poids causent de la variété dans les expériences.

L'on peut trouver les poids qu'une corde soutient après plusieurs révolutions autour d'un cylindre par les logarithmes, en prenant le log. du premier poids  $P$  & du second  $QS$ , qu'il soutient après un demi-tour de la corde autour du cylindre, prenant ensuite la différence de ces deux log. qu'il faut ajouter au log. du poids  $QS$  pour avoir le log. du troisième terme, ajoutant successivement cette différence. l'on aura une progression Arithmétique de logarithmes, dont les nombres seront en progression Géométrique comme ci-dessus.

Mais si l'on veut faire une hypothèse de calcul pour satisfaire aux expériences qui augmentent le poids davantage que dans la progression Géométrique, au lieu d'ajouter un même log. au premier terme pour avoir successivement les autres termes, il faudra ajouter des logarithmes qui croissent en proportion Géométrique, l'on aura une suite de logarithmes, dont les nombres croîtront d'autant plus sensiblement, que le second logarithme de la progression Géométrique sera plus grand.

~~~~~

DU NOUVEAU S Y S T E M E DE L'INFINI.

Par M. ROLLE.

ON avoit toujours regardé la Géometrie comme une Science exacte, & même
com-

comme la source de l'exaëtitude qui est répan-lue dans toutes les autres parties des Mathema-tiques. On ne voyoit parmi ses principes que de veritables axiomes : tous les theorèmes & tous les problèmes qu'on y propofoit étoient ou folidement démontrez , ou capables d'une folide démonftration ; & s'il s'y gliffoit quel-ques propoſitions ou fauſſes ou peu certaines, auffi-tôt on les banniſſoit de cette Science.

Mais il ſemble que ce caractère d'exaëtitude ne regne plus dans la Géometrie depuis que l'on y a mêlé le nouveau Syſtème des Infiniment petits. Pour moi, je ne vois pas qu'il ait rien produit pour la Verité , & il me paroît qu'il couvre ſouvent l'Erreur.

Cependant d'habiles Géometres reçurent ce Syſtème auffi-tôt qu'il commença à paroître , & ils tâcherent de le ſoutenir. Dans cette vûe ils propoſerent pluſieurs queſtions de Géome-trie , & ils prétendirent que le Syſtème étoit abſolument neceſſaire pour les réſoudre. Ce qui me donna occaſion d'en faire l'examen , & de propoſer quelques difficultez que j'y avois obſervées.

Ce ſont ces difficultez ou ces paradoxes dont je donnerai ici un extrait : mais comme elles ont un rapport neceſſaire aux ſuppoſitions du Syſtème , il faut en premier lieu expoſer ces ſuppoſitions , & même les diſtribuer en diffé-rentes clafſes pour mieux expliquer ce que j'en dois dire dans la ſuite.

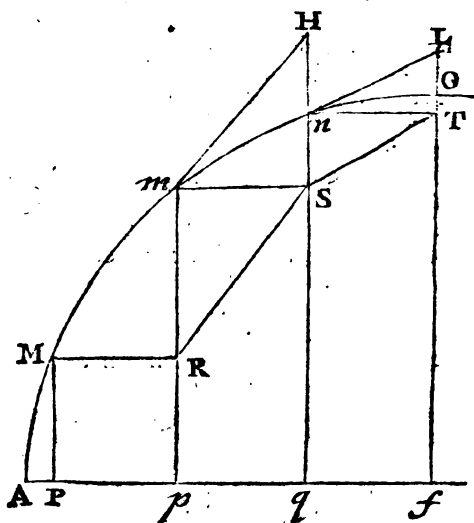
Je prendrai ici ce Syſtème , comme on l'a propoſé dans *l'Analyſe des Infiniment petits* : mais je ne rangerai pas les conditions qu'on y a at-tachées , comme on les a rangées dans cette *Ana-lyſe* ; parceque l'ordre que l'on y a gardé, empêche d'en appercevoir les plus grandes difficultez.

Premiere supposition du Systeme.

La ligne droite Rm est infiniment petite par rapport à PM , & infiniment grande par rapport à Hn , page 57.

La même Hn , déjà infiniment petite par rapport à Rm , est infiniment grande par rapport à $Lo - Hn$. Ainsi de suite à l'infini, pages 55, 56, 57, 58, &c. conformément à la Preface.

En cela je suppose la Figure de l'*Analyse des Infiniment petits*, qui est la 46^e de la 4^e Planche de cette *Analyse*, & ce sera la première de celles dont je me servirai ici.



Seconde supposition.

* L'appliquée MP fait un angle quelconque avec l'axe AP , & toutes les autres appliquées sont parallèles à MP , pages 57, 58, &c. suivant la génération des Courbes & la doctrine des lieux.

Les droites MR , mS , nT sont parallèles à l'axe AP . Ainsi de leurs semblables.

La droite mH est parallèle à RS ; nL , à ST , &c. pages 55, 56.

Troisième supposition.

Si les différences des abscisses, ou les parties de l'axe, telles que Pp , pq , qf sont égales entr'elles; alors on dit qu'elles sont constantes; & dans ce cas on suppose que toutes les premières différences des appliquées sont variables, & que ces premières différences avec leurs différences secondes, troisièmes, &c. forment une suite infinie d'infinis qui sont infiniment renfermez les uns dans les autres, selon ce qui a été dit des suppositions du premier ordre.

Dans le même cas on suppose aussi pour le Système, que les parties de la Courbe telles que Mm , mn , no , sont inégales ou entr'elles ou variables, & qu'elles forment une suite infinie d'infinis par leurs différences premières, secondes, troisièmes, &c. de manière que chacune de ces parties est infiniment grande par rapport à celle qui la suit, & infiniment petite
par

* Voyez la figure ci-devant page 378.

380 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
par rapport à celle qui la précède , pages 57,
58, 59, &c.

Quand on prend pour constantes toutes les différences des appliquées, comme Rm , Sn , To , &c. alors les différences premières, secondes, troisièmes des abscisses, &c. forment une suite infinie d'infinis, infiniment renfermez les uns dans les autres.

Dans le même cas, les parties de la Courbe sont variables, & l'on suppose dans le Système que ces parties de la Courbe * Mm , mn , no , & leurs différences premières, secondes, troisièmes, forment une autre progression infinie d'infinis, infiniment renfermez les uns dans les autres, pages 57, 58, 59, &c.

Lorsque les parties de la Courbe, telles que Mm , mn , no , sont égales entr'elles ou constantes; on suppose que les différences des abscisses sont infiniment renfermées les unes dans les autres, & qu'elles forment une suite infinie d'infinis.

Et dans le même cas le Système donne encore une autre suite infinie d'infinis par le moyen des appliquées, c'est-à-dire par le moyen de leurs différences premières, secondes, troisièmes, &c. pages 57, 58, 59, &c.

Toutes ces suppositions répondent à un endroit de la Preface de l'*Analyse des Infiniment petits*, où il est dit que cette Analyse ne se borne pas aux différences infiniment petites; mais qu'elle découvre les rapports des différences de ces différences, ceux des différences troisièmes, quatrièmes, & ainsi de suite sans jamais trouver de terme qui la puisse arrêter.

* Voyez la figure page 378.

Quatrième supposition.

On peut prendre indifferemment l'une pour l'autre deux quantitez qui ne different entr'elles que d'une quantité infiniment petite, pages 2 & 3.

Ainsi les droites PM , Rm prises ensemble ne feroient pas plus grandes que la seule PM , selon cette supposition.

Et si de PM on ôte Rm , le reste seroit égal à PM , par la même supposition.

Pareillement Rm seroit égale à $Rm + Hn$, & la même Rm seroit encore égale à $Rm - Hn$, &c. c'est-à-dire que le tout seroit égal à sa partie. Mais ce n'est là que le moindre paradoxe des suppositions qui sont particulieres au Système.

Cinquième supposition.

* Une ligne Courbe peut être considérée comme un assemblage de plusieurs lignes droites, chacune infiniment petite; ou comme un polygone d'un nombre infini de côtes, chacun infiniment petit; lesquels déterminent par les angles qu'ils font entr'eux, la courbure de la ligne, page 3.

Ainsi les arcs Mm , mn , no , peuvent être considerez comme des lignes droites dans l'exemple proposé, de maniere que les triangles MRm , mSn , nTo soient censez rectilignes.

Cette supposition est proposée comme une pure supposition, ou comme une hypothèse mathématique; & en ce sens elle n'est point par-

* Voyez la figure page 378.

381 MÉMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

particuliere au Systême. Mais il ne me paroît pas qu'elle ait été conduite comme une hypothèse dans l'*Analyse des Infiniment petits* ; & l'on a dit dans la Preface de cette *Analyse*, qu'on auroit pu démontrer à la manière des Anciens cette supposition & la précédente : ce qui marqueroit que l'une & l'autre n'ont point été proposées comme des hypothèses. On dit aussi dans cette Preface que ces deux suppositions sont les seules sur lesquelles est appuyé tout ce que l'on a traité dans cet Ouvrage : & il faudroit selon cette idée que l'on pût en tirer les autres suppositions que l'on a vues ici. Sur cela j'ai trouvé quelques difficultez que je marquerai dans la suite.

Sixième supposition.

On suppose que les Infiniment petits sont réels, divisibles à l'infini, & infiniment variables. Ainsi MR , Rm , &c. sont des quantitez réelles, divisibles à l'infini, & infiniment variables.

Cela suit des suppositions précédentes : mais on a encore confirmé cette supposition dans les réponses qu'on a faites aux Memoires que j'avois proposés à l'Academie sur ce sujet en l'année 1700.

A toutes ces suppositions du Systême, j'ajouterai quelques-unes des conditions qui en sont inséparables, & dont je me servirai dans la suite.

Quand on suppose deux appliquées * comme MP & mp , ou mp & nq , & que l'une est infiniment proche de l'autre ; alors on a une égalité différentielle qui exprime le rapport de l'ap-

* Voyez la figure ci-devant page 378.

l'appliquée , de l'abscisse , & de leurs premières différences , selon l'*Analyse des Infiniment petits*, sect. 1.

Les autres différences donnent une suite infinie d'égalitez , selon les regles qu'on a proposées dans la sect. 4. de cette *Analyse*.

Outre les conditions que l'on a marquées ici , il s'en trouve quantité d'autres , lorsque les Courbes sont formées sur des points fixes ou sur d'autres foyers ; lorsqu'elles se forment par la projection des corps , par des mouvemens composez ; & en plusieurs autres manieres. Mais il me paroît que ce que j'ai dit ci-dessus , est suffisant pour faire voir dans la suite que le Systeme est insoutenable.

PREMIERES DIFFICULTEZ DU SYSTEME.

SUivant la sixième supposition les Infiniment petits sont réels & divisibles à l'infini. Mais il semble que l'on tombe en contradiction , lorsqu'on suppose que ces Infiniment petits sont réels & divisibles. Car l'égalité que fournit la définition de la Courbe , jointe à l'égalité différentielle du premier genre , détermine les Infinités ; en sorte que chaque Infini est un zéro absolu , comme la différence de 4 à 4 , ou de 5 à 5 , &c. Et par conséquent ils n'ont aucune étendue & ne sont plus divisibles.

Cela se prouve en plusieurs manieres , comme on le va voir ici. Mais avant que de proposer des preuves générales , j'ai crû qu'il seroit bon d'en donner des preuves particulieres ; parcequ'elles demandent moins d'application , & que même ces preuves par-

384 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
ticulieres pourroient suffire dans cette occa-
sion.

* Soit pour exemple la Parabole ordinaire, qui est de toutes les Courbes celle dont l'égalité est la plus simple.

Si l'on prend a pour l'expression de son parametre ; que chaque appliquée comme MP soit nommée y , & que son abscisse AP soit nommée x : Alors on aura $ax = yy$, suivant la nature de cette Parabole.

Si de cette égalité génératrice $ax = yy$ on tire une égalité différentielle selon les regles qu'on a proposées dans l'*Analyse des Infiniment petits*, section 1 ; on aura $a dx = 2y dy$. Et dans cette égalité, dx & dy sont des Infiniment petits selon cette *Analyse*, page 2 : en sorte que dx exprime MR ou son égale Pp , & que dy exprime la difference mR .

Mais suivant la sixième supposition les Infiniment petits sont des quantitez réelles : d'où il s'ensuit que l'appliquée mp seroit réellement distincte de l'appliquée MP , & que l'abscisse AP seroit aussi réellement distincte de l'abscisse Ap .

Or l'abscisse AP est égale à $x + dx$, & l'appliquée $p m$ est égale $y + dy$. Donc, par la définition de la Parabole, le rectangle de l'abscisse $x + dx$ & du parametre a , est égal au quarré de l'appliquée $y + dy$. Ainsi $ax + adx$ est égal à $yy + 2ydy + dy^2$: & prenant cette égalité avec les deux précédentes, on auroit un Problème exprimé par trois égalitez, comme on le voit ici en K .

K .

* Voyez la figure page 378.

$$K \begin{cases} ax = yy. \\ adx = 2y dy. \\ ax + adx = yy + 2y dy + dy^2. \end{cases}$$

Otant la premiere & la-seconde égalité de la troisiéme, c'est-à-dire, choses égales de choses égales, selon l'axiome ordinaire; il en résulte $dy^2 = 0$. Donc $dy = 0$, & substituant 0 au lieu de dy dans l'égalité différentielle, on trouve aussi $dx = 0$. Mais 0 est ici l'expression du zero absolu, ou d'un rien tel que la difference de 4 à 4. D'où il suit que dans ce Problème K, les Infiniment petits sont des riens absolus.

Delà il est encore manifeste que l'on tombe en contradiction, quand on attribue de l'étendue aux Infiniment petits dx & dy ; & cette contradiction devient plus grande à mesure qu'on augmente cette étendue. Car si l'on prend 4, par exemple, au lieu de l'Infiniment petit dy ; alors l'égalité $dy = 0$ se changera en $4 = 0$, & cette contradiction deviendra infiniment petite, si au lieu de 4 on substitue une quantité infiniment petite. Mais si cette quantité est réelle, la contradiction est réelle aussi, quelque idée que l'on ait de l'infinie petitesse.

En d'autres exemples le calcul ne seroit pas si facile: mais on peut toujours se servir des regles générales de l'Algebre pour résoudre le Problème qu'expriment les égalitez; & il se trouve qu'on ne sauroit éviter la contradiction, quand on attribue de l'étendue aux Infiniment petits. Pour le détail du calcul on peut le conduire en différentes manieres, & entr'autres de la maniere que l'on va voir ici.

Soit pour exemple le cercle ordinaire, & qu'il soit exprimé, comme on le fait ordinairement, par l'égalité marquée ici en S.

$$S \dots yy = ax - xx.$$

R 5

Son

386 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Son égalité différentielle suivant l'*Analyse des Infiniment petits*, sect. 1. est telle qu'on la voit ici en *R*.

$$R. \dots 2ydy = adx - 2xdx.$$

Substituant, dans *S*, $x + dx$ au lieu de x , & $y + dy$ au lieu de y ; on aura l'égalité marquée *M*.

$$M. yy + 2ydy + dy^2 = ax + adx - xx - 2xdx - dx^2.$$

De cette égalité *M* ôtant la proposée *S*, on trouvera celle qui est marquée *N*.

$$N. 2ydy + dy^2 = adx - 2xdx - dx^2.$$

Comparant cette égalité *N* à l'égalité différentielle *R*, pour faire évanouir dy , on trouvera la résultante *P*.

$$P. 4yydx^2 + 4xxdx^2 - 4axdx^2 + aadx^2 = 0.$$

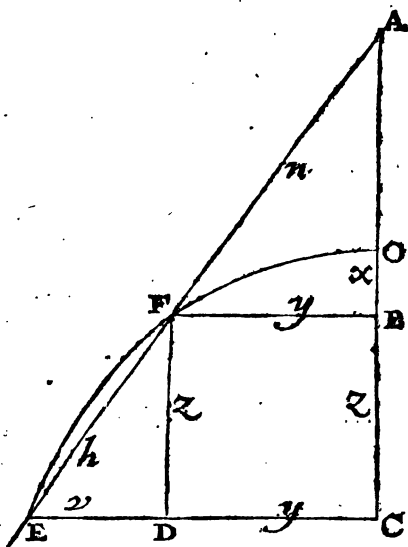
Dans cet exemple on pourroit en demeurer là: car l'on s'apercevrait aisément que cette égalité est toute imaginaire lorsque l'*Infiniment petit* dx est réel. Mais pour se conformer en cela aux règles générales, il faut comparer cette égalité *P* à la proposée *S*, pour faire évanouir x ou y , & l'on trouvera que $aadx^2 = 0$. Où l'on peut voir clairement que l'*Infiniment petit* dx est égal à 0, & que l'on tomberoit en contradiction si l'on prenoit pour dx une quantité réelle.

Souvent on peut abréger le calcul, quand on fait quelque attention au détail. Ainsi il auroit suffi dans cet exemple de prendre en *R* une valeur de dy , & de la substituer dans le seul monome $2ydy$, qui fait partie de l'égalité *N*. Car de cela seul on auroit trouvé l'égalité $dy^2 = -dx^2$, où l'on voit aisément que cette égalité deviendroit imaginaire, si l'on prenoit une étendue réelle pour l'un ou l'autre des *Infiniment petits*.

Non-seulement on s'assure par cette règle que les *Infiniment petits* sont toujours des riens absolus

solus dans l'égalité différentielle ; mais on peut encore s'assurer que ce sont des riens absolus par leur institution, & pour cela il faut voir la véritable origine de cette égalité. Ce qui se peut faire par le moyen de ce Problème.

PROBLÈME.



Une Courbe géométrique EFO étant donnée, & un point F étant aussi donné sur cette Courbe ; on demande par le calcul une secante comme FE , qui rencontre l'axe OB en quelque point A .

Ayant supposé l'ordonnée EC , & une droite FD parallèle à l'axe OB ; on prendra s pour

388 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

l'expression de AB , & l'on marquera les autres segmens comme on les voit dans la figure.

A cause des triangles semblables ABF , FDE , l'on a les deux Analogies M & X , avec leurs égalitez N & T .

$$M. \quad y : s :: v : z. \quad \text{Donc } N. \quad z = \frac{vs}{x}.$$

$$X. \quad y : n :: v : b. \quad \text{Donc } T. \quad b = \frac{nv}{y}.$$

Si l'on prend pour exemple de ce Problème que la Courbe proposée soit la Parabole ordinaire, & que son égalité génératrice soit comme on la voit ici * en C ; alors la seconde appliquée EC donnera l'égalité marquée en D .

$$C \dots px = yy.$$

$$D. \quad px + pz = vv + 2vy + yy.$$

De l'égalité D ôtant l'égalité C , on trouvera l'égalité R .

$$R \dots pz = vv + 2vy.$$

En substituant dans cette égalité la valeur de z que fournit l'égalité N , & dégagant s de l'égalité qui résulte de la substitution, on trouve l'égalité T .

$$T \dots s = \frac{2yy + vy}{p}.$$

Ainsi l'on a une valeur de s qui donne la valeur de AB , & qui par conséquent fournit les secantes requises.

Comme la Courbe est donnée, & que le point F est aussi donné; l'appliquée y se trouve par conséquent déterminée ou donnée dans l'égalité T . Mais le point E n'étant pas donné, l'inconnue v n'est pas donnée dans T . Ainsi la valeur de cette inconnue est indéterminée, & de là aussi la valeur de s ou de AB est encore indé-

* Voyez la figure page 387.

léterminée: de maniere neanmoins que si l'on létermine une des deux, l'autre sera déterminée en même temps.

Or l'on ne peut prendre pour v que des quantitez affirmatives, ou des quantitez negatives, ou bien le zero absolu.

Si l'on prend pour v des quantitez positives ou negatives; la droite AB sera une secante. Mais si l'on prend le zero absolu pour la valeur de v ; alors le monome vy qui est dans l'égalité T , sera entierement détruit, & cette égalité sera changée en une autre que l'on voit ici en V .

$$V \dots s = \frac{2yy}{p}.$$

Ainsi l'on ne peut pas douter que v ne soit un pur rien ou un zero absolu lorsque l'on a l'égalité V ; puisque cette égalité n'a été formée que sur l'entiere destruction de cette indéterminée v .

Mais quand on fait $v = 0$, on a encore $z = 0$ & $b = 0$: ce qui se voit tout d'un coup en substituant 0 au lieu de v dans N & dans T ; & de là on voit aussi que pour avoir l'égalité V , il faut entierement détruire les trois côtes du triangle FDE ; c'est-à-dire, qu'il faut entierement détruire $DE = v$, qui est la difference des appliquées; & qu'il faut encore tout-à-fait détruire BC ou $FD = z$, qui est la difference des abscisses, pour avoir l'égalité V .

On voit aussi que l'existence de cette égalité aneantit $EF = b$, & que dans ce cas AF cesse d'être secante au point donné: de maniere qu'en prolongeant cette droite AF autant qu'on voudra, elle atteindra la Parabole au point donné, & ne la coupera point.

D'où il suit que la secante devient tangente

lorsque tout le triangle FDE se trouve entièrement détruit; & que cette tangente pour être déterminée par le moyen de l'égalité V , suppose nécessairement que ce triangle soit anéanti.

Cela posé, on peut observer ce qui arrive dans le détail du calcul; & l'on verra, comme l'avoient dit plusieurs Auteurs, que si l'on retranche de l'égalité R tous les termes où v & z passent le premier degré, celle qui demeure n'est autre chose que la formule ordinaire des tangentes, à laquelle on a donné le nom d'égalité différentielle. Cette égalité dans cet exemple sera donc comme on la voit ici en Z .

$$Z \dots pz = 2vy.$$

Si l'on substitue e au lieu de z , & a au lieu de v ; elle sera exprimée comme l'a fait M. *Barrow*. Et si au lieu de z on prend dx , & qu'au lieu de v on prenne dy ; cette égalité sera exprimée comme l'a fait M. de *Leibnitz*, & comme on la voit ici en X .

$$X \dots p dx = 2y dy.$$

Cette égalité ainsi exprimée s'appelle égalité différentielle.

Or l'on peut voir de ce qui a été dit, que z & v , ou dx & dy , ne sont que des riens absolument riens par leur institution. Car si l'on prend les trois égalitez N , V , Z , on verra en les comparant à l'ordinaire, que deux de ces égalitez étant données, la troisième en est une suite. Mais l'égalité V n'a été conclue que par l'entière destruction des différences z & v , ou dx & dy : D'où il suit que ce dy & dx ne peuvent être que des zeros absolus dans l'égalité différentielle.

Cela se voit d'une autre manière dans le *Journal* du 28. Mai 1696; & l'on peut encore l'expliquer comme on le va dire ici.

Di-

Divisant chaque membre de l'égalité V par l'appliquée y , on la réduit à $\frac{r}{y} = \frac{2y}{p}$, & les quatre termes de ces deux fractions sont toujours les quatre termes d'une Analogie, que l'on peut disposer comme on le voit ici en Q .

$$Q. \quad p : 2y :: y : r.$$

Ensorte que l'appliquée y ou BF , & la sous-tangente BA ou r , peuvent toujours être les deux derniers termes de cette Analogie. Or les différences $ED = v$, $DF = z$, étoient dans le même rapport que celui de BF à BA avant qu'elles fussent détruites, & rien n'empêche de leur attribuer ce même rapport après leur anéantissement. Car le rapport de θ à θ est indéterminé, comme je l'ai fait voir dans la Méthode générale des Questions indéterminées, pag. 62.

Ainsi au lieu de l'Analogie marquée Q , on a pu prendre celle-ci, $p : 2y :: v : z$, & prendre le produit des extrêmes avec celui des moyennes, pour avoir $pz = 2yv$, c'est-à-dire l'égalité différentielle marquée Z ; & l'on peut en faire de même dans tous les exemples: où l'on voit qu'on a introduit les expressions des différences détruites dans l'Analogie, qui vient de l'égalité V , & qui résulte de l'anéantissement de ces différences. J'ai donné sur cela un plus grand détail dans deux Mémoires que je lus à la Compagnie en l'année 1700, & que j'aurois pu insérer ici: mais il ne paroît pas qu'il soit nécessaire d'en dire davantage; & même il semble qu'il auroit suffi d'indiquer les preuves que je viens d'exposer sur le non-être des différences dx , dy . Car je n'ai point vu que les Défenseurs du Système aient entrepris de prouver la réalité de ces différences, quoi-

392 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
qu'ils dussent prouver qu'elles sont réelles.

Comme je ne me suis servi dans ces preuves que des fixièmes suppositions, & que ces suppositions fussent pour faire voir que les Infinis du premier genre ne sont que de purs riens dans l'égalité différentielle, on voit que toutes les autres suppositions du Système ne sont que de pures fictions, & que ce Système est insoutenable de la manière qu'il est proposé.

D'abord on y voit que tous ces Infinis du premier genre tels que dx ou dy , n'ayant aucune étendue réelle, tous les Infinis des autres genres ne seroient aussi que des zeros absolus dans le calcul. Toutes ces suites infinies d'Infinis, que fournit le Système, ne seroient que des riens qu'on suppose être infiniment compris dans d'autres riens; & delà s'évanouiroit aussi la variété infinie qu'on leur attribue. Toutes ces différences seroient toujours constantes & jamais variables: ce qui se peut encore prouver par d'autres voyes. On verra aussi dans la suite, qu'en prenant la réalité des Infiniment petits comme une hypothèse, ces Infinis fourmilleroient de contradictions: ce qui ne peut convenir à un véritable Système.

SECONDES DIFFICULTEZ.

Je ne vois pas que ce Système ait rien produit pour la Vérité. On reconnoît d'abord que les effets des methodes qu'on propose dans la nouvelle Analyse, sont toujours les mêmes quand on substitue des quantitez finies à volonté au lieu des Infiniment petits dx & dy : Ce qui prouve que le succès, bon ou mauvais, n'est point attaché à l'infinie petitesse qu'on suppose dans le Système.

Pour

Pour faire voir en quoi consiste cette difficulté, je chercherai ici les Tangentes de la Parabole $ax = yy$ par le moyen de la règle qu'on a insérée dans l'*Analyse des Infiniment petits*, pages 11 & 12. Je supposerai 100000 toises au lieu de l'Infiniment petit dx , & 738 toises au lieu de l'Infiniment petit dy (on peut prendre tels autres nombres qu'on voudra) & l'on verra qu'on trouve par ces valeurs supposées la même chose que par les Infiniment petits.

En prenant les dx & dy , la règle donnera l'Analogie marquée ici en A.

$$A. dy : dx :: y : PT.$$

Et si l'on prend au lieu de ces Infiniment petits les valeurs finies dont je viens de parler, la règle donnera l'Analogie B.

$$B. 738 : 100000 :: y : PT.$$

Divisant le produit des termes moyens par le premier terme de l'Analogie A, on aura $PT = \frac{y dx}{dy}$ selon la règle.

Et si l'on fait la même chose sur l'Analogie B, la règle donnera $PT = \frac{100000 y}{738}$.

Ensuite prenant, suivant la règle, l'égalité différentielle de $ax = yy$, on trouve $a dx = 2y dy$.

Et si l'on substitue dans cette égalité différentielle les valeurs supposées de dx & dy , on aura la fausse égalité différentielle marquée ici en C.

$$C. 100000 a = 2y \times \overline{738}.$$

En prenant selon la règle une valeur de dx dans l'égalité différentielle; multipliant cette valeur par y ; & la divisant par dy , on aura $\frac{2y}{a}$ pour la valeur de PT .

Et

Et si pour faire la même chose sur la fausse égalité différentielle C ; l'on prend la valeur de 100000 qui représente dx ; on aura $100000 \div \frac{27 \times 738}{4}$; multipliant par y ; & divisant par 738 qui représente dy , l'on trouvera $\frac{27}{4}$ pour PT , comme on l'a trouvé en prenant les dy & dx . Ainsi le Problème est résolu par les quantitez finies, de même que par les Infiniment petits.

Dela il paroît que le succès n'est point un effet de l'infinie petitesse qu'on attribue aux dx & dy , puisqu'on a la même chose lorsqu'on prend des quantitez finies à volonté au lieu de ces Infiniment petits. Il en est de même de tous les Problèmes où l'on emploie ces dx & dy .

Outre ce défaut, il semble que dans la methode des Infiniment petits il y a une petition de principe, en ce que l'égalité différentielle est toujours une partie de ce que l'on demande, & quelquefois tout ce que l'on cherche. Par exemple, on suppose dans le neuvième article de cette Analyse, que pour trouver les Tangentes des Lignes géométriques de tous les genres, on ait déjà l'égalité différentielle. Mais quand on a une fois cette égalité, on n'a pas besoin de tout ce que l'on dit d'ailleurs dans cet article pour trouver ces Tangentes : Il suffit d'effacer le d qui est dans les dx , pour avoir la sous-tangente sur l'axe des y , & d'effacer le d qui est dans les dy , pour avoir la sous-tangente sur l'axe des x . Ainsi quand on a $2ydy = adx$ pour l'égalité différentielle de la Parabole, & que l'on efface le d qui est en dx ,
aussi-

aussi-tôt on trouve $2ydy = dx$, ou $dy = \frac{dx}{2y}$ pour la sous-tangente sur l'axe des y . Pareillement de dy effaçant d , on trouvera $2xy = dx$, ou $dx = \frac{2y}{x}$ qui est la sous-tangente des x . Or

l'on ne s'est proposé dans l'*Analyse des Infiniment petits* art. 9, que de trouver les sous-tangentes; ainsi l'on y suppose ce qui est en question; & tout ce que l'on y fait d'ailleurs, paroît superflu.

Il y a encore d'autres usages du Système où il semble qu'il y ait aussi des petitions de principe. En voici un exemple considerable que j'ai tiré de l'*Analyse des Infiniment petits*, art. 5. On a prescrit dans cet article de retrancher $dx dy$ de la quantité $y dx + x dy + dx dy$; & pour rendre raison de ce retranchement, on a cité l'art. 2. de cette Analyse, qui est le même dont j'ai parlé dans la quatrième supposition. Selon cet article il seroit permis de prendre *indifféremment* le reste ou la partie $y dx + x dy$ au lieu du tout $y dy + x dy + dx dy$; & c'est en cela que consiste ma difficulté. Car s'il étoit permis de prendre *indifféremment* la partie au lieu du tout; cette indifférence permettroit aussi de prendre le tout $y dx + x dy + dx dy$ au lieu de la partie $y dx + x dy$; & même on seroit porté à le préférer, parceque c'est le tout qui se présente dans l'opération. Ce n'est pas rendre raison de ce retranchement, de dire, comme on a fait dans cet Article cinquième, que $dx dy$ est infiniment petit par rapport à $y dx + x dy$: Car ces trois Infiniment petits étant des riens absolus, l'un n'est pas plus grand que l'autre. De plus, selon ce qui a été dit ici dans les premières difficultés, s'il est permis d'ôter $dx dy$ à cause de son infinie petitesse, ce seroit aussi

à cause de sa petitesse infinie qu'il seroit permis de le laisser. De sorte que dans l'*Analyse des Infinitement petits* on ne voit pas ce qui détermine à prendre la partie $y dx + x dy$ au lieu du tout $y dx + x dy + dx dy$, ou à prendre le tout pour la partie. Cependant cela n'est point libre: car si l'on avoit pris le tout dans cet exemple; de cela seul s'évanouiroient tous les projets de l'*Analyse des Infinitement petits*. Il y a donc une autre raison qui oblige de préférer la partie; & c'est cette raison que l'on n'a pas marquée dans cette *Analyse*.

Mais on peut voir dans la methode de Messieurs de *Fermat* & *Barrow* la véritable cause de ce retranchement; & même il sembleroit en comparant cette methode à l'*Analyse des Infinitement petits*, que l'art. 2. de cette *Analyse* n'auroit été mis dans le *Système*, que pour déguiser la formule ordinaire des Tangentes, qu'on appelle égalité différentielle.

Par les difficultez que j'ai proposées jusqu'ici, l'on voit que les Infinitement petits que l'on a introduits dans le calcul différentiel, ne contribuent rien pour trouver la vérité; qu'ils sont encore inutiles pour l'opération, & qu'après les avoir mis dans une question, il faut d'ailleurs pour la résoudre, faire tout ce que l'on feroit si l'on ne les y avoit point mis.

TROISIEMES DIFFICULTEZ.

Voici d'autres difficultez par lesquelles il paroît que non-seulement ce *Système des Infinitement petits* est inutile pour découvrir la vérité & pour la démontrer, mais que souvent il couvre l'erreur.

Pour marquer ces difficultez par des exemples,

bles, je prendrai d'abord la Courbe qui se forme de l'égalité marquée *R*, dans laquelle l'inconnue *y* exprime les appliquées.

$$R. \quad y = 2 + \sqrt{4x} + \sqrt{4 + 2x}.$$

Si l'on cherche dans cette Courbe une valeur de *x*, telle que l'appliquée *y* soit la plus grande ou la plus petite de ses semblables, comme dans l'*Analyse des Infinitement petits*, page 41. sect. 3, & que l'on veuille se servir des Regles qui sont particulieres à cette *Analyse*; alors on verra que ces Regles ne sont pas toujours veritables; & delà il semble que le Système couvre l'erreur. C'est ce qu'il faut expliquer ici.

Selon la Règle de la même *Analyse* page 42, il faut tirer l'égalité différentielle de la proposée *R*; & on la trouve sous la forme marquée *S*:

$$S... dy = \frac{dx\sqrt{x} + dx\sqrt{4+2x}}{\sqrt{4x+2xx}}.$$

Par la même Règle il faut prendre la valeur de *dy*, & supposer qu'elle est égale à 0: Ce qui donne l'égalité $dx\sqrt{x} + dx\sqrt{4+2x} = 0$; & cette égalité étant résolue, on trouve $x = -4$.

Lorsque cette première tentative ne fait rien connaître, la Règle veut que la valeur de *dy* soit égale à l'Infini, c'est-à-dire que le dénominateur de la fraction doit être détruit. D'où il résulte $4x + 2xx = 0$; & cette égalité étant résolue comme dans l'*Analyse des Infinitement petits* pages 44, 46, &c. on trouve $x = -2$.

De ce que la première tentative a donné $x = -4$, & que cette valeur est réelle, il sembleroit qu'elle devoit résoudre le Problème. Car la Règle ne prescrit point de faire d'autres tentatives, quand une fois la valeur de *x* est réelle. Cependant cette valeur ne le résout pas

pas : elle ne donne pour y que des *Max.* & *Min.* imaginaires, quoiqu'il y en ait de réels : ce qui se voit aisément en substituant -4 au lieu de x dans l'égalité proposée R .

Enfin si l'on passe à l'autre tentative, & qu'on substitue la valeur de x qu'elle a donnée; l'on ne trouvera aussi que des *Max.* & *Min.* imaginaires pour l'appliquée y .

Pour connoître ce défaut dans tous les cas, il faudroit une methode générale par laquelle on pût s'assurer de tout ce qu'il y a d'imaginaire dans une égalité quelconque. Mais ce seroit supposer ce qui est en question. Car une methode qui est générale pour s'assurer des racines imaginaires, renferme une methode générale pour les *Max.* & *Min.*

D'ailleurs il ne suffiroit pas pour l'*Analyse des Infiniment petits* d'avoir une methode générale pour reconnoître les *Max.* & *Min.* imaginaires. Cela serviroit seulement pour faire voir en plusieurs cas, que les *Max.* & *Min.* qu'elle donne ne sont pas réels; & de cela seul on ne pourroit pas savoir si le Problème est possible ou impossible.

Non-seulement on ne pourroit point s'assurer par-là des effets que produisent les methodes de cette *Analyse* : mais l'on seroit encore porté par ces methodes & par le Système à se méprendre en différentes manieres.

Ainsi dans l'exemple ci-dessus proposé en R , on seroit porté à croire que -4 & -2 sont de véritables valeurs pour résoudre le Problème, parce qu'elles sont réelles, & que cette *Analyse* ne prescrit point d'en chercher d'autres lorsque cela arrive, & que le Système ne s'y oppose point. Mais tout conspire dans cette *Analyse* à faire croire que le Problème est impossible

le lorsque l'on a trouvé que ces valeurs réelles de x ne donnent que des *Max.* ou des *Min.* imaginaires, & que néanmoins on a épuisé les tentatives que prescrit la methode.

Pour s'assurer que le Problème n'est pas impossible, & pour le résoudre, on peut se servir de la methode ordinaire. Alors on trouvera 2 pour une véritable valeur de x , & cette valeur donnera encore 2 pour un *Max.* & un *Min.* de y .

Bien davantage, on trouvera ce véritable *Max.* & *Min.* par l'*Analyse* même des Infinitement petits, si l'on fait évanouir les signes radicaux de l'égalité proposée en *R.* Alors cette égalité se trouveroit sous la forme que l'on voit ici en *A.*

$$A. y^4 - 8y^3 + 12xyy + 48xy + 4xx = 0, \\ + 16yy - 64x.$$

Pour trouver le *Max.* & *Min.* de y par le moyen de cette *Analyse*, il faut tirer de la proposée *A* une valeur de dy ; & cette valeur sera comme on la voit ici en *B.*

$$B. dy = \frac{3yydx - 12x\phi x - 2x\phi x + 16\phi x}{x^3 - 6yy + 8y - 6xy + 12x}.$$

Ensuite on prend le numerateur de la fraction, & l'on suppose que ce numerateur est égal à 0. Ce qui donne l'égalité *C.*

$$C. 3yy - 12y - 2x + 16 = 0.$$

Enfin l'on résout le Problème que représentent les deux égalitez *A* & *C.* Ce qui donne $x=2$ & $y=2$, au lieu des imaginaires qu'on auroit trouvées sous l'autre forme.

Ainsi l'on voit que les Regles de l'*Analyse des Infinitement petits* produisent des effets differens, & même opposez, selon les différentes expressions de l'égalité proposée. Mais comme un changement d'expression ne doit rien chan-

ger

ger dans le fonds des raisonnemens; rien ne doit empêcher aussi d'appliquer le Systême à ces Regles lorsque l'égalité proposée est conçue sous la forme R , & lorsqu'elle est sous la forme A ; & il faudroit que ce Systême fit voir que les Regles conduisent à la Verité sous la dernière forme, & qu'elles conduisent à l'Erreur sous la seconde forme: mais au contraire il paroît qu'il s'applique de la même manière sous l'une & sous l'autre forme. Ce qui tend à couvrir l'Erreur.

Il est vrai qu'on a eu toute une autre idée de ces changemens d'expression dans l'*Analyse des Infiniment petits*. Car selon cette *Analyse*, les deux égalitez que j'ai marquées ici en R & en A , seroient des égalitez fort différentes entr'elles; & l'on seroit porté à croire que les Courbes qu'elles fournissent sont fort différentes, & que leurs *Max.* & *Min.* sont aussi fort differens: ce qui jetteroit dans une erreur très-considérable. Ainsi il est bon d'en faire ici la remarque, afin qu'on y fasse attention.

Lorsqu'une égalité exprime la nature d'une Courbe ADB , & qu'il s'y trouve des signes radicaux ou des incommensurables; on suppose dans l'*Analyse des Infiniment petits* page 164. article 189, qu'il faut délivrer cette égalité de ces signes radicaux, afin qu'une de ses inconnues puisse avoir différentes valeurs; & même l'on en parle en cet endroit-là comme d'une vérité fondamentale.

Delà il s'ensuivroit que les inconnues ne pourroient pas avoir différentes valeurs lorsque les signes radicaux se trouvent dans l'égalité, & que la manière de les faire évanouir introduiroit des racines différentes. Ce qui est absurde.

C'est ici un endroit notable de l'*Analyse des Infiniment petits*. Car il se trouve qu'en cet endroit cette *Analyse* est contraire à l'*Analyse* ordinaire. On peut voir cette contrariété dans l'exemple marqué ci-dessus en *M* & en *L*. Et pour la faire voir évidemment, il est à observer que dans cet article 189, on a regardé *y* comme une quantité connue. Supposant donc, par exemple, que cette quantité connue soit $\frac{1}{2}a$; alors on aura l'égalité *K* au lieu de l'égalité *M*, & l'égalité *H* au lieu de l'égalité *L*.

$$K. x^3 + \frac{1}{2}a^3 = \frac{1}{2}aax. \quad H. x = \sqrt[3]{\frac{1}{2}aax - \frac{1}{2}a^3}.$$

Selon l'*Analyse des Infiniment petits* art. 189, il n'y auroit point de racines différentes en *H*. Mais selon l'*Analyse* ordinaire il y a trois racines différentes & réelles dans *H*. Cette *Analyse* les découvre, & fait voir que ces trois racines sont les mêmes que celles de l'égalité *K*.

Mais si l'on prend $y = 2a$, on aura l'égalité *T* au lieu de l'égalité *M*, & l'égalité *V* au lieu de l'égalité *L*.

$$T. x^3 + 8a^3 = 2aax. \quad V. x = \sqrt[3]{2aax - 8a^3}.$$

Selon l'*Analyse des Infiniment petits* il y auroit des racines différentes & réelles dans l'égalité *T*; mais selon l'*Analyse* ordinaire il n'y a qu'une seule racine réelle en *T*. On fait par l'*Analyse* ordinaire qu'il y a une réelle & deux imaginaires en *T*, & que ces racines sont les mêmes que celle de l'égalité *V*.

Soit encore pour exemple l'égalité que l'on voit ici en *B*, on trouvera en faisant évanouir le signe radical, comme on le demande dans cet article 189, que cette égalité prend la forme marquée en *C*.

$$B. x = \sqrt[3]{28x - 48}. \quad C. x^3 - 28x + 48 = 0.$$

Si

Si l'on résout cette égalité sous la forme *C* par l'Analyse ordinaire, on trouvera les trois racines 2. 4. — 6. Et comme elles sont rationnelles, il est facile de voir que ce sont aussi les trois racines de l'égalité *B*.

En substituant 2 au lieu de *x* dans *B*, on aura $2 = \sqrt[3]{56 - 48}$, c'est-à-dire $2 = \sqrt[3]{8}$ ou $2 = 2$. Ainsi l'on ne peut pas douter que 2 ne soit une racine de *B*.

En substituant 4 au lieu de *x* dans *B*, on aura $4 = \sqrt[3]{112 - 48}$, c'est-à-dire $4 = \sqrt[3]{64}$ ou $4 = 4$. Ainsi 4 est aussi une racine de *B*.

Enfin substituant — 6 au lieu de *x* dans *B*, on aura $-6 = \sqrt[3]{-168 - 48}$, c'est-à-dire $-6 = \sqrt[3]{-216}$, ou $-6 = -6$. D'où il est clair que — 6 est encore une racine de l'égalité *B*.

Il y a donc trois racines différentes & réelles dans l'égalité *B*, qui sont les mêmes que celles de l'égalité *C*, & qui sont les valeurs de *x*. Ainsi l'évanouissement du signe radical ne retranche ni n'ajoute aucune racine, & il en est de même dans toutes les égalitez.

Il n'est pas donc vrai, comme on l'a supposé dans l'Analyse des Infiniment petits art. 189, que les égalitez qui ont des signes radicaux ou des incommensurables ne puissent pas avoir différentes racines ; & il y auroit sur cela bien des réflexions à faire par rapport au Système. Mais il suffit ici de dire qu'on ne peut pas conclure de cet article 189, que la Courbe qui se forme de l'égalité *R*, soit différente de celle que fournit l'égalité *A*, ni que leurs *Max.* & *Min.* soient différens. Au contraire on peut s'assurer par l'Analyse commune que la Cour-

be de l'égalité A est la même que celle de l'égalité R : que leurs *Max.* & *Min.* sont aussi les mêmes, & que le Système couvre l'erreur, quand il fait croire que $x = -4$ & $x = -2$ sont de véritables valeurs de x ; ou quand il fait croire que les *Max.* & les *Min.* imaginaires que donnent ces valeurs, rendent la question impossible ; ou enfin quand il fait croire que l'égalité R change de nature lorsqu'on la délivre de ses signes radicaux, & que les *Max.* & *Min.* sont differens de l'égalité A . Ainsi, l'on peut voir que ce Système est fort défectueux.

Il y a des exemples où les défauts de la Règle ne sont pas si grands que dans l'exemple R ; mais ils ne laissent pas d'être considérables pour le Système. Si l'on cherche, par exemple, le *Max.* & *Min.* de y dans cette égalité G .

$$G. y = b + \sqrt{\frac{xx - 2ax + aa - bb^2}{4}}.$$

La premiere tentative donnera $x = a$, qui fournit un *Max.* de y ; & la seconde tentative, si l'on s'avise de la faire, fournira $x = a - b$, & $x = a + b$ qui donnent deux *Min.* de y . Mais faire ces deux tentatives dans cette question, ce ne seroit pas suivre la règle, & ce seroit encore prendre dy dans une même question pour un rien absolu, & pour une quantité plus grande qu'aucune quantité donnée ; ce qui est contradictoire.

Si l'on délivre cette égalité G du signe radical, il suffira de supposer $dy = 0$ pour trouver toutes les solutions du Problème. Car il suffit toujours de faire la tentative du zero absolu pour résoudre entièrement le Problème lorsqu'il n'y a point de signes radicaux ; & même dans ce cas c'est une erreur de passer aux tentati-

tatives de l'Infini, quand la premiere tentative n'a rien donné. Mais dire que $d y$ est égal à rien quand il n'y a point de signes radicaux, & que le même $d y$ est infiniment grand lorsqu'il y en a, il semble que cela est contradictoire.

Cette contradiction se trouve encore dans l'exemple proposé, page 43, art. 49. de l'*Analyse des Infiniment petits*. Car la regle de cette Analyse veut que dans cet exemple $d y$ soit l'Infiniment grand lorsqu'il y a des signes radicaux, & que le même $d y$ soit aussi zero, quand on a fait évanouir les signes radicaux. Or l'on a fait voir ci-dessus que la question est toujours la même, soit qu'il y ait des signes radicaux ou non. J'ai marqué plus au long ces difficultez dans un Memoire que je lus dans l'Assemblée du 17 Mars 1701.

Toutes les difficultez qui sont ici marquées, font voir que le nouveau Systême de l'Infini, de la maniere qu'il est proposé dans l'*Analyse des Infiniment petits*, n'est pas recevable en bonne Géometrie.

Il est vrai que plusieurs Géometres ont introduit & supposé certaines quantitez qu'ils ont appellées Infinies; mais ces Infinis ne sont que des Indéfinis, & sont fort differens des Infiniment petits du nouveau Systême: outre que ces Géometres ont pris ces Indéfinis comme des hypothèses; ce que l'on ne voit pas que l'on ait fait dans l'exposition du nouveau Systême, ni dans son usage.

Il est encore vrai que plusieurs Géometres se sont servis du mot d'Infini en parlant des paralleles, des progressions géometriques dont le dernier terme est zero, des Asymptotes, &c. Mais ces Infinis sont très-differens de ceux du nouveau Systême, comme il est aisé de le voir

406 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
en les comparant avec les suppositions mar-
quées ci-dessus.

Si l'on prend l'Indefini au lieu de l'Infini
dans le Systême, & que l'on veuille séparer
les conditions qu'on y a jointes ; il se trouve-
ra que ces conditions peuvent être prises pour
des hypothèses : mais ce ne seroit plus le Sys-
tême tel qu'on l'a proposé.

Et ce n'est point répondre que de supposer
une suite de termes en progression géometri-
que , & dire que chacun de ces termes est in-
finiment renfermé dans celui qui le précède.
Car afin que cette supposition eût lieu , il fau-
droit que les Infinis du nouveau Systême, par
exemple $PM, Rm, nH, Lo - nH$, &c. fus-
sent en progression géométrique ; ce qui ne se
trouve pas.

Ce n'est encore rien faire pour expliquer les
principales suppositions du Systême , que de
dire que les différences infiniment petites, tel-
les que dx & dy , sont moindres qu'aucune
quantité donnée. Cela se voit aisément, quand
on fait attention à ce qui en a été dit dans la
Géométrie ancienne. Car si l'on veut s'assu-
rer, par exemple , que la superficie du cercle
est égale au rectangle du rayon & de la demi-
circonférence ; on peut supposer qu'il y ait de
la différence entre ces deux superficies, & dé-
montrer dans le goût des anciens Géometres
que cette différence est plus petite qu'aucune
quantité donnée. Mais ce n'est point attribuer
de l'étendue à cette différence : c'est tout au
contraire faire voir que cette différence n'est
pas une quantité. Car aussi-tôt qu'on lui attri-
bue une étendue réelle, la démonstration s'y
oppose ; & si l'on veut en prendre une plus pe-
tite , la démonstration s'y oppose encore : de
ma-

maniere que cette étendue & cette démonstration ne peuvent jamais s'accorder ensemble dans l'esprit. Ainsi l'on peut dire que les différences plus petites qu'aucune quantité donnée, sont de véritables riens dans le sens des anciens Géometres; & delà on voit que ce ne sont pas les différences infiniment petites du nouveau Systême, puisque dans le nouveau Systême l'on attribue à ces Infiniment petits une étendue réelle, & que l'on y fait quantité d'autres suppositions qui ne conviennent point au zero absolu. Mais si l'on rejettoit toutes ces suppositions, il seroit vrai de dire que les quantitez plus petites qu'aucune quantité donnée répondent aux dx & dy de l'égalité différentielle, qui en ce sens ne seroient que des riens absolus, & ne désigneroient que le point Mathématique.

Nonobstant toutes ces difficultez, il est vrai de dire que l'*Analyse des Infiniment petits* est un Ouvrage très-curieux, & qu'il s'y trouve quantité de choses nouvelles & très-ingenieuses.

~~~~~

TRAITE  
PHYSIQUE  
DE M<sup>R</sup>. MERY,  
CONTENANT

- 1°. Un Examen des faits observez par M. du Verney au cœur des Tortues de terre.
- 2°. Une Réponse à sa Critique du nouveau Systême de la circulation du sang par le trou ovale du cœur du fœtus humain.
- 3°. Une Critique des observations qu'a faites M. Buissiere sur le cœur de la Tortue de mer.
- 4°. Une Description du cœur de ce même animal.
- 5°. Une Description du cœur d'une grande Tortue terrestre de l'Amerique.

P R E F A C E.

*P*OUR me conformer à l'article trentième du Reglement ordonné par le Roi pour l'Academie Royale des Sciences, j'ai lu consecutivement dans cinq de ses assemblées l'examen que je donne au public des faits que M. du Verney dit avoir observez dans le cœur des Tortues de terre, & ma réponse à sa Critique  
du

*du nouveau Système de la circulation du sang par le tron ovale du cœur du fœtus humain.*

Comme ces cinq assemblées suffirent à peine pour cette lecture, M. l'Abbé Bignon Président de cette illustre Compagnie jugea à propos de nommer Messieurs Dodart, Maraldi & Litter pour verifiser premierement toutes les citations que je rapporte dans mon écrit, sur les passages mêmes de M. du Verney.

Secondement, pour comparer les figures qu'il a données au public du cœur de la Tortue terrestre de l'Amerique, dans les Memoires de l'Academie de 1676. & 1699. avec les parties que j'ai remarquées depuis ma réponse à sa Critique, au cœur d'un semblable animal en Novembre 1703.

Sur le rapport que firent ensuite de cet examen Messieurs les Commissaires à M. le Président, que la plupart des figures de M. du Verney n'étoient nullement conformes au naturel que je leur avois fait voir, il ordonna au Sieur de Chatillon de faire des desseins de toutes les parties que j'ai découvertes dans le cœur de la Tortue terrestre de l'Amerique que j'ai moi-même dissequée; ainsi ceux qui confronteront les figures de M. du Verney avec les miennes, pourront plus aisément démêler le vrai d'avec le faux, qui se trouvent trop mêlez ensemble dans toutes ses observations.

Cette conduite si judicieuse de M. l'Abbé Bignon, & l'Approbation que l'Academie a donnée à mon Ouvrage, font bien voir que la

*Compagnie n'approuve point les erreurs qui se rencontrent dans les pieces que les particuliers qui la composent font imprimer dans ses Memoires, & qu'elle ne prend point d'autre parti que celui de la Verité.*

*Mais comme il ne paroît pas vrai-semblable qu'un même homme puisse se contredire dans toutes ses découvertes, faites sur les mêmes parties du cœur d'un même animal, ce que je démontre cependant par toute la suite de mon écrit rempli des variations de M. du Verney; pour en convaincre quiconque pourroit en douter, le certificat de Messieurs les Commissaires fait foi, premierement, que toutes mes citations sont conformes à ses passages.*

*Secondement. Que les figures que je donne des parties du cœur de la Torue terrestre de l'Amerique, sont aussi conformes au naturel que je leur ai démontré. Le public peut donc croire que celles de M. du Verney en sont fort éloignées, & s'assurer que je n'ai rien avancé contre lui, soit dans l'examen de ses faits, soit dans ma réponse à sa Critique, qui ne soit parfaitement conforme à la Verité, pour la défense de laquelle j'ai entrepris cet Ouvrage.*

*Troisièmement. D'ailleurs comme le certificat de ces Messieurs porte encore que toutes les parties que je leur ai aussi fait voir dans le cœur de la Torue de mer, existent véritablement, le public peut enfin être persuadé que les deux descriptions que M. Buißiere Anatomiste de la*



*Société Royale de Londres en a faites , l'une qu'il prend pour lui, l'autre qu'il me donne pour détraire la Verité de mes propres découvertes, ne sont remplies toutes deux que d'observations supposées, qu'il a lui-même imaginées, sans avoir vu le cœur de cet animal; puisque les faits qu'il rapporte dans ses deux descriptions, sont tous contraires à ceux que j'ai fait voir à l'Académie Royale des Sciences, & à Messieurs les Commissaires par elle députés pour les examiner en particulier. Ainsi l'Approbation que cette savante Compagnie a donnée aux faits que j'ai observés sur les cœurs des Tortues de terre & de mer, est un sûr garant de la Verité de la description que j'en donne après ma réponse aux Critiques de Messieurs du Verney & Buiffiere.*

*Je ne prétends point cependant diminuer par mes raisons la réputation que M. du Verney s'est acquise par ses travaux. Il est plein de mérite; mais les plus grands hommes sont sujets à se méprendre, & l'on peut dire que leurs erreurs sont moins des preuves de leur incapacité, que des marques de la foiblesse de l'esprit humain.*

# E X T R A I T D E S R E G I S T R E S

*de l'Academie Royale des Sciences  
du 12. Mars 1704.*

**M**ESSIEURS Dôdart , Maraldi & Liotte nommez par l'Academie pour verifier les passages de quelques écrits de M. du Verney , citez & rapportez par M. Mery dans le different qu'il a avec M. du Verney à l'occasion de la description du cœur de la Tortue, &c. & pour verifier aussi quelques faits contenus dans la description de la Tortue, faite par M. Mery , ont certifié à la Compagnie avoir trouvé entierement conformes aux citations de M. Mery tous les passages tirez des *Memoires* de l'Academie, pour servir à l'Histoire des animaux, imprimez en 1676, & des *Memoires* in 4°. de l'Academie imprimez en 1699, de la description du cœur du Crocodile, qui est dans le second volume manuscrit de l'Histoire des animaux qui ont été disséqués à l'Academie avant son nouvel établissement; des reflexions de M. du Verney sur le Crocodile, imprimées parmi les observations des R.R. P.P. Jesuites de *Siam* en 1688. & des Registres de l'Academie de l'année 1699.

Ils ont aussi certifié à la Compagnie que M. Mery leur a fait voir, 1°. Que dans le cœur mou d'une grande Tortue terrestre de l'*Amerique*, & dans le cœur soufflé & seché de deux petites Tortues de terre, il n'y a ni grand ni petit réservoir dans les veines qui aboutissent à leurs oreillettes; que les deux veines des poulmons n'y font point de tronc commun; parcequ'elles aboutissent chacune à l'oreillette gauche en se joignant l'une à l'autre

par

1°. Le côté à l'endroit de leur aboutissement, & ces veines étant vûes exterieurement paroissent estre étroites à l'endroit de leur concours que par tout ailleurs.

2°. Que c'est la même chose dans les deux veines caves à l'égard de l'oreillette droite de ces trois cœurs.

3°. Que dans les cœurs de deux petites Tortues de terre, & d'une Vipere, soufflez & sechez les deux valvules sigmoïdes adossées entr'elles, & attachées à la cloison des deux oreillettes étant soulevées, ne ferment point les embouchures des oreillettes aux ventricules; & étant abaissées dans un cœur mou, elles ne ferment pas non plus exactement le trou ovale qui est dans la cloison charnue qui separe le ventricule droit d'avec le gauche.

4°. Que les deux valvules qui sont placées à l'embouchure des veines caves avec l'oreillette droite, laissent entr'elles une ouverture ovale qu'elles ne ferment pas.

5°. Que dans le cœur qu'on leur a dit être d'une anguille, soufflé & seché les deux valvules de l'aorte, ne la ferment point exactement.

6°. Que l'air soufflé dans le cœur mou d'une grande Tortue de l'*Amerique*, soit par les veines, soit par les arteres, remplit & enfle ses ventricules, ses deux oreillettes & tous ses vaisseaux.

7°. Que dans le cœur des deux grandes Tortues de mer il n'y a qu'une valvule à l'embouchure de l'oreillette droite au ventricule droit, & trois à l'embouchure de l'oreillette gauche au ventricule gauche.

8°. Que des trois troncs d'arteres qui sortent des ventricules du cœur, il y en a un qui après avoir produit l'artere coeliaque & la mesenterique, finit en s'abouchant à la branche posterieure de l'aorte.

9°. Qu'il n'y a que deux valvules sigmoïdes à l'embouchure de chaque tronc d'artere.

10°. Que les Tortues de terre ont des pieds, & celles de mer des nageoires.

11°. Que la figure des cœurs des Tortues de terre représentent une demie sphere un peu applatie; que celle des cœurs des Tortues de mer ressemble à un cone, de sorte que la plus grande dimension des cœurs des premieres est d'un côté à l'autre de la base, & que dans les cœurs des dernieres elle est de la base à la pointe.

Ils ont encore certifié que M. Mery leur a fait voir le cœur & les vaisseaux de la Tortue terrestre de l'*Amerique* étant ouverts.

12°. Que la surface interieure des veines qui rapportent le sang dans les oreillettes du cœur de cet animal, est fort lisse & polie, qu'il en est de même des veines du poulmon dans la tortue de mer; qu'au contraire dans celle-ci les veines caves & les axillaires sont garnies de fibres charnues qui forment dans les axillaires une espece de tresse, dont on voit quelque vestige dans le concours des deux veines caves.

13°. Que dans le cœur de la Tortue de mer il n'y a que trois cavités qui communiquent ensemble par deux détroits; que le cœur de la Tortue terrestre de l'*Amerique* en a quatre, qui ont aussi communication entr'elles par trois détroits.

14°. Que du cœur de ces deux especes de Tortues partent trois troncs d'arteres; que du ventricule gauche de l'une & de l'autre il ne sort aucun de ces trois troncs; que dans la Tortue de mer le ventricule droit donne naissance à deux de ces troncs, qui font l'office de l'aorte, & du canal arteriel de communication placé dans le fœtus entre l'aorte descendante & l'artere du poulmon; mais qu'il ne sort aucune artere du ventricule droit du cœur de la Tortue terrestre de l'*Amerique*; que dans celle-ci ces deux premiers troncs tirent leur origine de la cavité qui communique immédiatement avec le ventricule droit; que dans la Tortue de mer l'artere du poulmon sort de cette même cavité, que dans celle de terre l'artere du poulmon part du ventricule qui communique avec celui d'où sortent l'aorte & le canal de communication.

15°. Qu'au haut du détroit du ventricule droit à la cavité d'où partent l'aorte & l'artere de communication, il y a dans la Tortue terrestre de l'*Amerique* une valvule faite en forme de croissant, & qu'il n'y en a point dans celle de mer.

16°. Que dans l'une & dans l'autre il n'y a qu'une valvule à l'entrée du ventricule droit, & trois à l'entrée du gauche.

17°. Qu'à l'embouchure de l'oreillette droite avec les veines caves, il y a deux valvules dans ces deux especes de Tortues, qu'il n'y en a aucune à l'embouchure de l'oreillette gauche avec les veines du poulmon.

18°. Qu'à l'embouchure de chacun des trois troncs d'artere du cœur de la Tortue de terre & de mer il n'y a que deux valvules.

Ils ont enfin certifié avoir trouvé les figures que M. *Mery* a fait faire des parties du cœur de ces deux Tortues tout-à-fait conformes au naturel. En foi de quoi j'ai signé le present Certificat à Paris ce 2. Juin 1704.

FONTENELLE,

*Sec. perp. de l'Ac. Royale des Sciences.*

~~~~~

EXAMEN DES FAITS

OBSERVEZ PAR M. DU VERNEY

Au Cœur des Tortues de terre.

ENFIN après dix ans & plus de reflexions, M. *du Verney* vient de nous donner sa Critique sur l'usage que j'ai attribué au trou ovale, & au canal de communication qui se trouvent

416 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
vent dans le fœtus humain & dans la Tortue.
Voici comme il debute.

** J'aurois pu donner au public, il y a long-temps, les observations que j'ai faites sur le nouveau Système de la circulation du sang dans le fœtus, que M. Mery a voulu fonder sur la structure du cœur de la Tortue.*

Qu'il y a peu de verité dans ce début ! Ceux qui voudront bien se donner la peine de lire seulement l'avis qui est à la tête du petit Traité que j'ai donné au public en 1700, deux ans avant l'impression de sa Critique, verront que le nouveau Système de la circulation du sang dans le fœtus humain, qui en fait le sujet, n'est pas fondé, comme il voudroit le faire croire, sur la structure du cœur de la Tortue ; qu'elle n'en est seulement que l'occasion, mais sur l'inégalité qui se rencontre dans le fœtus entre l'aorte & l'artere du pœumon, sur la difference qui se trouve entre les capacitez des oreillettes, sur celle des ventricules de son cœur, & sur l'égalité de ces mêmes parties dans l'homme adulte.

Connoître cette verité, & n'en point parler dans tout son Traité, n'est-ce pas donner lieu au Lecteur de penser qu'il a bien senti en lui-même, que ce fondement sur lequel est véritablement bâti ce nouveau Système, est inébranlable ? Cependant M. du Verney voudroit bien faire croire qu'il l'a détruit il y a long-temps, comme on le peut voir par ce qu'il va dire : † *Dès qu'il le proposa, je l'examinai avec soin, je fis des dissections exactes de plusieurs Tortues;*

* Memoires de l'Academie de l'année 1699. imprimez à Paris en 1702. & à Amsterdam en 1706. pag. 283. Ed. d'Amst. † pag. 283.

Et ayant connu l'erreur de cette découverte, je la combatis dans mes Exercices du Jardin Royal, Et dans cette Academie, comme il est rapporté dans l'Histoire qui en a été publiée.

Avant de faire voir que toutes ces dissections de Tortues sont peu exactes, M. du Verney me permettra, s'il lui plaît, de lui demander en quelle année & dans quelle page de son Histoire l'Academie Royale des Sciences rapporte ses objections. Je l'ai lûe, & n'y en ai remarqué aucune avant sa critique. Il est bien vrai qu'en 1692. il proposa en différentes assemblées de cette célèbre Compagnie plusieurs difficultez sur le rapport que j'avois fait du trou ovale de la Tortue avec celui du fœtus humain. Il donna même par écrit ses objections à M. l'Abbé Bignon qui en étoit alors Président; mais la réponse que j'y fis immédiatement après, & qui est restée dans les Registres de l'Academie, l'obligea aussi-tôt à retirer son écrit: Delà vient qu'elle n'a point fait mention dans son Histoire des objections de M. du Verney avant 1702, qu'elle donna au public ses Memoires de 1699; ce qui fournit à M. du Verney l'occasion d'y placer avec sa Critique la description du cœur d'une grande Tortue de l'Amérique, qu'il ne reçût de Versailles qu'au mois de Decembre 1700; ce qui se verifie par les Registres de l'Academie.

Au reste, qu'il est aisé de combattre l'opinion d'un homme devant des écoliers qui ne l'entendent point, & à qui on ne laisse pas même la liberté de faire une objection: mais qu'il est difficile d'en imposer à des Academiciens, & à des Anatomistes qui sont en état de démêler le vrai d'avec le faux, & les bonnes raisons d'avec les mauvaises; j'en appelle à leur jugement. Les

Les objections que me fit M. du Verney en 1692, étant fort différentes de celles qu'il me propose aujourd'hui dans sa Critique, comme on le peut voir dans le petit écrit que j'ai fait imprimer en 1700. pag. 19. où je les ai rapportées, il est surprenant de lui entendre dire :

** Je composai dès lors le Traité que je vais lire, & quelques autres qui paroîtront dans la suite. J'ai différé de les donner au public, & je ne m'en suis déterminé qu'avec peine, & pour le bien de la paix, & par la considération que j'ai pour l'Auteur de ce Système; mais j'ai cru les devoir à la curiosité de ceux, qui s'étant élevez comme moi contre ces nouveaux sentimens, n'ont en moi le même loisir, ni la même commodité de travailler à de pareilles dissections. D'ailleurs l'Auteur pourroit prendre mon silence pour une approbation de son sentiment, & publier encore que bien qu'il m'en ait fait une espee de défi, je n'ai pas osé le combattre.*

La nouvelle opinion de la circulation du sang par le trou ovale dans le fœtus humain, eut avant de paroître en public le bonheur d'être approuvée par M. du Verney en pleine Academie, & même chez lui lorsque je la lui communiquai en particulier: mais elle ne fut pas plutôt imprimée, qu'il fit en effet tous ses efforts pour la détruire, mais inutilement, puisqu'il ne jugea pas à propos de laisser dans les Registres de l'Academie ses objections. Qui croira après cela qu'il ait véritablement de la considération pour son Auteur, & qu'il aime sincèrement à vivre en paix avec lui?

La curiosité de ceux, qui comme lui, se sont élevez en 1698 contre le nouveau Système pu-

blié

blié & établi en 1697, sur la capacité différente de l'aorte & de l'artere du poulmon dans le fœtus sera peu satisfaite, quand ils verront que par toute sa Critique, qu'il leur a fait attendre pendant plus de dix ans, il n'attaque point, comme ils ont fait, le véritable fondement de ce Système, & que même toutes les raisons qu'il y emploie pour ruiner seulement le rapport que j'ai fait de l'usage du trou ovale du cœur de la Tortue avec celui du fœtus humain *, n'auront servi qu'à le mieux appuyer. Delà n'auront-ils pas lieu de s'imaginer, que puisque M. du Verney ne combat point au fond mon opinion, c'est qu'il ne trouve point en lui-même d'assez fortes raisons pour la détruire. Il paroît cependant se flater de la pouvoir renverser, quoiqu'il ne l'attaque point, quand il nous dit : † *Dans le temps que je m'y suis déterminé, j'ai été assez heureux pour recevoir de Versailles une grande Tortue terrestre de l'Amerique, qui m'a servi à confirmer les observations que j'avois faites sur celles que nous avons en France. J'ai ajouté la description des cœurs de la Vipere, de la Grenouille, &c. de quelques poissons qui ont tous beaucoup de rapport au cœur de la Tortue, afin de ne rien omettre de tout ce qui peut servir à éclaircir ces questions.*

M. du Verney nous apprend bien que cette Tortue lui a servi à confirmer les observations qu'il a faites sur nos petites Tortues de France : mais il nous dissimule qu'il s'est servi de ces petits animaux pour confirmer les remarques qu'il a faites il y a plus de vingt ans, sur une autre Tortue terrestre de l'Amerique encore

* Memoires de l'Academie 1692. pag. 57.

† Mem. de l'Ac. 1699. pag. 284.

re plus grande que celle du cœur de laquelle il vient de nous donner la description. Il n'a sur cela gardé le silence, que parce qu'en 1685 je démontrai à l'Academie sur une Tortue de mer, que toutes les observations qu'il a faites sur les différentes parties du cœur de sa premiere Tortue de l'*Amerique* étoient fausses. Les faits que je fis voir à cette savante Compagnie parurent si évidens à M. du Verney, qu'il n'osa pas alors les contester.

Ce ne fut qu'après s'être rendu maître des desseins que j'avois fait faire des parties du cœur de cet animal qu'il entreprit de les faire passer pour faux, & qu'il se servit pour cet effet de nos petites Tortues de *France* pour vérifier les observations qu'il avoit faites sur sa premiere Tortue de l'*Amerique*, particulièrement qu'il ne sortoit du cœur de cet animal que deux troncs d'arteres, & qu'il y avoit à l'embouchure de chacune trois valvules sigmoides; mais une grosse Tortue que je reçus de *Languedoc* dans le temps de ses démonstrations à l'Academie, ruina son entreprise; il fut contraint en lui montrant au cœur de cet animal trois troncs d'arteres qui n'avoient chacun que deux valvules comme celles de la Tortue de mer, d'avouer à Messieurs de l'Academie Royale des Sciences qu'il s'étoit mépris. Il fit plus, il donna ensuite mes faits au public pour ceux qu'il avoit observez lui-même sur le cœur du Crocodile, & ne les lui donna pas pour faux; ce que je prouverai à la fin de l'examen que je vais faire de ses observations.

Pour ne point faire perdre de vûe au Lecteur la question dont il s'agit maintenant entre M. du Verney & moi, qui est de savoir si le sang circule dans le cœur du fœtus humain, com-

comme dans celui de la Tortue; ou bien si le trou ovale & le canal de communication, qui se rencontrent dans l'un & l'autre, ont le même usage dans tous les deux, j'examinerai seulement les remarques qu'il a faites sur le cœur de la Tortue; persuadé que celles du cœur de la Grenouille & de la Carpe, qu'il vient de nous donner dans le même Traité, sont beaucoup plus propres à embrouiller cette question qu'à l'éclaircir.

En effet, établir des différences essentielles entre les parties du cœur de ces animaux; soutenir après cela que la structure du cœur de la Tortue qui a trois ventricules, trois troncs d'arteres, deux troncs de veines, deux oreillettes, soit conforme à la structure du cœur de la Carpe, qui n'a qu'un ventricule, qu'un tronc d'artere, qu'un tronc de veine, qu'une oreillette; n'est-ce pas s'imaginer que trois ou deux ne font qu'un dans la nature, ou qu'un y fait deux ou trois? Mais comment M. du Verney pourra-t-il nous démontrer un paradoxe si étrange? & qui pourra comprendre que le cœur de la Carpe qui n'a ni trou ovale, ni canal de communication, puisse être propre à prouver que ces deux conduits, qui se rencontrent dans le fœtus humain & dans la Tortue, n'ont pas dans l'un & dans l'autre les mêmes usages? Cependant il nous dit que ** la conformité qui se trouve dans la structure du cœur de ces animaux, l'a obligé de les décrire en même-temps†, afin de ne rien omettre de tout ce qui peut servir à éclaircir ces questions.* Pour cela il faut un génie tout particulier.

Nous voici arrivés à la division de la piece
de

* Pag. 305. † Pag. 284.

de M. du Verney. * *Je décrirai, dit-il, dans la première partie de ce discours la structure du cœur de la Tortue, & de ceux des autres animaux dont j'ai parlé. Dans la seconde j'examinerai leurs usages, & dans la troisième je fonderai sur toutes les deux la Critique du nouveau Système.* Qui ne croiroit que M. du Verney va renverser ce Système nouveau? Cependant il n'y touche nullement, puisqu'il n'attaque aucune des cinq propositions sur lesquelles il est fondé. C'est ce que je ferai voir dans ma réponse à sa Critique : faisons présentement l'examen de ses faits.

En suivant pas à pas M. du Verney dans toutes ses démarches, je ferai voir d'abord qu'il détruit lui-même par ses propres observations tous les faits qu'il a remarquez dans le cœur des Tortues sur lesquels il fonde sa critique. Je montrerai ensuite que ce qu'il nous dit de la circulation du sang de ces animaux dans la seconde & troisième Partie de son Traité, n'est qu'une imitation d'une petite piece que j'ai fait imprimer dans les Memoires de l'Academie. Je démontrerai enfin par ses propres faits, que le trou ovale & le canal de communication ont dans le fœtus humain & dans la Tortue les mêmes usages; & qu'il a dit long-temps avant moi, que la circulation du sang se fait dans le cœur du fœtus de la même manière qu'elle se fait dans celui de la Tortue, ce qui fera voir l'absurdité de toute sa Critique par laquelle il prétend aujourd'hui prouver le contraire.

Avant de fournir les preuves de ma première proposition, je dois faire remarquer que M. du Verney nous a donné quatre descriptions du

cœur

cœur de la Tortue. La premiere se trouve dans les Memoires que l'Academie Royale des Sciences fit imprimer en 1676. Celle-ci est du cœur d'une grande Tortue terrestre de l'*Amerique*. La seconde est du cœur d'une Tortue de mer. Celle-là a été imprimée en 1688 parmi les observations que les Reverends Peres Jesuites de *Siam* ont faites sur le Crocodile. La troisieme qui est du cœur des petites Tortues de *France*, a été seulement transcrite dans les Registres de l'Academie le 23 Decembre 1699, le même jour & le même mois de cette même année. La quatrieme fut imprimée dans ses Memoires, si on s'en rapporte à la date. Cette dernière description est encore du cœur d'une grande Tortue terrestre de l'*Amerique*, que M. du Verney n'a cependant reçue de *Versailles* qu'au mois de Decembre 1700. J'ai tiré une copie de sa troisieme description, verifiée par M. de Fontenelle Secrétaire de l'Academie, afin de faire connoître que sa dernière Tortue de l'*Amerique*, loin de lui avoir servi, comme il dit, à confirmer les observations qu'il a faites sur le cœur des petites Tortues de *France*, ne lui a servi au contraire qu'à les détruire ou à les reformer.

Des deux grandes Tortues terrestres de l'*Amerique* dont M. du Verney nous a donné les observations, la premiere * avoit quatre pieds & demi de long depuis l'extrémité du museau jusqu'à l'extrémité de la queue, & quatorze pouces d'épaisseur; l'écaille avoit trois pieds de long sur deux de large.

M. du Verney ne nous marque point quelle étoit la longueur entiere de la seconde; il se

con-

* Premiere Description 1676. pag. 193.

contente de nous dire que * l'écaïlle qui la couvroit étoit de deux pieds trois pouces de long sur deux pieds un pouce de large, & son écaïlle de dessous d'un pied cinq pouces de long sur un pied deux pouces de large.

Si les mesures de l'écaïlle de sa premiere Tortue sont justes, comme il y a bien de l'apparence, on peut dire sans crainte de se tromper que M. du Verney s'est mépris en mesurant les écaïlles de la seconde; mais c'est peu de chose que cette méprise. Ce qu'il y a de plus étrange, c'est que les figures qu'il nous a données du cœur de sa premiere Tortue de l'*Amerique*, sont en tout différentes de celles du cœur de la seconde, & que les deux descriptions qu'il a faites des cœurs de ses deux Tortues se détruisent l'une l'autre; de sorte que si les observations qui sont dans sa premiere description sont vraies, celles qui sont dans la quatrième sont absolument fausses; & réciproquement si celles-ci sont vraies, les autres sont évidemment fausses. C'est ce que je vais démontrer.

M. du Verney nous dit dans sa quatrième description, † qu'on voit autour du cœur de ces animaux une espece de réservoir d'une figure oblongue, & assez semblable à celle d'un outre enflé: il est formé par le concours de plusieurs veines. L'axillaire droite & la veine cave inferieure s'embouchent au côté droit de ce réservoir, l'une en haut, & l'autre en bas. De l'autre côté on voit dans une pareille situation l'axillaire gauche, & une veine qui rapporte le sang de la partie gauche du foie. La veine coronaire, & quelques autres vaisseaux qui sortent des parties voisines s'y unissent aussi; &

coron-

* Quatrième descr. 1699. pag. 284.

† Quatrième descr. pag. 285.

omme les jugulaires se déchargent dans les axillaires, cela fait que le sang de toutes les veines est rapporté dans ce réservoir, à l'exception de celui des veines du poulmon. Ce même réservoir, vers son milieu, s'ouvre dans l'oreillette droite du côté qu'elle regarde l'écaille de dessus.

Ce réservoir, dans le sens que le prend ici M. du Verney, ne peut être autre chose que le tronc de la veine cave. Il en convient lui-même, quand il nous dit * que par le terme de réservoir on n'entend autre chose qu'un tronc de veines formé par le concours de plusieurs autres, & qui tient lieu de veines caves supérieure & inférieure.

Ce mot de réservoir étant bien entendu, il est aisé de prouver maintenant à M. du Verney qu'il détruit lui-même tout ce qu'il vient de nous en dire, par ce qu'il nous en dit dans sa première description. Voici ses propres paroles.

† La veine cave, qui ainsi qu'il a été dit, avoit deux troncs sortans l'un de la partie droite du foie, & l'autre de la partie gauche, portoit le sang par chacun de ces troncs dans chacune des oreillettes.

Cela se voit effectivement par les premières figures de ces parties; le contraire paroît dans les secondes, où l'on voit que son grand réservoir s'ouvre vers son milieu dans l'oreillette droite par une seule embouchure. Quelle différence? Est-ce M. du Verney qui s'est mépris, ou la nature? Qui pourra découvrir la vérité parmi ces contradictions?

Après nous avoir fait la description du réservoir de la veine cave, il en décrit un autre formé par la réunion des veines du poulmon, &

* Pag. 305. † Première descr. 1676. pag. 198.

& nous dit que * les deux veines du p^{ou}mon remontent le long du côté intérieur de chaque branche, la droite passant par dessus le réservoir dont on a parlé, & la gauche par dessus l'axillaire du même côté; elles viennent toutes deux former un second réservoir beaucoup plus petit que le premier, & qui se décharge dans l'oreillette gauche vers son milieu du côté qu'elle regarde l'écaille de dessus.

Cependant dans sa troisième description du cœur de nos petites Tortues de France, il dit que † les deux veines du p^{ou}mon viennent se décharger au bas de l'oreillette gauche, & ces deux veines là percent chacune à part, quoique fort près l'une de l'autre.

Est-ce là confirmer par sa grande Tortue terrestre de l'Amerique les observations qu'il a faites sur les petites Tortues de France? La différence de ces deux passages qui regardent un même fait saute aux yeux: Par le premier les veines du p^{ou}mon s'unissent ensemble pour former un petit réservoir, qui n'a qu'une seule embouchure dans l'oreillette gauche; par le second les deux veines du p^{ou}mon ne s'unissent point, elles percent chacune à part cette oreillette. Quelle contradiction!

Quelque grande que soit cette différence, elle paroît petite en comparaison de celle que je vais rapporter. Les deux veines du p^{ou}mon ne s'ouvrent point dans l'oreillette gauche, & ne versent point leur sang dans sa capacité. C'est M. du Verney qui nous l'apprend lui-même dans sa première description, écoutons-le parler.

‡ La veine du p^{ou}mon étoit double, y en ayant une

* Quatrième description pag. 286. † Troisième description. ‡ Première description pag. 198.

une de chaque côté; car ces veines se déchargeant dans chaque axillaire, mêloient le sang qu'elles avoient reçu du poulmon avec celui de la veine cave, pour le porter dans le ventricule droit duquel l'aorte sortoit.

Qui pourra parmi tant de faits, qui se détruisent les uns les autres, démêler les vrais d'avec les faux? Comment après cela faire fonds sur les observations de M. du Verney? Ne nous laissons pas cependant de le suivre dans ses variations; nous ne sommes encore qu'au commencement, revenons donc à ses deux réservoirs, & montrons-lui premierement que le terme de réservoir ne peut convenir aux troncs des veines sans abus.

Réservoir, pris dans sa signification propre, ne se dit que d'un lieu où on amasse & où on réserve des eaux, pour les faire ensuite couler ou jaillir dans un autre. C'est dans ce sens que la vessie peut être appelée avec raison le réservoir de l'urine, cette liqueur y étant retenue quelque temps avant que de s'écouler par l'uretre.

On ne peut pas dire de même que le tronc de la veine cave, ni celui des veines du poulmon soient les réservoirs du sang qui vient de toutes les parties du corps de la Tortue se rendre dans le cœur de cet animal par ces vaisseaux, puisqu'il ne fait qu'y passer sans s'y arrêter un seul moment. Il est donc évident que l'application que M. du Verney fait du terme de réservoir au tronc de la veine cave, & à celui des veines du poulmon, n'est pas naturelle: car il lui est impossible de faire voir que le sang s'y repose un seul moment avant que d'entrer dans les oreillettes du cœur de la Tortue.

Supposé néanmoins que le mot de réservoir

pût convenir improprement aux troncs des veines ; faisons-lui voir secondement que son grand ni son petit réservoir n'existent point dans les Tortues ; en voici plusieurs preuves.

Premiere preuve. C'est une chose démontrée par tous les Géometres, que les capacitez ou ouvertures des tuyaux circulaires sont comme les quarez de leurs diamètres ou de leurs circuits. Or on trouve par experience que les circuits de l'aorte & de l'artere de communication sont presqu'égaux, & que celui de l'artere du poulmon est à très-pen de chose près double de chacun d'eux, donc la capacité de l'artere du poulmon sera à chacune des leurs, comme le quarré de 2 est au quarré de 1, c'est-à-dire, comme quatre est à un, & par conséquent la capacité ou l'ouverture de l'artere du poulmon est environ quadruple de chacune de celles-là, c'est-à-dire double des deux ensemble.

Or supposé que le sang qui passe des ventricules du cœur de la Tortue dans ces trois arteres y coulât avec la même vitesse, il devroit passer par l'artere du poulmon deux onces de sang, pendant qu'il n'en passeroit que demie-once dans chacune des deux autres, & par conséquent le réservoir des veines du poulmon de la Tortue, qui reçoit le sang de l'artere pulmonaire, devroit être une fois plus grand que celui de la veine cave qui reçoit le sang de l'aorte & du canal de communication. Cependant M. du Verney donne au réservoir de la veine cave une capacité quarante fois ou environ plus grande qu'au réservoir de la veine du poulmon, ce qui est absolument impossible. Ces deux réservoirs ne sont donc qu'imaginaires, suivant même le rapport qu'il fait de ces trois arteres.

Seconde preuve. Car si, comme il dit, ** l'artere du poulmon a autant de diamètre que l'aorte ascendante, & s'il suffit que le tiers du sang qui sort du cœur soit porté dans le poulmon, comme il le suppose, il est visible qu'il ne passera par l'aorte ascendante qu'un autre tiers de cette même masse de sang qui sort du cœur de la Tortue; il faut donc nécessairement que le troisième passe dans l'aorte descendante, les ouvertures de ces trois arteres, selon lui, doivent donc être égales, & par conséquent le réservoir qui reçoit le sang de ses deux arteres, ne peut être que double du réservoir qui reçoit le sang de l'artere du poulmon dans la supposition. Il est donc vrai qu'il s'est de beaucoup mécompté dans son calcul, en donnant environ quarante fois plus de capacité au tronc de la veine cave, dont il fait son grand réservoir, qu'au tronc de la veine du poulmon qui fait le petit: mais c'est-là la moindre de ces erreurs à cet égard, celle qui suit est beaucoup plus considérable.*

Troisième preuve. M. du Verney convient que *† par la terme de réservoir on n'entend autre chose qu'un tronc de veines formé par le concours de plusieurs autres, & qui tient lieu des veines caves supérieure & inférieure dans la Tortue.*

Or comme il est de la nature d'un tronc de veines de n'avoir qu'une capacité égale à celles de toutes les racines dont il est formé, puisqu'il ne porte que la même quantité de sang; que cependant la capacité de son petit réservoir est du moins six fois plus grande que celle des deux veines du poulmon prises ensemble,

&

* Quatrième description pag. 293. & pag. 311.

† Page 305.

& la capacité de son grand réservoir trente fois ou environ plus grande que celle des deux troncs de la veine cave, & des axillaires prises ensemble; ce qu'on peut voir par la septième & huitième Figures de la cinquième Planche, il est évident que ces deux réservoirs ne peuvent exister dans les Tortues.

Quatrième preuve. Pour en être encore plus convaincus, il n'y a qu'à comparer seulement le grand réservoir avec le cœur, tels qu'ils sont l'un & l'autre représentés dans la seconde & la quatrième Figures qui se trouvent à la fin de sa quatrième description; on verra par ces deux Figures, que la seule capacité de ce réservoir est du moins double de celles des deux oreillettes, & des trois ventricules du cœur de la Tortue prises toutes ensemble; ce qui est absurde.

Cinquième preuve. Si M. du Verney ne veut pas se rendre à ces preuves qui ruinent visiblement ses deux réservoirs, qu'il s'en rapporte du moins à lui-même, qu'il prenne donc la peine de revoir les Figures du cœur de sa première Tortue de l'*Amerique*, il y remarquera qu'alors il prit soin que les deux troncs des veines caves gardassent avec leurs racines une égale proportion; il y verra aussi que les capacités des oreillettes sont de beaucoup plus grandes que celles des troncs des veines qui s'embouchent avec elles. Par-là il pourra aisément se desabuser de ces deux réservoirs imaginaires.

La sixième preuve que ces réservoirs n'existoient pas dans sa dernière Tortue de l'*Amerique*, se tire de la troisième Figure du cœur de nos petites Tortues de *France* qu'il a fait graver dans la seconde Planche, & de la description qu'il en a donnée à l'Academie. Dans la Fi-
gure

gure ces réservoirs ne sont point représentez. M. du Verney n'en parle point dans sa troisième description. Je vais en rapporter deux passages qui confirment ce que j'avance. Voici le premier.

** On voit, dit-il, sous l'oreillette droite un tronc de veines formé par la réunion de plusieurs vaisseaux, lequel s'ouvre à côté & un peu au-dessous de cette oreillette.*

Voilà le second. † *Les deux veines du pœmon viennent se décharger au bas de l'oreillette gauche, & ces deux veines la percent chacune à part.*

Il n'a donc point trouvé au cœur de ces petits animaux ces deux réservoirs, il n'en fait point mention dans la description de sa première Tortue de l'*Amerique*, & les Figures qu'il nous a données des veines du cœur de cet animal ne représentent nullement ces réservoirs. Il y a donc d'autant moins lieu de croire qu'il les ait vûs dans la seconde, qu'il nous assure qu'elle lui a servi à confirmer les observations qu'il a faites sur les petites Tortues de *France*, dans lesquelles il est constant que ces deux réservoirs ne se rencontrent pas, & par conséquent toutes les Figures magnifiques qu'il nous en a données ne sont qu'une pure illusion; autrement il auroit dû nous avertir que sa dernière Tortue de l'*Amerique* lui a servi à reformer les observations qu'il a faites sur les petites Tortues de *France*, & non-pas à les confirmer, comme il nous dit dans sa quatrième description.

Quoiqu'il soit vrai que ces deux réservoirs n'existent point dans les Tortues, examinons néanmoins si M. du Verney est plus d'accord
avec

* Troisième description. † Même de scription

avec lui-même sur ce qu'il nous rapporte de leur structure interieure & de leurs valvules. Voici ce qu'il nous dit de son grand réservoir.

* *Ce réservoir par dedans est en quelque maniere tapissé de fibres charnues, qui se croisent & s'entrelaissent à peu près comme celles qui se voient au-dedans des oreillettes du cœur de l'homme, la veine cave est tapissée de même de la longueur d'environ un ponce, & les embouchures des autres vaisseaux le sont aussi.*

En lisant cet endroit, qui ne concevra que ce grand réservoir & la veine cave sont deux parties aussi distinctes que sont les oreillettes & les ventricules? M. du Verney nous avertit cependant quinze pages après, † *que par le terme de réservoir on n'entend autre chose qu'un tromc de veines formé par le concours de plusieurs autres, & qui tient lieu de veines caves supérieure & inférieure dans la Tortue.*

Ne devoit-il pas nous donner d'abord cet avertissement, pour nous faire comprendre que l'un & l'autre ne sont que la même chose dans son idée, parce qu'on sait qu'un canal & un réservoir sont deux choses fort différentes?

Si l'on compare ces nouvelles remarques de M. du Verney avec ses anciennes observations, on ne saura que croire de cette tapissérie dont il orne les réservoirs imaginaires de la seconde Tortue de l'*Amerique*; car comme il n'en parle point dans la description des vaisseaux de la première, qui pourra se persuader qu'il l'ait trouvée dans ceux de la seconde, qui lui a servi à confirmer les observations qu'il a faites sur les petites Tortues de *France*, dans lesquelles il n'a pas aussi rencontré cette tapissérie,

com-

* Quatrième description pag. 286. † Pag. 305.

comme il paroît par les deux passages de sa troisième description que je viens de rapporter, dans lesquels il n'en est fait non-plus de mention que des réservoirs?

D'ailleurs s'il n'y a point de différence entre les veines de la Tortue terrestre de l'*Amerique* & celles de la Tortue de mer, je puis assurer que cette tapissérie qui se trouve à la vérité dans les veines axillaires, ne se rencontre assurément pas dans les veines du poulmon. M. du Verney nous dit cependant que ** le bassin du petit réservoir est aussi garni par dedans de fibres charnues, mais en moindre quantité que celui du grand réservoir.*

On se trouvera encore plus embarrassé en lisant ce qu'il nous rapporte des valvules de ces deux réservoirs. On remarque dans sa quatrième description, † qu'à l'embouchure du grand réservoir il y a deux valvules situées un peu obliquement par rapport à l'oreillette droite. Quand elles se joignent, elles ferment exactement cette ouverture.

Dans sa troisième description du cœur des petites Tortues de France, nous y lisons qu'à l'embouchure du tronc de veines qu'on voit sous l'oreillette droite, ‡ il y a une valvule ou soupape de la figure d'un croissant qui borde toute l'embouchure de ce vaisseau, il faudroit pour cela qu'elle fût circulaire.

C'est ainsi que M. du Verney confirme les observations qu'il a faites sur les petites Tortues de France, par celles de sa dernière Tortue de l'*Amerique*. Il fait plus, il détruit les unes & les autres par les remarques qu'il a faites sur la première. Car dans la description qu'il nous

* Pag. 287. † Pag. 286. ‡ Troisième description.

en a donnée, il dit bien que * *la veine cave qui avoit deux troncs sortans l'un de la partie droite du foie, & l'autre de la partie gauche, portoit le sang par chacun de ses troncs dans chacune des oreillettes*; mais il ne nous marque point qu'à l'embouchure de ces vaisseaux avec les oreillettes il y eût aucune valvule.

Y a-t-il donc à l'entrée du tronc de la veine cave dont M. du Verney fait son grand réservoir, deux ou une, ou point de soupape? Il semble qu'il n'y a que lui seul qui puisse nous tirer du doute où il nous a mis par ses différentes observations: mais quand il se fera expliqué, qui le croira? Ne pourroit-il pas encore, après s'être mépris tant de fois, nous rejeter dans la même incertitude par de nouvelles erreurs? Le plus sûr, pour des Anatomistes, est donc de n'employer que leurs propres mains, & leurs propres yeux pour s'assurer d'un fait dont il nous parle si différemment. Voions maintenant si nous aurons lieu d'être plus satisfaits de ce qu'il nous dit de la valvule de son petit réservoir, écoutons le parler.

† *Le bassin du petit réservoir, dans les petites Tortues, ce que je n'ai point vu*, dit-il, *dans la grande, a à son embouchure une valvule charnue en forme de croissant.*

Il est évident par ce passage, que M. du Verney donne aux veines du poulmon de nos petites Tortues le même réservoir qu'il dit avoir observé dans sa grande Tortue de l'*Amerique*. Si cela est, d'où vient donc que dans sa troisième description originale du cœur de ces petits animaux, qu'il donna à l'Academie le même

* Première description pag. 198. † Quatrième description pag. 287.

me jour qu'il rendit publique celle du cœur de sa grande Tortue, si la datte est vraie, il n'y fait aucune mention de ce petit réservoir? Il n'y parle pas même du grand, & de la manière qu'il s'y explique, il y a toute apparence qu'il n'a pas vu ces réservoirs dans les petites Tortues, puisqu'il nous dit seulement * *qu'on voit sous l'oreillette droite un tronc de veines formé par l'union de plusieurs vaisseaux, lequel s'ouvre à côté, & un peu au dessous de cette oreillette, & que les deux veines du pōumon viennent se décharger au bas de l'oreillette gauche, & ces deux veines la percent chacune à part, quoique fort près l'une de l'autre.* Cela étant, comment se peut-il donc faire que M. du Verney ait vu dans nos petites Tortues de terre, à l'embouchure de son petit réservoir avec l'oreillette gauche, une valvule charnue faite en forme de croissant, puisque les deux veines du pōumon au lieu de former un bassin, percent cette oreillette chacune à part? Peut-on ainsi tomber dans une telle contradiction en un même jour? Bien plus, tout ce qu'il nous dit des veines du pōumon dans sa troisième description, & de son petit réservoir dans la quatrième est faux, si ce qu'il nous rapporte de ces mêmes veines dans la première est vrai. Voici ses propres paroles :

† *Les deux veines du pōumon se déchargeant dans chaque axillaire, mêloient le sang qu'elles avoient reçu du pōumon avec celui de la veine cave, pour le porter dans le ventricule droit.* Ces veines, encore une fois, ne s'ouvrent donc pas dans l'oreillette gauche; elles ne forment donc point de réservoir à son embouchure, & n'ont point de

* Troisième description. † Première description
pag. 198.

de valvule. Qui pourra démêler la vérité parmi tant d'observations qui se détruisent les unes les autres ? Trop d'obscurité l'environne pour pouvoir la découvrir. Nous ne saurions rien apprendre de certain de ces réservoirs par tant de variations ; cherchons à nous dédommager sur les oreillettes ; peut-être M. du Verney nous apprendra-t-il quelque chose de plus sûr de ces parties.

Dans toutes les descriptions du cœur de la Tortue qu'il a données à l'Académie & au public, il convient que l'oreillette droite est beaucoup plus grande que l'oreillette gauche ; il seroit à souhaiter qu'il fût de même d'accord avec lui-même sur le nombre des valvules qu'il place aux passages des oreillettes aux ventricules ; mais il n'en est pas ainsi. Sur ce seul fait il a deux sentimens fort différens l'un de l'autre ; ce qui nous prive du plaisir que donne une vérité connue.

Dans la description qu'il nous a donnée de sa première Tortue de l'*Amerique*, il dit qu'il a observé que les oreillettes du cœur de cet animal, * s'ouvroient à l'ordinaire chacune dans un ventricule ; & qu'à chacune des ouvertures qui donnoient passage au sang de l'oreille dans le ventricule, il y avoit trois valvules sigmoïdes, qui contre l'ordinaire de cette espèce de valvules, empêchoient que le sang ne pût sortir du cœur pour retourner dans les oreilles, faisant l'office de valvules triglochines.

Au contraire dans la description de sa dernière Tortue de l'*Amerique*, il nous dit qu'il a remarqué qu'à † l'embouchure de chaque oreillette il y a une valvule. Les figures répondent à ces

def-
* Pag. 198. † Quatrième description pag. 288.

descriptions, on voit effectivement trois valvules à l'embouchure de chaque oreillette avec son ventricule dans les figures du cœur de la première Tortue, on n'en voit qu'une dans celles de la seconde. Quelle différence!

Comme M. du Verney ne nous avertit point où il s'est trompé, on ne peut savoir dans laquelle de ces deux descriptions se rencontre la vérité.

Je pourrois assurer qu'elle ne se trouve ni dans l'une ni dans l'autre, s'il n'y a point de différence entre le cœur de la Tortue terrestre de l'*Amerique*, & celui de la Tortue de mer; car dans celle-ci il y a trois valvules à l'entrée du ventricule gauche du cœur, il n'y en a qu'une à l'entrée du ventricule droit. Les mêmes valvules sont aussi dans le cœur des petites Tortues de *France*, ce qui donne lieu de croire qu'elles doivent être dans le cœur de la Tortue terrestre de l'*Amerique*, quoiqu'il n'ait pû les découvrir ni dans les unes ni dans les autres. L'ordre des parties que nous avons à examiner demande que nous passions avec M. du Verney des oreillettes aux ventricules.

Par sa première description il nous apprend qu'il a trouvé trois ventricules dans le cœur de la Tortue. Il en place deux dans la partie postérieure du cœur qui regarde l'épine, & le troisième dans la partie antérieure. Voici comme il en parle.

* Les oreilles s'ouvroient à l'ordinaire chacune dans un ventricule. Outre ces deux ventricules qui étoient en la partie postérieure du cœur qui regarde l'épine, il y en avoit un troisième dans la partie antérieure tirant un peu vers le côté droit.

Le

* Première description pag. 198.

Le terme de ventricule dont M. du Verney s'est servi dans sa premiere & dans sa seconde description lui ayant ensuite déplu, il a jugé à propos de le changer en celui de cavité dans la troisiéme, & dans la quatriéme. Non content de changer de terme, il donne encore aux cavitez du cœur de la Tortue une situation nouvelle dans sa quatriéme description; car après nous avoir marqué dans la premiere que des trois ventricules du cœur de la Tortue, deux étoient situés dans la partie postérieure du cœur, & le troisiéme dans la partie antérieure. Il nous dit dans la quatriéme * qu'il y a trois cavitez dans le cœur de cet animal, l'une est dans la partie gauche, & les deux autres dans la droite. La cavité de la partie gauche l'occupe seule toute entière, & les deux de la partie droite sont placées l'une sur l'autre. Cependant dans sa troisiéme description il nous dit que † les cavitez de la partie droite sont placées l'une au devant de l'autre.

Après avoir changé le nom de ventricule en celui de cavité, M. du Verney s'étant apperçu qu'on pouvoit lui objecter que ces deux mots étant synonymes, il n'y a point de difference entre ventricule droit & cavité droite, ni entre ventricule gauche & cavité gauche; il s'est avisé de ne plus distinguer les trois ventricules du cœur de la Tortue, ni par leur situation, ni par rapport aux oreillettes; mais seulement par les termes de premiere, de seconde & de troisiéme cavité. Voici comme il s'explique dans sa quatriéme description.

‡ Des deux cavitez qui regardent l'écaille de dessus, j'appellerai dans la suite premiere cavité celle

* Quatriéme description pag. 289. † Troisiéme description. ‡ Quatriéme description pag. 289.

celle qui reçoit le sang de l'oreillette droite, seconde cavité celle qui occupe toute la partie gauche, & qui reçoit le sang de l'oreillette gauche, & troisième cavité celle qui est au dessous de la première, dans laquelle s'embouche l'artere du pomm.

La raison qui l'a engagé à faire ce changement, est * qu'on ne peut pas donner, dit-il, aux cavitez du cœur de la Tortue le nom de ventricule droit & de ventricule gauche, en attachant à ces deux mots les idées ordinaires; parceque d'un côté si on les regarde par rapport aux oreillettes & au cours du sang veineux, l'une pourroit être à la vérité appelée ventricule droit, & l'autre ventricule gauche; mais si on les regarde par rapport à la naissance des arteres, la même cavité qu'on appelle ventricule droit devroit être nommée aussi ventricule gauche, puisqu'elle donne naissance à l'aorte. Ce qu'on appelle ventricule gauche n'auroit donc point d'artere, & ce qu'on nomme troisième ventricule n'auroit point d'oreillette ni de veine; ce qui est contraire à la conformation du cœur de l'homme, & de la plupart des animaux.

On reconnoît cette difference avec M. du Verney: mais elle n'empêche pas que tout le raisonnement qu'il vient de nous faire ne soit un sophisme des plus grossiers. Car il n'y a point d'Anatomiste, si peu éclairé qu'il soit, qui ne sache que ce n'est point à raison, ni de l'origine des arteres, ni de l'insertion des troncs de veines, ni du cours du sang que les noms de droit & de gauche ont été donnez aux oreillettes & aux ventricules du cœur; mais seulement à cause de leur situation. M. du Verney en convient lui-même dans sa troisième description;

* Pag. 307.

cription ; puisqu'en y parlant des cavitez du cœur de la Tortue, il nous dit : * *J'appellerai dans la suite celle qui regarde l'épine, cavité droite, tant à cause de sa situation, que parcequ'elle reçoit le sang de l'oreillette droite ; j'appellerai cavité gauche celle qui occupe toute la partie gauche.* Peut-on ainsi sur un même sujet changer de sentiment dans un même jour.

Cette dernière idée de M. du Verney étant tout-à-fait conforme à la nature, n'est-on pas en droit de lui représenter, que puisque sa première & sa seconde cavité du cœur de la Tortue gardent, suivant ses propres remarques, dans cet animal la même situation qu'ont dans le cœur de l'homme les deux ventricules, il n'a point dû, ni de ce que le ventricule gauche n'a point d'artere, ni de ce que le droit donne naissance à l'aorte, ni de ce que celui du milieu n'a point d'oreillette ni de veines, il n'a point dû, dis-je, leur ôter, comme il a fait dans sa quatrième description, les noms de droit & de gauche qu'il leur donne dans la troisième. Il n'a pas dû non-plus ne distinguer ces trois ventricules que par les noms de première, seconde & troisième cavité, puisque tout ce changement de terme ne peut être propre qu'à brouiller l'idée naturelle qu'ont tous les Anatomistes de la situation de ces ventricules.

Peut-être sera-t-on surpris que je me sois amusé à des minuties qui ne méritent pas la peine d'être remarquées ; mais cette surprise cessera dès qu'on saura que je ne m'y suis arrêté qu'afin de faire connoître que M. du Verney n'a pas eu raison de dire, que † *ce qui a été*
pour

* Troisième description. † Quatrième description.
pag. 329.

pour l'Auteur du Système une troisième source d'erreur, c'est l'équivoque qu'il a faite, lorsqu'il a donné le nom de ventricules aux cavitez du cœur de la Tortue, que j'ai cru ne devoir distinguer que par les noms de première, seconde & troisième cavité.

Si appeller avec tous les Anatomistes, les cavitez du cœur ventricules, est une équivoque qui conduit à l'erreur, M. du Verney doit convenir qu'il y est tombé avant moi; puisque dans sa première description il n'y a aucun endroit où il ait employé le nom de cavité pour celui de ventricule, & que dans la seconde il se sert de l'un & de l'autre terme indifféremment. D'ailleurs il manque étrangement de mémoire, lorsqu'il continue de dire d'un air méprisant en parlant de l'Auteur du nouveau Système: * *Mais puisqu'il demeure d'accord que ces prétendus ventricules communiquent entr'eux, il n'a dû les regarder que comme un seul, & non pas en raisonner comme de trois ventricules différens, aussi distincts & séparés entr'eux, que le sont les deux du cœur de l'homme. Ces trois cavitez du cœur de la Tortue ne sont en effet qu'un seul ventricule peu différent de celui du cœur des poissons & des grenouilles.*

Le cœur de la Carpe n'a qu'une seule cavité, celui de la Tortue en a trois, la différence n'est donc pas si petite que le croit M. du Verney. De plus, cette pensée que les trois ventricules du cœur de la Tortue n'en font qu'un seul, n'est assurément pas de lui. Je lui communiquai cette idée, lorsqu'en 1685 je fis voir à l'Académie par le cœur d'une Tortue de mer disséqué, que toutes les observations

qu'il

qu'il avoit faites sur cette partie dans sa premiere Tortue de l'*Amerique* étoient fausses.

Ce qui sert de premiere preuve à cette verité , c'est que dans sa premiere description du cœur de cet animal on n'y lit dans aucun endroit que les trois ventricules de son cœur n'en fassent qu'un seul. La seconde preuve qui confirme cette verité est accablante pour M. *de Verney* ; elle porte avec elle tant de lumiere , que j'ose me flater que tous ceux qui la liront verront qu'il a pris non-seulement cette pensée dans un de mes Memoires imprimé parmi ceux de l'Academie ; mais encore tout ce qu'il nous dit de meilleur dans tout son Traité , sur la structure du cœur de la Tortue , sur l'usage de ses trois ventricules , & sur la circulation du sang dans cet animal. Pour épargner au Lecteur la peine de chercher cette preuve dans ce Memoire , je vais rapporter mot pour mot ce qu'il contient touchant cette matiere , sans rien dire du reste.

„ * Il y a trois ventricules dans le cœur de
 „ la Tortue : le ventricule gauche est séparé
 „ du droit par une cloison charnue , qui a vers
 „ la base du cœur une ouverture à peu près
 „ égale à celle du cœur du fœtus humain , &
 „ qui est toute percée d'une infinité d'autres
 „ petits trous par lesquels ces deux ventricu-
 „ les ont communication ensemble. Le ven-
 „ tricule du milieu , qui est beaucoup plus pe-
 „ tit que les deux autres , communique avec
 „ le ventricule droit par une ouverture pres-
 „ qu'aussi large que toute sa cavité , & ne doit
 „ être considéré que comme une extension du
 „ ventricule droit , dont il n'est distingué que
 „ par

* Memoires de l'Academie du 21. Août 1693. p. 137.

, par un petit rétrécissement. Ces trois ven-
 , tricules ayant donc communication ensem-
 , ble, il ne les faut compter que pour un seul.

„ Il paroît par la disposition des vaisseaux,
 , que ces trois ventricules agissent dépendam-
 , ment l'un de l'autre. Car le ventricule gau-
 , che ne donne naissance à aucune artère; mais
 „ il reçoit seulement le tronc de la veine du
 „ poumon, laquelle se termine à l'oreillette
 „ gauche du cœur: au contraire le ventricule
 „ du milieu donne naissance à l'artère du pou-
 „ mon, & ne reçoit aucune veine; mais le
 „ ventricule droit donne naissance au tronc de
 „ l'aorte, & à l'artère qui dans le fœtus tient
 „ lieu du canal de communication entre l'ar-
 „ tère du poumon & l'aorte descendante, &
 „ il reçoit le tronc de la veine cave, laquelle
 „ se termine à l'oreillette droite du cœur. Le
 „ ventricule du milieu ne fait donc que por-
 „ ter une partie du sang dans les poumons; &
 „ le ventricule gauche rapporte ce sang dans
 „ le ventricule droit, d'où tout le sang est
 „ poussé dans les artères: ainsi ces ventricu-
 „ les dépendent l'un de l'autre pour agir, &
 „ toutes les forces du cœur concourent en-
 „ semble pour pousser le sang hors du ventri-
 „ cule droit.

„ Le cours du sang montre la même chose
 „ encore plus évidemment. Le sang sortant
 „ du ventricule droit du cœur de la Tortue se
 „ partage en deux. * La plus grande partie en-
 „ tre dans l'aorte & dans l'artère de commu-
 „ nication, & après avoir été distribuée par
 „ tout le corps à la réserve des poumons, el-
 „ le revient par la veine cave dans le ventri-
 „ cule droit.

* Pag. 138.

„ le droit, où elle achève sa circulation sans
 „ passer par les poulmons, ni par le ventricule
 „ gauche. L'autre partie destinée pour nour-
 „ rir les poulmons qui ne reçoivent, comme
 „ le reste du corps, qu'autant de sang qu'il en
 „ faut pour leur nourriture, passe du ventri-
 „ cule droit dans celui du milieu, & delà dans
 „ l'artere des poulmons; & ayant été distribuée
 „ dans les poulmons elle entre par la veine des
 „ poulmons dans le ventricule gauche : mais
 „ n'y trouvant point d'artere par où elle puis-
 „ se sortir, elle est contrainte de s'échaper par
 „ les trous de la cloison charnue, & de ren-
 „ trer dans le ventricule droit, où elle finit sa
 „ circulation sans passer par tout le reste des
 „ parties du corps de la Tortue. Or il n'y a
 „ pas d'apparence que tout l'effort de la con-
 „ traction du ventricule gauche se termine à ne
 „ faire faire au sang qu'il contient qu'une ligne
 „ de chemin, que ce sang a seulement à par-
 „ courir pour se rendre dans le ventricule droit
 „ par la cloison charnue. Il est donc évident
 „ que toutes les forces du cœur de la Tortue
 „ sont unies pour pousser hors du ventricule
 „ droit tout le sang qui vient se rassembler
 „ dans ce ventricule.

„ Il n'en est pas de même du cœur de l'hom-
 „ me. Car premièrement, la cloison charnue
 „ qui separe les deux ventricules n'étant point
 „ percée comme elle l'est dans la Tortue, ces
 „ ventricules n'ont point de communication
 „ ensemble, & ils font leur fonction chacun
 „ à part.

„ Secondement, le ventricule gauche don-
 „ ne naissance au tronc de l'aorte, & reçoit la
 „ veine du poulmon : le ventricule droit don-
 „ ne naissance à l'artere du poulmon, & reçoit

„ la

, la veine cave ; ainsi ces deux ventricules
 , ayant chacun une artere & une veine, ils a-
 „ gissent indépendamment l'un de l'autre, &
 „ ils font séparément ce que les ventricules de
 „ la Tortue font ensemble.

„ Troisièmement, le sang tient tout une
 „ autre route dans le cœur de l'homme, que
 „ dans celui de la Tortue. * Car le sang qui sort
 „ du ventricule gauche du cœur de l'homme,
 „ ayant été distribué par les branches de l'aor-
 „ te dans toutes les parties du corps à la réser-
 „ ve du pōumon, & étant rentré dans les vei-
 „ nes se rassemble dans le ventricule droit.
 „ De là il est porté dans les arteres du pō-
 „ mon, qui le répandent dans toute la sub-
 „ stance du pōumon ; & ensuite il rentre dans
 „ les veines du pōumon, qui le déchargent
 „ dans le ventricule gauche du cœur, pour é-
 „ tre derechef porté dans l'aorte.

„ On voit donc & par la structure des ven-
 „ tricules du cœur, & par la disposition des
 „ vaisseaux, & par le cours du sang, que les
 „ trois ventricules du cœur de la Tortue ne
 „ font à proprement parler qu'un seul ventri-
 „ cule, & que toutes les forces du cœur con-
 „ courent ensemble à pousser le sang hors du
 „ ventricule droit, pour lui faire prendre la
 „ route des arteres, qui tirent toutes leur ori-
 „ gine de ce ventricule : au lieu que les deux
 „ ventricules du cœur de l'homme n'ayant
 „ point de communication ensemble, font leur
 „ fonction chacun en particulier, & poussent
 „ le sang l'un dans l'aorte, & l'autre dans l'ar-
 „ tere du pōumon.

„ † Cette différente route que tient le sang,
 „ mon-

* Pag. 139. † Pag. 140.

„ montre bien clairement que le sang fait
 „ bien moins de chemin dans le corps de la
 „ Tortue , que dans celui de l'homme. Car
 „ dans la Tortue la plus grande partie du sang
 „ ayant passé du cœur dans l'aorte & dans l'ar-
 „ tere de communication , acheve sa circula-
 „ tion sans traverser les poulmons ; & l'autre
 „ partie qui passe par le poulmon , acheve aus-
 „ si sa circulation sans passer par le reste du
 „ corps : mais dans l'homme tout le sang que
 „ les deux troncs de la veine cave ont déchar-
 „ gé dans le ventricule droit ; fait un long cir-
 „ cuit par les poulmons pour aller se rendre
 „ dans le cœur par le ventricule gauche. Ain-
 „ si tout le sang de la Tortue ne passe qu'une
 „ fois dans son cœur à chaque circulation :
 „ mais il passe deux fois dans le cœur de l'hom-
 „ me ; la premiere fois lorsque les deux troncs
 „ de la veine cave le déchargent dans le ven-
 „ tricule droit , la seconde lorsque les vei-
 „ nes du poulmon le portent dans le ventricu-
 „ le gauche.

Ce petit extrait ne fera que trop connoître
 quelle est ma pensée sur les ventricules du cœur
 de la Tortue : ainsi loin de me plaindre de me
 voir ravir mon sentiment par M. du Verney pour
 se l'attribuer à lui-même , je ne saurois assez
 lui en marquer ma reconnoissance. Il m'auroit
 fait beaucoup moins d'honneur par une simple
 approbation , quand il dit que j'ai raisonné des
 cavitez du cœur de la Tortue ** comme de trois*
ventricules differens aussi distincts & separez en-
tr'eux que le sont les deux du cœur de l'homme ;
 c'est une fausse supposition qu'il n'a pas osé a-
 vancer dans sa troisième description ; qui est
 dans

* Quatrième description pag. 310.

dans les Registres de l'Académie; mais qu'il a fait imprimer dans les Mémoires de cette Compagnie à son insû.

Au reste, ce petit extrait que je viens de donner étant confronté avec la seconde Partie du Traité de M. du Verney, suffit seul pour convaincre le Lecteur qui se connoît en ces matieres, que ce qu'il nous y dit de la structure du cœur de la Tortue, de l'usage de ses trois ventricules, & de la circulation du sang dans cet animal, n'est qu'une imitation grossiere du Mémoire d'où cet extrait a été tiré. Aussi est-ce la seule réponse que mon emploi de l'Hôtel-Dieu me permet de faire à cette seconde partie de son discours, qui ne me regarde point ou beaucoup moins que la troisième, qu'il appelle Critique du nouveau Systême, à laquelle je répondrai à la fin de l'examen de ses faits, que je vais continuer.

Dans la premiere description M. du Verney ne nous dit rien de particulier sur la disposition des fibres du cœur de la Tortue: Dans la quatrième il nous apprend que ** le cœur de la Tortue, de même que celui des autres animaux, est composé de plusieurs couches de fibres, qui commençant à l'un des côtez de la base, décrivent chacune une double spirale opposée l'une à l'autre, & vont se terminer à la partie opposée de la même base.*

Assurer les choses sans les démontrer, j'ose même dire sans les avoir vûes soi-même, c'est vouloir qu'on les croie sur ce qu'on s'en imagine, & c'est trop exiger du public. Il est constant que M. du Verney n'a point fait voir à l'Académie cette double spirale dans sa dernière Tortue de l'Amerique, il n'en parle point dans

* Pag. 291.

la description du cœur de la premiere ; d'ailleurs les Figures qu'il a fait faire du cœur de l'une & de l'autre ne la représentent point ; enfin de ce qu'elle se trouve dans le cœur du Veau , il n'a pas dû inférer qu'elle se rencontre dans le cœur de la Tortue. Car il a pu apprendre de l'Anatomie comparée , que la valvule spirale qui se rencontre dans les intestins du Renard marin , ne se trouve pas dans ceux de la Tortue ; & il n'ignore pas que les valvules spirales qu'on voit dans les intestins de l'Austruche , ne sont pas dans ceux du Cocq. S'il veut donc qu'on croie qu'il ait découvert dans le cœur de la Tortue une double spirale , il doit nous la démontrer : jusques-là on pourra en douter.

Il est temps de quitter le cœur de cet animal , suivons M. du Verney , passons avec lui des ventricules aux arteres qui en tirent leur origine. Montrons-lui par un examen fidelle que nous allons faire de ces vaisseaux & de leurs valvules , qu'il détruit lui-même par les observations qu'il a faites sur ces parties dans la dernière Tortue de l'*Amerique*, tous les faits qu'il a observez sur ces mêmes vaisseaux dans la premiere.

On lit dans la description du cœur de la premiere , que * les deux ventricules posterieurs , ainsi qu'il a été dit , reçoivent le sang des deux troncs de la veine cave avec le sang de la veine du poulmon , laquelle étoit double , y en ayant une de chaque côté : car ces veines se déchargeant dans chaque axillaire , mêloient le sang qu'elles avoient reçu du poulmon avec celui de la veine cave , pour le porter dans le ventricule droit duquel l'aorte sortoit.

* Premiere description p. 198. & 199.

voit. Le ventricule antérieur n'avoit point d'autre vaisseau que l'artere du pòmon. Cette artere de même que l'aorte avoit trois valvules sigmoïdes, dont l'action étoit d'empêcher que le sang qui est sorti du cœur n'y rentre, lorsque les ventricules viennent à se dilater pour recevoir le sang de la veine cave, & de celle du pòmon.

M. du Verney nous dit cependant dans la description du cœur de la seconde Tortue terrestre de l'Amerique, * qu'il sort trois arteres considerables du côté droit de la base du cœur qui regarde l'écaille de dessous: deux de ces arteres composent l'aorte, & s'ouvrent dans la premiere cavité du cœur. † La troisième artere, qui est celle du pòmon, sort immédiatement de la troisième cavité du cœur; à chacune de leurs embouchures il y a deux valvules de figure sigmoïde, lesquelles ont le même usage que dans les autres animaux.

Un Anatomiste qui n'a point eu l'occasion d'examiner lui-même le cœur de la Tortue, doit se trouver fort embarrassé en lisant ces deux descriptions. On voit dans l'une que le cœur de cet animal n'a que deux arteres distinctes, & trois valvules à l'embouchure de chacun de ces vaisseaux; dans l'autre il est porté qu'il en sort trois arteres, & qu'il n'y a à l'embouchure de chacune que deux valvules. Dans laquelle de ces deux descriptions se rencontre la verité? C'est ce qu'on ne sauroit reconnoître, M. du Verney ne s'étant point retracé dans l'une de ce qu'il a dit dans l'autre.

Cependant par les observations que j'ai faites sur les Tortues de terre & de mer, je puis dire avec certitude qu'il s'est mépris sur le nombre des arteres, & sur celui de leurs val-

vu-

* Quatrième description pag. 291. † Pag. 292.

vules dans sa premiere description ; & il est vrai, comme il le marque d'abord dans la quatrième, qu'il sort trois troncs d'arteres du cœur de la Tortue , & qu'il n'y a effectivement à l'embouchure de chaque tronc que deux valvules sigmoïdes , ce que je lui montrai dans l'Academie en 1685. Je ne rapporte cette verité que parce qu'on ne peut pas s'en assurer sur ses observations. Car pour peu qu'on fasse d'attention sur ce qu'il dit ensuite , on ne pourra s'empêcher de douter s'il sort aucune artere du cœur de cet animal.

En effet, quoiqu'il dise * qu'il sort trois arteres considerables du côté droit de la base du cœur, qui regarde l'écaille de dessous ; que deux de ces arteres composent l'aorte , & s'ouvrent dans la premiere cavité du cœur ; & que † la troisième artere , qui est celle du poulmon , sort immédiatement de la troisième cavité du cœur ; on peut cependant lui objecter premierement, que si ‡ c'est cette même troisième artere qui fait le premier tronc de l'aorte , comme il le prétend ; il ne doit sortir (cela étant) que deux troncs d'arteres du cœur de la Tortue , savoir l'artere du poulmon , & le second tronc de l'aorte , puisque l'artere du poulmon fait le premier.

Secondement. Si l'aorte descendante n'est qu'une branche de l'aorte ascendante , comme il paroît par ce passage de sa Critique , où il dit : † Il reste à présent à examiner si dans la Tortue la branche de l'aorte que j'appelle descendante , peut servir au même usage que le canal arteriel du fœtus , & qu'on veut comparer à ce canal. On peut encore lui objecter que suivant cela il ne devoit sortir du cœur de la Tortue que le

* Pag. 291. † Pag. 292. ‡ Pag. 292. † Pag. 318.

e seul tronc de l'artere des pōimons de cet animal ; puisque son second tronc n'est qu'une branche de l'aorte , & celle-ci une branche de l'artere des pōimons.

Troisièmement. Mais si * *la petite portion de sang qui suffit à ces parties , leur est portée par quelques branches de l'aorte , qui fournit le sang à tout le corps*, comme il le suppose dans sa Critique, on peut enfin lui objecter que les arteres des pōimons ne peuvent être à leur tour que quelques branches de l'aorte, & qu'il n'y a que cette seule artere qui puisse tirer immédiatement son origine du cœur de la Tortue. Or comme il est visible par toutes ces variations de M. du Verney qu'il détruit d'abord les deux aortes, en les faisant naître du tronc de l'artere des pōimons; qu'il aneantit ensuite l'artere pulmonaire, en faisant porter le sang aux pōimons de la Tortue par quelques branches de l'aorte qui fournit le sang à tout le corps de cet animal. On ne peut donc être persuadé par tout ce qu'il nous rapporte de ses vaisseaux dans sa quatrième description, qu'il sorte aucune artere du cœur de la Tortue. Cependant il en sort trois troncs; mais l'on ne peut encore apprendre des observations de M. du Verney, de quels ventricules ces arteres tirent leur origine; parce qu'après nous avoir dit † *qu'il sort trois arteres considerables du côté droit de la base du cœur; que deux de ces arteres composent l'aorte; Et s'ouvrent dans la premiere cavité du cœur; & que la troisième artere, qui est celle du pōimon, sort immédiatement de la troisième cavité*, M. du Verney nous apprend ensuite que ces trois arteres répondent aux trois ca-

vi-

* Pag. 322. † Pag. 291.

452 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
vitez du cœur de la Tortue. Voici ses propres
paroles :

* *Les trois arteres qui répondent à ces trois cavitez , n'ont ensemble , dans la Tortue , que la même fonction qu'a l'artere du cœur dans ces autres animaux. C'est des poissons & des grenouilles qu'il parle.*

Si ces trois arteres du cœur de la Tortue répondent à ces trois cavitez, chaque cavité donne donc naissance à une artere ; ainsi il n'est pas vrai que deux de ces arteres s'ouvrent dans la premiere cavité du cœur de cet animal : ou si cela est donc faux que ces trois arteres répondent aux trois cavitez du cœur de la Tortue ; en effet il est évident que la cavité gauche n'a point d'artere.

D'ailleurs, si l'artere du poulmon fait le premier tronc de l'aorte, & que le second ne soit qu'une branche de celui-ci , comme il l'a supposé, il ne doit sortir aucune artere de la premiere cavité du cœur ; puisque l'artere pulmonaire , dont les aortes ne sont que des branches, suivant les remarques de M. du Verney, tire son origine de la troisième cavité. Qui peut donc savoir au vrai par ces observations si différentes les unes des autres , de quelles cavitez du cœur de la Tortue partent les troncs de ces vaisseaux ? & peut-on esperer de savoir de lui la veritable origine de leurs branches ? Non.

Dans sa premiere description il nous dit , que † l'aorte au sortir du ventricule droit se partageoit en deux branches qui formoient deux crosse. Ces crosse avant que d'être tout-à-fait tournées en embas , produisoient les axillaires & les carotides.

Ex-

* Pag. 321. † Premiere description pag. 199.

Ensuite la crosse gauche descendant le long des vertebres jettoit trois branches. La premiere se distribuoit à toutes les parties du ventricule. La seconde alloit au foye, au pancreas, au duodenum & à la rate. La troisieme fournissoit des rameaux à tous les intestins. Ensuite elle s'unissoit avec la branche de la crosse droite, qui descendoit jusques-là sans jetter aucuns rameaux, & toutes deux ne formoient qu'un tronc, qui descendant le long du corps des vertebres, donnoit des rameaux à toutes les parties du bas ventre.

Par cette premiere description, il est visiblé que toutes ces branches prennent naissance du seul & unique tronc de l'aorte. Par celle qui va suivre, on verra qu'elles tirent toutes leur origine de l'artere du pœmon: C'est le même M. du Verney qui nous l'apprend, en nous disant que * la troisieme artere, qui est celle du pœmon, sort immédiatement de la troisieme cavité du cœur. C'est cette même troisieme artere qui fait le premier tronc de l'aorte. Vers l'endroit où elle commence son contour, elle jette une branshe considerable, qui d'abord se partage à droite & à gauche en deux arteres, dont la plus grosse fait l'axillaire, & la plus petite la carotide; & parce qu'elle fournit de sang à toutes les parties superieures, je l'appelle l'aorte ascendante; elle descend ensuite au côté droit du cœur couchée sur le pœmon, & sans jetter aucun rameau, elle va recevoir celle dont je vais parler.

† Le second tronc de l'aorte se recourbe de même au côté gauche du cœur, & sans jetter aussi aucun rameau; il descend jusques sous le ventricule, & fournit dans cet endroit deux grosses branches, dont la superieure tient lieu de cœliaque, & l'in-

* Quatrieme description pag. 292. † Pag. 293.

l'inférieure de mésentérique; c'est pourquoi je l'appelle descendante. Ces deux branches ainsi réunies ne forment plus qu'un tronc, lequel descendant va se distribuer aux autres parties du bas ventre...

Par cette description il est aisé de faire voir que toutes ces branches ne sont que des rameaux du tronc de l'artere des poulmons, en voici la preuve.

L'artere du poulmon fait, selon M. du Verney, le premier tronc de l'aorte; le second n'est qu'une branche du premier, ce que je viens de faire voir par un de ses passages, donc toutes les branches qui naissent de ces deux aortes, ne sont que des rameaux du tronc de l'artere pulmonaire, puisque c'est de celle-ci que ces deux aortes tirent leur origine.

A entendre parler M. du Verney dans ces deux passages, de haut, de bas, d'extrémité inférieures, d'extrémité supérieures, d'aorte ascendante, d'aorte descendante; qui ne croiroit que la Tortue terrestre de l'*Amerique* marche la tête levée sur ses pattes de derrière, comme l'homme fait sur ses pieds, si l'on ne savoit que cet animal ne peut s'élever, & qu'il se sert toujours également de ses quatre pattes pour marcher. Cette licence n'est permise qu'à M. du Verney: tous les autres Anatomistes n'ont jamais prétendu être en droit d'appeler les jambes de devant de la Tortue, non plus que celles d'un chien, les extrémités supérieures, ni celles de derrière les extrémités inférieures. Laissons lui cette liberté; mais faisons-lui voir maintenant qu'il détruit dans sa quatrième description la division des artères qu'il a établie dans la première.

Par sa première description le tronc de l'aorte est simple, & se divise en six branches, quatre

re desquelles s'avancant en devant font les deux axillaires & les deux carotides, les deux autres se recourbant en forme de crosse gagnent le derriere du corps. Par sa quatrième description l'aorte est double: son premier tronc se partage en cinq branches qui sont les axillaires, les carotides & la crosse droite, la crosse gauche fait son second tronc de l'aorte.

Par sa premiere description la crosse droite produit l'axillaire & la carotide droite, la crosse gauche produit l'axillaire & la carotide gauche, & ces deux cosses sont les deux principales branches du tronc unique de l'aorte. Par sa quatrième description la crosse gauche ne produit aucun rameau avant de se courber en arriere, & fait un tronc particulier.

Par la premiere, la crosse gauche s'étant avancée sur le derriere produit trois rameaux, dont le premier va au ventricule, le second au foie, à la rate & au pancreas, le troisième aux intestins. Par la quatrième description cette même crosse gauche n'en produit que deux, dont l'un tient lieu de cœliacque, & l'autre de mésentérique.

Comme ces deux divisions sont fort differentes l'une de l'autre, il doit nous avertir dans une cinquième description qu'il promet, quelle est celle qu'on peut suivre, sans crainte de se méprendre. En attendant qu'il le fasse voyons ce qu'il nous dit des diamètres des arteres du cœur de la Tortue.

Il ne paroît pas dans la premiere description, que M. du Verney se soit avisé de faire attention sur les differens diamètres des troncs des arteres, qui tirent leur origine du cœur de cet animal. Il est visible qu'il les a observez dans la quatrième, mais d'une manière qu'il est im-

possible d'en connoître la vraie difference. Car sur ce fait il nous dit premierement, que ** l'artere du pōumon a autant de diamêtre que le tronc de l'aorte ascendante.*

Secondement, *† qu'il suffit que le tiers du sang qui sort du cœur soit porté dans le pōumon pour y recevoir les préparations necessaires à la vie de l'animal.* Or voici comme je raisonne sur ces deux passages.

Si le diamêtre de l'aorte ascendante est égal au diamêtre de l'artere du pōumon, & s'il ne passe par celle-ci que le tiers du sang qui sort du cœur de la Tortue, il n'en peut passer davantage par l'aorte ascendante. Il faut donc qu'un autre tiers passe dans l'aorte descendante; & par conséquent ces trois arteres doivent avoir selon lui des diamêtres égaux. Mais parcequ'il suppose troisièmement que *‡ dans la Tortue à chaque circulation un peu plus du tiers du sang passe dans le pōumon*; il faut donc que l'artere du pōumon ait un diamêtre plus grand qu'un des troncs de l'aorte. C'est ce dont il convient lui-même dans sa troisieme description des petites Tortues, inserée dans les Registres de l'Academie, où il dit quatrièmement que *l'artere du pōumon est fort grosse, & a plus de diamêtre qu'un des troncs de l'aorte.* Voilà la premiere contradiction dans laquelle M. du Verney est tombé sur le diamêtre des arteres qui sortent du cœur de la Tortue. - Voici la seconde.

Cinquièmement. *† Le sang qui vient, dit-il, du pōumon, se voidant par la contraction du cœur dans la cavité d'où les aortes prennent leurs naissances, est vrai-semblablement déterminé à remplir ces*

* Pag. 293. † Pag. 311. ‡ Pag. 310. † Pag. 313.

es vaisseaux, & sur tout l'aorte ascendante dont l'ouverture est la plus large. Les trois arteres qui sortent du cœur de la Tortue ne peuvent donc plus avoir des diamètres égaux, & l'artere du poulmon ne peut pas avoir plus de capacité qu'un des troncs de l'aorte, si l'ouverture de l'aorte ascendante est la plus large, ce qui fait sa seconde contraction.

Donner au public des descriptions & des figures tout à fait différentes des mêmes parties du cœur d'un même animal, sans l'avertir quelles sont les vraies, & quelles sont les fausses, n'est-ce pas le mettre en droit de se plaindre que c'est vouloir lui cacher à plaisir la verité?

Son procédé à mon égard ne paroît pas plus juste; car quoique je n'aie point donné jusqu'ici de description du cœur de la Tortue, il commence cependant sa Critique par dire d'un air de confiance: ** On trouvera notre description du cœur de la Tortue un peu différente de celle que l'Auteur du nouveau Système en a donnée au public.* Il est fort douteux que le Lecteur qui confrontera ce petit Examen des faits qu'il a remarquez au cœur de la Tortue de terre, avec la description du cœur de la Tortue de mer qu'il m'oblige de donner, décide en sa faveur. Il semble par ce début que M. du Verney voudroit bien faire passer l'Extrait qu'il a mis à la tête de sa Critique, pour une description du cœur de cet animal, que j'ai voulu donner au public pour fort exacte, afin d'en faire mieux voir tous les défauts. J'avoue que son Extrait est fidele; mais je suis convaincu que le public est trop judicieux, & M. du Verney trop habile homme pour croire lui-même ce qu'il voudroit

droit bien lui persuader; je veux dire que le Memoire d'où il a tiré cet Extrait soit véritablement une description du cœur de la Tortue. J'ose donc me flatter qu'il n'y a point de Physiciens, ni d'Anatomistes, qui en lisant cet Extrait même, ne s'apperçoivent aisément que je n'ai eu en vûe, en parlant des conduits du cœur de la Tortue, que d'en tirer cette conséquence, que le trou ovale & le canal arteriel de communication du cœur du fœtus humain, peuvent avoir le même usage qu'ont ces deux conduits dans le cœur de la Tortue. Etoit-il necessaire pour cela que je donnasse une description entiere du cœur de cet animal? Non, quoique M. du Verney soit persuadé en lui-même que c'est la fin que je me suis proposée dans ce Memoire, il ne laisse pas néanmoins de continuer sa Critique d'un air ironique, en disant, ** qu'il est difficile de comprendre qu'un Anatomiste éclairé, qui a prétendu nous donner une description exacte du cœur de la Tortue, sur laquelle il vouloit fonder son Système, ait pu oublier de faire mention des oreillettes.*

Le ressouvenir que conserve toujours M. du Verney, du différent que nous avons eu ensemble il y a plus de dix-huit ans dans l'Académie, sur le nombre des artères qui sortent du cœur de la Tortue, & sur celui de leurs soupapes, lui a fait oublier qu'il manque aussi à cette prétendue description toutes les valvules de ces vaisseaux, dont je n'ai parlé en aucun endroit. Encore une fois, avois-je besoin des oreillettes pour faire voir que le trou ovale & le canal arteriel de communication ont dans le fœtus & dans la Tortue les mêmes usages? Non
sans

ans doute : aussi est-ce par cette raison que je n'en ai point parlé dans le Memoire du 31. Mars 1692. qu'il a mis à la tête de sa Critique. Mais je ne les ai pas oublié dans celui du 31. Août 1693. que j'ai ci-devant rapporté, & dont M. du Verney ne parle point dans tout son discours; parcequ'il a pris dans ce dernier Memoire tout ce qu'il y a de meilleur dans la seconde partie de son Traité; son étonnement affecté est donc aussi ridicule que le reproche que me fait M. Biffiere dans sa seconde Lettre d'avoir pris les oreillettes du cœur de la Tortue pour deux de ses ventricules.

Quand je ne donneroie pas une description entiere des principales parties du cœur de cet animal, ce dernier Memoire suffiroit seul pour desabuser le public de l'impression defavantageuse que voudroient bien lui donner ces deux Messieurs de mon exactitude. On n'a qu'à le relire pour voir leur peu de sincerité.

Pour mieux persuader à son Lecteur que je n'ai pas connu les oreillettes du cœur de la Tortue, M. du Verney ajoûte dans sa Critique, mais sans faire reflexion à ce qu'il vient de dire, que j'ai * *crû ou voulu faire croire que les valvules qui sont à leurs embouchures fussent placées inutilement au tron de communication, l'une du côté du ventricule droit, & l'autre du côté du ventricule gauche, & qu'elles n'empêchassent pas la communication reciproque des deux ventricules.*

Cette supposition est fautive. puisque je n'ai parlé en aucun endroit ni de l'usage de ces deux valvules, ni déterminé à quelle partie elles appartiennent : mais si de ce que j'ai avancé que les deux soupapes qui sont suspendues

&c

* Quatrième description pag. 319.

& unies à la cloison qui sépare les cavitez des oreillettes l'une de l'autre, & qui se trouvent abatues sur le trou ovale du cœur d'une Tortue morte, n'empêchent point néanmoins la communication du ventricule gauche au ventricule droit, M. du Verney a pû tirer contre moi cette conséquence, que mon sentiment est donc que ces valvules appartiennent au trou ovale; mais que cependant elles y sont inutiles, je puis à plus forte raison, du passage de sa Critique que je vais rapporter, tirer contre lui-même la même conclusion, puisqu'il dit la même chose que moi, mais en termes bien plus précis; écoutons-le parler.

** Nous avons dit que le tissu des fibres charnues, qui sépare la première cavité de la seconde, laisse un passage par où le sang peut aller de l'une à l'autre. Ce passage est de la même longueur que la base des valvules, & a environ trois lignes de diamètre; en sorte que les valvules étant abaissées, il y reste toujours une ouverture, & la communication de la première à la seconde cavité n'en est pas entièrement empêchée. Elle en est donc presque fermée selon M. du Verney.*

Dans sa troisième description du cœur des petites Tortues de France, il dit encore la même chose, mais en termes différens. Les voici: † *Quand on ouvre la cavité droite ou la gauche, on voit une cloison qui les sépare; mais elle ne les sépare pas entièrement: car il y a au haut une ouverture considérable qui fait la communication de ces deux cavitez, & c'est dans cet endroit que sont placées les deux soupapes dont on a parlé, qui lors même qu'elles sont abaissées laissent toujours quelque passage d'une cavité à l'autre. Elles en bou-*
chent

* Pag. 290. † Troisième description.

hent donc la plus grande partie. Je puis donc tirer de ces deux passages contre M. du Verney, la même conséquence qu'il a tirée contre moi, & dire que son opinion est donc que ces deux valvules appartiennent au trou qui fait la communication de la première à la seconde cavité du cœur de la Tortue; puisque c'est dans cet endroit que sont placées ces deux soupapes; que cependant elles y sont tout à fait inutiles; parceque, selon lui-même, elles n'empêchent pas le sang de passer du ventricule gauche dans le droit lorsqu'elles s'abattent sur le trou ovalaire du cœur de cet animal.

Cette conséquence paroîtra d'autant plus justement tirée contre lui, qu'il nous dit en termes formels dans sa seconde description, que ** la cavité qui répondoit à l'oreillette gauche, communiquoit avec celle qui répondoit à l'oreillette droite par une ouverture ovalaire très-ample garnie d'une espece de valvule, & qu'il assure néanmoins dans la quatrième, † qu'il est pourtant constant que ces valvules n'ont aucun rapport à ce trou.* Par cette absurdité ne me met-il pas en droit de tourner contre lui-même cette ironie qu'il m'applique.

‡ Pour donner dans le sentiment de l'Auteur de la Critique du nouveau Système, il faudroit avoir mauvaise opinion de la nature, & croire que contre toutes les regles de sa sage économie, elle a fabriqué deux valvules inutiles, & qui ne font nulle fonction dans l'endroit où elle les a placées: mais comment se seroit-elle oubliée en cette occasion, elle qui se sert de ces petites machines en tant de manieres, & qui par leur moyen facilite avec tant

d'a-
* Seconde description pag. 32. † Quatrième description pag. 319. ‡ Même pag.

462 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
d'avantage la distribution des liqueurs dans le corps
des animaux?

Cette méprise de M. du Verney ne l'empêche
pas de continuer du même air sa Critique, mais
avec aussi peu de raison.

* Cette première erreur sur l'inutilité des deux
valvules a jeté, dit-il, M. Miery dans une autre.
Il a raisonné de la valvule du trou ovale, s'en-
tend du fœtus humain, comme des deux valvules
du trou de la Tortue, & après s'être persuadé
que les unes pouvoient être forcées, il n'a pas fait
difficulté de supposer que l'autre le pouvoit être
aussi.

Dans le Système que j'ai établi, je nie posi-
tivement qu'il y ait une valvule à l'embouchu-
re du trou ovale qui fait la communication des
oreillettes du cœur du fœtus : On le fait, &
M. du Verney même qui dans ce passage de sa
Critique feint de ne le pas savoir, l'ignore
moins que personne, puisque dans celui-ci il
dit en parlant de l'Auteur du nouveau Systè-
me : † Je puis bien me promettre que tout le pen-
chant qu'on a à se laisser prévenir par les nouve-
lles découvertes n'engagera personne à suivre son
sentiment, sur tout quand on verra que pour l'é-
tablir il faut qu'il donne au trou de communica-
tion de la Tortue deux valvules qui ne lui appar-
tiennent point, & qu'il ôte au trou ovale du fœ-
tus la valvule qui lui appartient.

Puisque M. du Verney reconnoît que j'ôte au
trou ovale du cœur du fœtus humain sa valvu-
le, il n'y a donc pas d'apparence que j'aie sup-
posé qu'elle pouvoit être forcée; & en recon-
noissant lui-même que dans la Tortue ‡ la ca-

vi-

* Pag. 320. † Pag. 324. ‡ Seconde description
pag. 32.

ité qui répondoit à l'oreillette gauche communiquoit avec celle qui répondoit à l'oreillette droite par une ouverture ovale garnie d'une espèce de valvule, n'est-ce pas tomber d'accord que cette espèce de valvule appartient au trou ovale de cet animal? M. du Verney n'a donc pas raison de dire, que pour établir le nouveau système de la circulation du sang dans le fœtus humain par le trou ovale, il faut que je donne au trou de communication de la Tortue deux valvules qui ne lui appartiennent point, puisqu'il les lui donne lui-même.

D'ailleurs comme ces valvules ne ferment pas davantage les ouvertures des oreillettes aux ventricules quand elles sont relevées, qu'elles font le trou ovale lorsqu'elles s'abaissent, il y a bien de l'apparence qu'elles font le même effet à l'embouchure de ce trou, qu'elles causent à l'entrée de ces ventricules; elles s'opposent donc autant au passage du sang du ventricule gauche dans le droit par ce trou, qu'elles font à son retour des ventricules dans les oreillettes. Il est donc fort probable que l'obstacle qu'apportent ces valvules au passage du sang des veines du pœmon du ventricule gauche dans le droit, pendant qu'elles sont abaissées sur le trou ovale de la Tortue, a donné occasion au sang de ces veines, pressé qu'il est par la contraction du cœur dans le ventricule gauche qui n'a point d'artère pour son écoulement, de pratiquer d'autres trous dans la cloison charnue pour s'échapper dans le ventricule droit pour prendre la route des artères qui sortent de la cavité.

Ma conjecture que le sang des veines du pœmon doit passer du ventricule gauche dans le droit malgré ces deux valvules abattues sur le

le trou ovale du cœur de la Tortue, est donc bien fondée; & il faut être d'un esprit bien difficile à satisfaire pour trouver à redire, comme fait * M. du Verney, à une expression si naturelle.

Après cela il est aisé de comprendre que le sang des veines du pōumon étant forcé de passer du ventricule gauche par tous les petits trous de la cloison charnue dans le ventricule droit; pendant que ces vālvules sont abbatues sur le trou ovale; il doit par cette raison se mêler plus exactement avec le sang des veines caves, que si ces deux ventricules n'avoient point été separez. Car en ce cas le sang de ces veines pouvant couler à côté l'un de l'autre dans un seul ventriculé, ils auroient pû sans s'y mêler ensemble exactement passer dans les arteres.

M. du Verney explique cependant ce parfait mélange par une raison contraire dans la premiere partie de son Traité, où il nous dit: † *Les trois cavitez du cœur n'étant séparées par aucune soupape, le sang qui revient du grand & du petit réservoir se peut mêler aisément & entrer d'une cavité dans l'autre;* mais il change de sentiment dans la seconde partie, & prétend que ‡ *quoique les trois cavitez du cœur de la Tortue doivent être considerées comme un seul ventricule; cependant il y a lieu de croire que tout le sang qui y est apporté par la veine cave & la veine du pōumon n'y est pas exactement mêlé, ces especes de cloisons qui distinguent ces cavitez en empêchent le parfait mélange.*

Enfin puisque l'eau seringuée ou l'air souf-

* Quatrième description pag. 1367. † Pag. 290.
‡ Pag. 313.

flé par les arteres passe fort librement des ventricules dans les oreillettes ; quoique ces deux fluides fassent soulever les valvules qui sont placées dans l'endroit de leur communication, il n'y a donc pas apparence que * *ces valvules étant soulevées ferment exactement au sang l'entrée dans les oreillettes dans un cœur soufflé & desséché*, comme le prétend M. du Verney : aussi voit-on que dans un cœur préparé de cette façon, ces valvules laissent de côté & d'autre un trou ouvert d'environ deux lignes de long, & d'une & demie de large à l'embouchure des oreillettes avec les ventricules, le sang peut donc refluer de ceux-ci dans les autres quand les ventricules se contractent, & c'est apparemment par cette raison que la capacité des oreillettes est plus grande que celle des ventricules ; il n'est donc pas croiable que † *les valvules des oreillettes du cœur de la Tortue, qui laissent au sang l'entrée libre dans le cœur, empêchent son retour* totalement, comme le pense M. du Verney.

Il ne paroît pas aussi vrai-semblable que ce soit, comme il dit, ‡ *au temps de la contraction du cœur que ces valvules se soulevent*. Voici la preuve du contraire tirée de ses propres expériences : Car si † *chaque fois qu'on pousse de l'air dans le cœur ouvert par la pointe, ces soupapes se déploient de telle maniere qu'elles ferment exactement les embouchures des oreillettes* ; le sang doit donc de même les soulever quand il vient à remplir les ventricules. Or le sang ne les remplit que pendant leur relaxation ; ce ne peut donc pas être au temps de la contraction du

cœur.

* Pag. 319. Quatrième descr. & troisième descr.

† Pag. 320. Quatrième description. ‡ Pag. 319.

‡ Troisième description.

cœur que ces valvules se soulèvent, puisque dans ce temps-là les ventricules se vident.

Après tant de variations, peut-on croire que les remarques qu'a faites M. *du Verney* sur les cœurs de la Grenouille, de la Vipère & de la Carpe, soient plus justes que celles de la Tortue? Non, si j'avois quelque intérêt d'y prendre part, comme à celles de ce dernier animal, je pourrois bien faire voir qu'il est aussi changeant dans celles-ci que dans les autres: mais comme cela ne me regarde pas, je me contenterai de rapporter seulement une seule preuve de son instabilité dans la distribution qu'il fait des vaisseaux du cœur de la Carpe, & sur leur usage.

Il ne sort du cœur de ce poisson qu'un seul tronc d'artere, qui se divise en plusieurs rameaux. Par la division que M. *du Verney* nous apprend premièrement que * chaque artere en contient le long de la base de chaque feuille, j'en ai vu autant de paires de branches qu'il y a de paires de feuilles. Et se perd entièrement à l'extrémité des feuilles, en sorte que l'aorte & ses branches ne parcourent de chemin que depuis le cœur jusqu'à l'extrémité des ouies où elles finissent.

Si cela est ainsi, pourquoi M. *du Verney* prenant comme il fait les ouies pour les poutmons de la Carpe, donne-t-il à l'artere du poutmon le nom d'aorte? Quelle raison a-t-il eue de ruiner par des découvertes faites avec précipitation des observations de vingt-cinq années? qui portoient au contraire, secondement: † Que ces branches de l'aorte ayant parcouru ces arcs, & fourni comme on a dit une branche à chacune de la-

* Pag. 304. † Pag. 244. Ce passage a été retranché; on a mis le précédent à la place.

mes, dont les ouïes sont composées, viennent en suite des arcs se réunir deux à deux en différens endroits. Car celles qui sortent des deux dernières arêtes d'arcs après avoir fourni des rameaux qui se distribuent à la tête, aux organes des sens, & aux parties voisines, venant à se réunir, ne forment plus qu'un tronc, lequel descendant sous la base du crâne, reçoit dans son cours les branches des deux premiers arcs, après qu'elles se sont réunies ensemble, & ce même tronc continue son cours en descendant le long des vertèbres pour se distribuer à toutes les autres parties.

Par le premier de ces deux passages, il est évident que l'aorte porte seulement dans les ouïes toutes ses branches, & tout le sang qu'elle reçoit du cœur de la Carpe. Par le second il paroît qu'elle le distribue en même-temps par ses différentes branches à toutes les parties du corps de ce poisson: mais non, ce sont les veines des ouïes qui leur envoient tout le sang dont elles ont besoin pour leur nourriture. C'est le même M. du Verney qui nous l'apprend dans ce troisième passage; écoutons-le parler.

Troisièmement. * Sur le bord de chaque loup il y a, dit-il, une veine, & chaque veine vient se décharger dans un tronc qui coule dans la goussette de chaque arc. Ces veines sortant de l'extrémité de chaque arc ont regard à la base du crâne, prennent la consistance d'artères, & viennent se déverser deux à deux de chaque côté. Celle, par exemple, qui sort du quatrième arc après avoir fourni des rameaux qui distribuent le sang aux organes des sens au cerveau & à toutes les autres parties de la tête, vient se joindre avec celle du troisième arc; ainsi elles ne font plus qu'une branche.

* Pag. 305.

che. Cette branche après avoir fait environ deux lignes de chemin, s'unit à celle du côté opposé, & les deux ne forment plus qu'un tronc, lequel coulant sous la base du crâne, reçoit aussi peu de temps après de chaque côté une autre branche formée par la réunion des veines de la seconde & de la première paires d'arcs. Ce tronc continue son cours le long des vertèbres, & distribuant le sang à toutes les autres parties, fait la fonction d'aorte descendante. Ces mêmes veines par leur autre extrémité qui regarde la naissance des arcs, viennent se décharger dans un tronc qui va s'insérer dans le réservoir.

Voilà des découvertes aussi étonnantes que nouvelles. Quoi, est-il croiable que les veines des ouïes puissent servir à porter le sang dans toutes les parties du corps de la Carpe, & à le rapporter des parties au cœur? Quel autre que M. du Verney pourra s'imaginer que ces veines & le tronc qu'elles forment par leur réunion en sortant des ouïes, prennent la consistance d'artère, & que sans néanmoins avoir les mouvemens de diastole, & de systole qu'on remarque aux artères dans tous les autres animaux, elles soient capables de distribuer le sang à toutes les parties du corps de ce poisson, & que sans reprendre la consistance de veines, elles en aient cependant l'usage?

Quelle extraordinaire force ne faudroit-il point au cœur de la Carpe pour entretenir par son seul mouvement la circulation du sang? M. du Verney, ait-il oublié son Anatomie comparée à laquelle il me renvoie dans sa Critique, & qui lui a tant servi, à ce qu'il dit, * à éclaircir la structure & l'usage des parties du corps de

l'homme ? Quel besoin n'avoit-il pas de recourir en cette occasion à sa methode pour se débromper ? S'il s'étoit donné la peine d'examiner le cœur & les parties de la respiration dans l'homme, je suis sur qu'il ne se seroit pas pu tromper sur le véritable usage des veines de la Carpe.

Qui pourra s'empêcher de douter de la vérité de ces étranges découvertes, sur tout quand on saura que ses anciennes observations faites dans un temps où il étoit secouru de M. de la Hire, qu'on sait être très-exact dans tout ce qu'il fait, portent tout le contraire de ce que vient de nous dire M. du Verney ? Ce quatrième passage que je vais rapporter en fait foi.

Quatrièmement. * Chaque lame sortoit, dit-il, une branche de veines, & toutes ses veines viennent se décharger dans un tronc qui coule dans la gouttiere de chaque arc : lorsqu'elles en sortent, elles se réunissent de la même maniere que l'aorte s'étoit divisée, c'est-à-dire deux à deux, & elles ne forment plus qu'un tronc, qui en coulant par dessus l'aorte entre les deux lobes des ouïes, reçoit plusieurs veines des parties voisines, & vient s'insérer au côté droit du reservoir.

Il n'est point dit dans ce passage que les veines des ouïes prennent, lorsqu'elles en sortent, la consistance d'arteres, ni qu'elles distribuent le sang à toutes les parties à la maniere des arteres ; il paroît qu'elles servent seulement, comme dans tous les autres animaux, à rapporter le sang des ouïes au cœur de la Carpe. Par le pas-

* Pag. 305. Ce passage a été retranché ; celui qui le précède a été mis à la place. Mrs. de la Hire & du Verney furent envoyez en 1679. de la part du Roi dans les Ports de mer pour travailler à l'Anatomie des poissons.

passage qui précède celui-ci, on a vu cependant que les veines des ouies servent à porter le sang qu'elles reçoivent de toutes les branches de l'aorte dans toutes les parties du corps de la Carpe, & à le rapporter aussi de ces mêmes parties dans le cœur de ce poisson. Quelle contradiction!

L'on peut-êtré me dira-t-on que mal à propos je fais cette objection à M. du Verney; parce qu'étant permis à un Auteur de se corriger, il a pu dans le temps même de l'impression de sa piece en retrancher, comme il a fait, ses anciennes observations qu'il a crû fausses, pour mettre à leur place ses nouvelles découvertes qu'il croit vraies.

Je tombe d'accord que cette liberté est permise à un Auteur; mais le changement qu'il a fait ne nous tire pas de l'incertitude où il nous a mis par ses nouvelles remarques: car je vais faire voir qu'il retombe dans la même contradiction sans se corriger; ainsi on ne peut pas favoir si la vérité se trouve plutôt dans ses nouvelles que dans ses anciennes observations. Les deux passages que je vais rapporter ne prouvent que trop clairement contre lui ce que j'avance.

Cinquièmement. * Quoique les poissons aient, dit-il, beaucoup de rapport avec ces animaux: c'est des Tortues, des Serpens & des Vipères qu'il parle; cependant la circulation s'y fait d'une manière différente; puisque le sang qui sort du cœur à chaque battement, se distribue dans les ouies par un nombre infini de petites artères qui couvrent les surfaces de toutes les lames dont elles sont composées; Et que les veines qui rapportent ce sang

sang le distribuant à toutes les parties à la manière des artères.

Il est aussi aisé de voir par ce cinquième passage, que par le troisième, que ce sont les veines des ouïes qui distribuent le sang à toutes les parties, & qui le rapportent au cœur. Par le sixième qui va suivre, il est visible, comme par le quatrième, que c'est l'aorte qui par ses différentes branches le distribue aux ouïes & à toutes les parties du corps de la Carpe. C'est M. du Verney qui nous l'apprend lui-même, en nous disant que, sixièmement, ** les trois cavités du cœur de la Tortue ne sont en effet qu'une seule ventricule peu différent de celui du cœur des poissons & des grenouilles, & les trois artères qui répondent à ces trois cavités, n'ont ensemble dans la Tortue que la même fonction qu'a l'artère du cœur de ces autres animaux, qui est de distribuer le sang en même temps & au poulmon & à toutes les autres parties du corps.* Donc s'il est vrai que l'artère qui sort du cœur des poissons distribue le sang en même temps & aux ouïes & à toutes les autres parties du corps, il est donc faux premièrement que les veines des ouïes de la Carpe, que M. du Verney prend pour ses poulmons, distribuent le sang à toutes les parties de ce poisson à la manière des artères, comme il est marqué dans le cinquième passage.

Secondement il n'est pas vrai encore que l'aorte & ses branches ne parcourent de chemin que depuis le cœur jusqu'à l'extrémité des ouïes où elles finissent, comme porte le premier. Voilà donc & la structure & la distribution nouvelle des veines des ouïes de la Carpe, & leur usage nouveau que leur a donné

M.

* Pag. 320.

M. du Verney, & qu'il a tant vantez à l'Academie détruits par sa dernière observation; puis-
qu'enfin la fonction qu'a l'artere du cœur des
poissons, est de distribuer le sang en même
temps & au poulmon & à toutes les autres par-
ties de leur corps.

Comment accorder ensemble des observa-
tions si contraires? Il faudroit être bien peu
habile en Anatomie pour ne se pas appercevoir
que M. du Verney les détruit toutes les unes
par les autres.

Pour réponse, nous dira-t-il que la nature
n'a pas donné aux mêmes vaisseaux sanguins
des Carpes qu'il a disséqués, la même struc-
ture, qu'elle en a varié la distribution, & les
a destinées à des usages differens; que c'est
une découverte qu'il a faite, & que les remar-
ques qu'il a données sur cela, sont inserées
dans l'Histoire de l'Academie? Mais n'y a-t-il
pas bien plus d'apparence quand il voit les mê-
mes faits si differemment, que ce sont ses yeux
qui le trompent, ou la memoire qui lui man-
que, quand il tombe & retombe dans de si ma-
nifestes contradictions?

Pour éviter cet écueil funeste à la réputation
qu'il s'est acquise par tant de pénibles travaux,
ne devoit-il pas suivre lui-même l'avis qu'il me
donne dans sa Critique; je veux dire **recourir
en cette occasion à sa methode qui a tant contribué
à éclaircir la structure & l'usage des parties du
corps de l'homme, c'est l'Anatomie comparée: s'il
s'étoit donné la peine d'en examiner les vaisseaux
du poulmon, je suis sûr qu'il ne se seroit pas pu
tromper sur le véritable usage des veines des ouies
de la Carpe, ni sur leur structure.*

Cette

* Pag. 323.

Cette méprise me donne lieu de lui appliquer ses propres paroles : * *Je ne sai pas si l'Auteur de la Critique du nouveau Système se rendra à des raisons qui me paroissent si évidentes ; mais je puis bien me promettre que tout le penchant qu'on a à se laisser prévenir par les nouvelles découvertes, n'engagera personne à suivre son sentiment sur le nouvel usage qu'il donne aux veines des ouïes de la Carpe.*

Enfin pour ne pas donner lieu à M. du Verney de se plaindre que je l'ai faussement accusé d'avoir donné des valvules au trou ovale du cœur de la Tortue dans ses reflexions qu'il a fait imprimer parmi les observations Physiques & Mathématiques des Reverends Peres Jesuites de *Siam* ; parcequ'il paroît qu'il y fait la description des parties du cœur du Crocodile, & non-pas celle du cœur de la Tortue ; je vais pour justifier ce que j'ai osé avancer, faire voir que tous les faits qui y sont rapportez sont contraires aux veritables observations qu'il a faites sur le Crocodile, & conformes à celles de la Tortue de mer que j'ai dissequée. Pour le démontrer de maniere qu'on ne puisse pas me soupçonner d'en imposer à M. du Verney, je rapporterai d'abord mot pour mot les deux descriptions qu'il a faites du cœur du Crocodile. J'en ferai voir ensuite la contrariété, & prouverai enfin que ses secondes observations qu'il nous a données pour celles du Crocodile sont effectivement de la Tortue.

* Pag. 324.

*Premiere description du cœur du Crocodile,
par M. du Verney, extraite du second
volume manuscrit des animaux qui ont été
disséqués dans l'Academie.*

* Le cœur étoit situé entre les deux lobes du foie, ce qui se doit entendre de sa partie inferieure; car la superieure étoit entre les lobes du pōumon. Il avoit deux oreilles fort grandes, dont la droite étoit plus grande, parce qu'elle reçoit plus de sang que l'autre : Et ce sang lui étoit porté non-seulement par le principal tronc de la cave ascendante, Et par les jugulaires; mais encore par les axillaires, qui n'entroient point dans l'oreille gauche, laquelle n'avoit que le petit tronc de la cave ascendante, Et n'avoit ni jugulaires, ni axillaires.

Quoique le sang soit porté par des vaisseaux separez dans ces deux oreilles, il se confond néanmoins avant que d'entrer dans le cœur; parceque ces deux oreilles se communiquent avant que de s'ouvrir dans la cavité du cœur. Cette cavité ou ventricule étoit unique, Et remplie de fibres, Et de colonnes charnues, qui laissoient entr'elles des espaces assez étroits, Et formoient mille anfractuosités.

L'aorte étoit double de même que la cave; il sortoit deux troncs de la base du cœur, separez l'un de l'autre par une cloison. Chacun de ces troncs se separoit en trois branches; deux de ces branches passant sous les pōumons, se réunissoient pour former le tronc de l'aorte descendante; deux autres jettoient chacune deux rameaux, qui faisoient les axillaires Et les carotides, Et les deux autres se jet-

étoient dans les pōmons. Une distribution de vaisseaux du cœur assez semblable à celle-ci se trouve dans les Tortues.

Etrange ressemblance ! Dans ce Crocodile l'aorte se trouve double, & les arteres pulmonaires ne sont que des branches de ces deux aortes. Au contraire dans la premiere Tortue de l'*Amerique* que M. du Verney a dissequée, l'aorte étoit simple, & l'artere du pōmon sortoit immédiatement du ventricule anterieur du cœur de cet animal, & du cœur de sa seconde Tortue, qui étoit aussi de l'*Amerique*, par-toient trois troncs distincts, savoir deux aortes, & l'artere des pōmons ; la distribution des vaisseaux du cœur du Crocodile doit donc être fort differente de celle de ces deux grandes Tortues terrestres de l'*Amerique*, dont il nous a donné des figures & des descriptions très-différentes.

Seconde description du cœur du Crocodile, extraite des reflexions de M. du Verney, imprimées en 1688. parmi les observations Physiques & Mathematiques des Reverends Peres Jesuites de Siam.

* On a remarqué, dit M. du Verney, dans le Crocodile dissequé à l'Academie, que le cœur avoit deux oreilles fort amples, dont la droite étoit la plus grande ; que le tronc de la veine cave inferieure au sortir du foie s'ouvroit dans l'oreillette droite après avoir reçu le sang des axillaires dans lesquelles se déchargent les jugulaires ; ainsi il n'y avoit point de veine cave superieure : pour les veines

* Pages 31. 32. & 33.

X 2

476 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
nes du p^{ou}mon elles s'ouvroient dans l'oreillette
gauche.

Ces oreilles s'ouvroient chacune dans un ventricule, dont celui qui répond à l'oreillette droite étoit le plus large; car il occupoit presque toute la substance du cœur. Outre ces deux cavitez ou ventricules qui occupoient principalement la partie postérieure du cœur, il y en avoit un troisième dans la partie antérieure; mais ces trois cavitez ne composoient en effet qu'un ventricule, parce qu'elles se communiquoient par des ouvertures considérables: la cloison qui les separe n'étant pas solide & continue comme aux autres animaux; ainsi n'ayant pas le principal usage des ventricules du cœur, qui est de forcer tout le sang qui du ventricule droit coule dans l'artere du p^{ou}mon, à passer au travers de la substance du p^{ou}mon pour aller dans le ventricule gauche.

Les ouvertures qui font la communication de ces cavitez étoient placées vers la base du cœur. La cavité qui répondoit à l'oreillette gauche, communiquoit avec celle qui répondoit à l'oreillette droite par une ouverture ovalaire très-ample garnie d'une espece de valvule, ou plutôt d'une cloison qui étoit par-tout attachée, excepté dans sa partie inférieure, laissant une petite ouverture qui faisoit la communication des ventricules. Il y avoit à côté une autre ouverture fort ample sans aucune valvule, par laquelle la cavité qui répond à l'oreillette droite, communiquoit avec celle qui est dans la partie antérieure du cœur.

Il sortoit de la base du cœur trois troncs d'arteres, dont les deux premiers qui composoient l'aorte formoient comme deux croisses, lesquelles avant que d'être tout à fait tournées en bas produisoient les axillaires, d'où naissoient les carotides.

Ensuite la croisse droite & la gauche descendoient
pour

pour se distribuer à toutes les parties du bas ventre. Ce qui sera expliqué plus en détail dans la description de l'Academie. Chacun de ces troncs de l'aorte étoit garni à sa sortie du cœur de deux valvules sigmoïdes.

Le troisième tronc qui naissoit de la base du cœur, étoit celui de l'artere du pōmmon. Il avoit aussi deux valvules sigmoïdes, & se partageoit en deux branches, dont l'une alloit au lobe droit du pōmmon, & l'autre au gauche. Une distribution des vaisseaux du cœur assez semblable à celle-ci se trouve dans les Tortues.

De ces deux descriptions, la premiere est tirée mot pour mot du second volume manuscrit des animaux qui ont été dissez à l'Academie. La seconde du Traité des observations Physiques & Mathematiques des Reverends Peres Jesuites de Siam, que le Pere Gouye fit imprimer à Paris en 1688. J'ignore la datte de la premiere description ; mais je sai bien qu'elle est de plusieurs années anterieure à la seconde, parceque depuis dix neuf ans que j'ai l'honneur d'être à l'Academie Royale des Sciences, il n'y a point parû de Crocodile. Or comme M. du Verney n'en a dissequé qu'un seul, comme il paroît par les premieres paroles de sa seconde description ; que cependant les mêmes faits qu'il dit avoir observez sur le cœur de cet animal, sont tous differens les uns des autres ; je puis donc assurer, sans crainte de me tromper, que ses premieres observations ont été faites effectivement sur le cœur du Crocodile, & les secondes sur celui de la Tortue. C'est ce que je prouverai quand j'aurai fait connoître l'extrême difference qu'il y a entre les unes & les autres.

M. du Verney nous dit dans sa premiere description

cription du Crocodile que la veine cave avoit deux troncs, que le plus gros tronc portoit le sang dans l'oreillette droite, & que le plus petit le portoit dans l'oreillette gauche : il assure cependant dans sa seconde description que la veine cave n'avoit qu'un seul tronc qui s'ouvroit dans l'oreillette droite.

Il ne fait aucune mention des veines du p^{ou}mon dans la premiere. Dans la seconde il nous apprend que les veines du p^{ou}mon s'ouvroient dans l'oreillette gauche.

Dans la premiere il est porté que les deux oreilles du cœur communiquoient ensemble. Dans la seconde il met cette communication entre les ventricules, & n'en met point entre les oreillettes.

Dans la premiere il ne reconnoît qu'une cavité dans le cœur du Crocodile. Dans la seconde il en met trois.

Dans la premiere il ne placé aucune valvule à l'ouverture des oreillettes de l'une dans l'autre. Dans la seconde il dit que le ventricule gauche communiquoit avec le ventricule droit par une ouverture ovalaire garnie d'une espece de valvule.

La premiere description porte que l'aorte étoit double, que chacun de ses troncs se divisoit en trois branches, qui faisoient les axillaires, les carotides & les deux pulmonaires; de sorte qu'il n'y avoit point de tronc particulier pour les arteres du p^{ou}mon. La seconde fait connoître qu'il sortoit trois troncs d'arteres de la base du cœur, savoir deux aortes, & l'artere pulmonaire.

Il n'est point marqué dans la premiere description qu'il y eût des valvules aux embouchures des deux arteres qui partoient de la base

se du cœur du Crocodile. Dans la seconde, il est porté que les trois troncs d'arteres qui sortoient du cœur, avoient chacun deux valvules à leurs embouchures.

Après tant de contradictions, on ne doit plus être surpris de voir M. du Verney finir sa seconde comme sa premiere description du cœur du Crocodile par ces mêmes paroles : *Une distribution de vaisseaux du cœur assez semblable à celle-ci se trouve dans les Tortues.*

Il est aisé de remarquer par toutes les variations que les deux descriptions qu'il nous a données du cœur du Crocodile & de ses vaisseaux, ne peuvent pas être toutes deux du même animal ; parce qu'elles se détruisent l'une l'autre dans tous les faits qu'elles contiennent.

Que pourra-t-il répondre à ceux qui lui demanderont raison de l'extrême difference qui paroît dans ces deux descriptions ? Leur dira-t-il qu'il y a de plusieurs especes de Crocodiles dans lesquels la structure du cœur n'est pas la même ? Mais cette réponse ne les satisfera pas. Car quoique cela puisse être, ils lui repliqueront, sachant qu'il n'a disséqué en toute sa vie qu'un seul Crocodile, qu'il n'a pas de connoissance, que la structure du cœur varie dans ces animaux.

Leur avouera-t-il donc qu'il s'est mépris, & que par un défaut de memoire il a donné au public mes observations de la Tortue de mer pour celles du Crocodile ? Il ne le fera pas. Montrons donc nous-même, pour faire connoître au public que l'Academie ne prend point de part à ses erreurs, & qu'elle les abandonne à sa censure ; que ses premieres observations sont du Crocodile, & les secondes de la Tortue. En voici une preuve évidente.

M. du Verney n'a disséqué qu'un seul Crocodile : il n'a donc pas pû corriger par de secondes remarques les faits qu'il a observez au cœur de cet animal. Ses premieres observations du Crocodile sont en tout differentes de celles qu'il a faites sur sa dernière Tortue de l'*Amerique*, les secondes y ont un fort grand rapport ; donc ses premieres observations ont été veritablement faites sur le cœur du Crocodile, & sont de lui : les secondes sur celui de la Tortue de mer, & sont de moi. Je vais en donner une preuve incontestable : c'est qu'il n'a reçu de *Versailles* sa dernière Tortue de l'*Amerique* qu'en 1700, savoir douze ans après avoir donné au public ses secondes observations du Crocodile.

Aussi voit-on que M. du Verney avoue lui-même dans sa Critique, * qu'il n'a travaillé sur le cœur des Tortues que depuis l'impression du nouveau Système de la circulation du sang du fœtus par le trou ovale ; on ne peut donc pas douter que ces secondes observations du Crocodile qu'il fit imprimer en 1688, ne soient les mêmes que celles que je fis voir à l'Academie en 1685, puisqu'elles y sont toutes conformes, & toutes differentes de celles de sa première Tortue de l'*Amerique* : C'est ce que je vais faire connoître après avoir rapporté ce passage de l'Histoire Latine de l'Academie par M. du Hamel, qui fait foi qu'en ce temps-là je disséquai une Tortue de mer.

† *Exacto induciarum tempore testitudinem marinam exhibuit D. Mery, in qua cum plura observatione digna annotavit anno 1685.*

La

* Description quatrième pag. 283. † Seconde Edition pag. 236.

La seconde description que M. du Verney nous a donnée du cœur du faux Crocodile porte, 1°. Que la veine cave s'ouvroit dans l'oreillette droite. J'ai observé la même chose dans la Tortue de mer ; mais dans la premiere Tortue terrestre de l'*Amerique* que M. du Verney a dissequée, la veine cave avoit deux troncs qui déchargeoient le sang, l'un dans l'oreille droite, & l'autre dans la gauche.

2°. A l'égard des veines du pōumon du faux Crocodile, elles s'ouvroient dans l'oreillette gauche, elles s'y ouvrent de même dans la Tortue de mer ; au contraire les veines du pōumon de la premiere Tortue de l'*Amerique* de M. du Verney portoient le sang des pōumons dans les axillaires, & le mêloient avec celui de la veine cave.

3°. La cavité qui répondoit à l'oreillette gauche du faux Crocodile, communiquoit avec celle qui répondoit à l'oreillette droite par une ouverture ovulaire très-ample garnie d'une espece de valvule. J'ai trouvé la même chose dans la Tortue de mer : mais M. du Verney ne fait nulle mention qu'il y eût de valvule dans le passage du ventricule gauche au ventricule droit de sa premiere Tortue de l'*Amerique*.

4°. De la base du cœur du faux Crocodile sortoient trois troncs d'arteres ; il en part tout autant du cœur de la Tortue de mer : mais il n'en sortoit que deux du cœur de la premiere Tortue de l'*Amerique* de M. du Verney.

5°. A l'embouchure de chacune des arteres du faux Crocodile il n'y avoit que deux valvules sigmoïdes ; il n'y en a pas davantage dans les arteres de la Tortue de mer : cependant M. du Verney donne trois valvules à chacune

482 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
des deux arteres de sa premiere Tortue terrestre
de l'*Amerique*.

Comme il n'est pas difficile de voir par ce petit abregé que les secondes observations, que M. *du Verney* nous a données du cœur de son faux Crocodile, sont conformes en tout à celles que j'ai faites sur celui de la Tortue de mer; il est aisé de juger premierement que les unes & les autres sont les mêmes, puisque toutes sont contraires & aux remarques de sa premiere description originale du cœur du Crocodile, & aux observations de sa premiere Tortue de l'*Amerique*. Secondement, qu'elles ne peuvent pas être de la seconde, avec lesquelles elles ont aussi beaucoup de rapport, puisqu'il n'a reçu cette derniere Tortue terrestre de l'*Amerique* que douze ans après avoir donné au public ces secondes remarques du faux Crocodile.

Pour éluder des preuves si convaincantes, qu'il ne vienne pas aujourd'hui nous dire qu'il n'a point donné au Reverend Pere *Gouye* les faits que je reclame; car ne les ayant point moi-même rendus jusqu'ici publics, & ce Pere n'ayant été reçu à l'Academie que quatorze ans après les y avoir démontrez, personne ne pourra croire qu'il ait pû les imaginer; il faut donc que M. *du Verney*, qui étoit présent lorsque je les fis voir, lui en ait donné communication. Son original que le Pere *Gouye* conserve, en est une preuve invincible.

D'ailleurs on n'a pas oublié qu'après que M. *du Verney* se fût rendu maître des desseins que j'avois fait faire du cœur de la Tortue de mer, il se servit de celui des petites Tortues de France, non-seulement pour détruire les faits que j'ai observez sur celle de mer, mais aussi
pour

pour confirmer en même temps ceux qu'il a remarquez dans le cœur de sa premiere Tortue de l'*Amerique*. Il ne peut donc pas rejeter, comme il fait à présent, sur feu M. *Perrault*, qui n'est plus en état de se défendre, les fausses observations qu'il a faites sur le cœur de cet animal. D'autant moins qu'on se ressouvient encore que son dessein n'avorta que parce qu'une assez grosse Tortue de terre que je reçûs de *Languedoc* dans le temps même qu'il faisoit ses démonstrations à l'Academie, me servit à faire voir une seconde fois à cette célèbre Compagnie, la fausseté de ses premiers faits de la Tortue de l'*Amerique*, & la verité de mes observations, dont il fut forcé de tomber d'accord en pleine Academie.

Aussi voit-on qu'il détruit lui-même par les remarques qu'il a faites du depuis sur le cœur des petites Tortues de *France*, & sur celui de sa derniere Tortue de l'*Amerique*, toutes ses anciennes observations qu'il a faites sur la premiere. Il reste donc pour constant que ses secondes remarques du Crocodile n'ont point été faites sur le cœur de cet animal, mais sur celui de la Tortue de mer que je dissequai en 1685, ce que j'avois à prouver. Delà il s'ensuit premierement que M. *du Verney* a reconnu dans cette Tortue de mer un trou ovale, faisant la communication du ventricule gauche au ventricule droit, & deux valvules abbatues sur ce passage, lorsque je fis voir à l'Academie la structure du cœur de cet animal.

Secondement. Que le cœur du Crocodile que M. *du Verney* a effectivement dissequé n'ayant qu'un ventricule, ce que porte sa description originale, il est évident qu'il s'oublie étrangement, quand il dit dans sa fausse description

qu'il en avoit trois, & que ** ces trois cavitez ne composoient en effet qu'un seul ventricule; parce qu'elles se communiquoient par des ouvertures considerables, puisqu'il n'en avoit qu'une.*

Quoique cette pensée se trouve aussi dans sa troisième & quatrième description, ce n'est pas une conviction que ce sentiment lui appartienne; en voici des preuves certaines.

La premiere, c'est qu'on ne voit nul endroit dans sa premiere description du cœur de la Tortue, qui puisse faire juger qu'il ait eu seulement cette idée. La seconde preuve, c'est que sa troisième & quatrième description, dans lesquelles paroît cette opinion, sont de dix années postérieures au Memoire de l'Academie, dans lequel † j'ai prouvé, & par la structure des ventricules, & par la disposition des vaisseaux, & par le cours du sang que les trois ventricules du cœur de la Tortue ne doivent être comptez que pour un seul ventricule. La troisième preuve enfin, c'est que depuis sa premiere description de la Tortue imprimée dans les Memoires de l'Academie de 1676, il n'a travaillé sur le cœur de cet animal, qu'après l'impression du nouveau Systeme de la circulation du sang par le trou ovale. Ce passage de sa quatrième & dernière description en fait foi.

‡ *Dès qu'il le proposa, dit M. du Verney en parlant de moi, je l'examinai avec soin; je fis des dissections exactes de plusieurs Tortues, & ayant reconnu l'erreur de cette découverte, je la combattis dans mes exercices du Jardin Royal & dans cette Academie, comme il est rapporté dans l'Histoire qui en a été publiée.*

Puis-

* Pag. 32. † Memoir. de l'Ac. du 31. Août 1693. pag. 137. ‡ Quatrième description pag. 283.

Puisque de l'aveu même de *M. du Verney* il n'a retravaillé sur le cœur des Tortues de terre que depuis l'impression du Nouveau Système, il est donc visible qu'en même temps qu'il donna mes observations du cœur de la Tortue de mer pour celles du Crocodile, il s'attribua mon sentiment sur l'unité des trois ventricules du cœur de cet animal, puisque le cœur du Crocodile qu'il a disséqué n'avoit qu'un ventricule.

Pour finir cet examen des faits de *M. du Verney*, il me reste à faire connoître premierement pourquoi il a donné au public mes observations du cœur de la Tortue de mer pour celles du Crocodile. Secondement pourquoi le cœur de cet animal ayant, suivant la relation des Reverends Peres Jesuites de *Siam*, beaucoup plus de rapport au cœur de la Tortue que celui de la Carpe, & étant par conséquent plus propre à éclaircir la question dont il s'agit entre *M. du Verney* & moi, que celui de ce poisson, il n'a pas joint dans son Traité, aux observations qu'il a faites sur le cœur de la Tortue, de la Vipere, de la Carpe & de la Grenouille, les remarques qu'il a faites sur celui du Crocodile; en voici les raisons autant que que je le puis conjecturer.

Les Reverends Peres Jesuites de *Siam* ayant fait présenter à l'Academie Royale des Sciences un jour d'assemblée par le Pere *Gouye* les observations qu'ils ont faites sur le Crocodile, il y fut résolu ce jour-là même que *M. du Verney*, qui avoit disséqué quelques années auparavant un semblable animal, joindroit ses reflexions aux remarques de ces Peres. Il oublia par malheur de relire, pour les faire avec justesse, le second volume d'observations des

animaux qui ont été disséqués à l'Academie, dans lequel sont les véritables remarques que *M. du Verney* a faites sur le Crocodile ; ce qui fut cause que l'esprit vuide depuis long-temps de ses propres découvertes, mais plein encore des plus considerables faits que j'avois fait voir peu de temps auparavant à l'Academie sur le cœur de la Tortue de mer, il les donna sans y penser au public pour ceux qu'il avoit lui-même remarquez sur le cœur du Crocodile : aussi ne fit-il pas difficulté d'avouer en pleine assemblée qu'il s'étoit mépris, lorsque fâché de voir la meilleure partie des faits que j'avois découverts dans le cœur de cette Tortue mêlez par *M. du Verney* parmi les observations des Reverends Peres Jesuites, j'en portai ma plainte à la Compagnie. Elle la reçût d'autant plus favorablement, que je lui fis remarquer qu'ils étoient tous differens de ceux que *M. du Verney* lui avoit donnez du cœur du Crocodile, & qu'elle se ressouvint qu'il avoit voulu faire passer mes faits de la Tortue pour faux dans ses assemblées, quinze jours auparavant de les donner au public pour vrais, mais pour ceux du Crocodile.

Peut-être aussi que piqué, comme il y a bien plus d'apparence, de ce que les observations qu'ont faites les Reverends Peres Jesuites de *Siam* sur le cœur du Crocodile, n'avoient nul rapport avec les remarques qu'il avoit faites sur celui qu'il a disséqué, & en avoient un fort grand avec les faits que j'avois observez sur le cœur de la Tortue de mer ; & jugeant par-là que ses observations du cœur du Crocodile pourroient bien être aussi fausses que les remarques qu'il avoit faites sur celui de sa premiere Tortue de l'*Amerique* ; prit-il le parti, les unes
&

& les autres étant inconnues au public, de les abandonner, & de lui donner les remarques de ces Peres, & mes observations pour celles qu'il avoit faites lui-même sur le Crocodile, afin de faire croire dans le monde qu'il avoit avant nous une parfaite connoissance de la structure du cœur de ces deux animaux.

Je ne sai point si cette seconde conjecture ne passera pas pour une verité évidente & une preuve sensible de tout ce que j'ai dit ci-devant; sur tout quand on saura que pour mieux réussir dans son entreprise, il retira des mains de M. du Hamel, alors Secrétaire de l'Académie, les desseins que j'avois fait faire du cœur de la Tortue de mer, & de plusieurs autres parties du corps de cet animal dont il se rendit maître, persuadé que par ce moyen il m'empêcheroit de donner au public les observations que j'avois faites sur cet animal.

Ce fut par cet innocent artifice qu'il se délivra de la crainte qu'il avoit que je ne fisse connoître au public que toutes les remarques qu'il a faites sur le cœur de sa premiere Tortue de l'*Amerique* sont fausses.

Après ce petit éclaircissement, il est aisé de juger que bien que le cœur du Crocodile ait beaucoup plus de rapport à celui de la Tortue que le cœur de la Carpe, & qu'il soit par cette raison infiniment plus propre que celui de ce poisson à décider la question qui est entre M. du Verney & moi, il n'a pas cependant osé joindre les observations de cet animal à celles de la Tortue, dans l'apprehension qu'il a eue que je ne fisse connoître au public, comme j'ai fait à l'Académie, sa méprise.

Cette précaution étoit bonne à prendre: mais pour avoir une réussite heureuse, il ne devoit pas

pas m'imputer dans sa Critique d'avoir voulu donner au public une description exacte du cœur de la Tortue, dans laquelle j'avois oublié cependant de faire mention des oreillettes, d'avoir voulu faire croire que les valvules qui sont situées à l'entrée des ventricules droit & gauche, fussent inutiles à l'embouchure du trou ovale, qui fait la communication de ces deux ventricules; enfin il ne devoit pas supposer que j'ai pris les trois cavitez du cœur de la Tortue pour trois cavitez aussi distinctes & séparées entr'elles que le sont les deux ventricules du cœur de l'homme: il devoit bien prévoir que par ces fausses suppositions il pourroit m'engager à détromper le public, en lui donnant, comme je vais faire après avoir répondu à sa Critique, du moins une description entiere de toutes les principales parties du cœur de la Tortue de mer, quoique sans figures, parcequ'il m'en retient les desseins; ce que j'ai depuis 19 ans négligé de faire pour le ménager. Mais maintenant je la dois à ma réputation pour la mettre à couvert de sa Critique, & au public pour le tirer de l'incertitude dans laquelle la connoissance que je viens de lui donner de ses variations pourroit le jetter.

Dans l'examen que j'ai fait des faits que M. du Verney a observez sur le cœur des Tortues, j'ai oublié en parlant des arteres d'avertir que le sphincter marqué *D*, qui dans la troisième figure de sa seconde planche embrasse les trois troncs d'arteres qui sortent du cœur de ces animaux, ne se trouve non plus dans les petites Tortues de *France*, que dans les grandes Tortues de l'*Amerique*. Il avoue qu'il manque dans celles-ci; il soutient qu'il se rencontre dans les autres. Voici le passage où

où son sentiment est marqué en termes bien précis.

* *Dans nos petites Tortues de terre, ces arteres, dit-il, sont embrassées à leur naissance par un anneau de fibres charnues: il n'y en avoit point au cœur de la Tortue de l'Amerique.*

On voit par ce passage, comme par la figure de cet anneau qu'il embrasse à leur naissance, les trois troncs d'arteres qui partent du cœur des petites Tortues de terre; d'où l'on peut conclurre que l'usage que M. du Verney donne à ce sphincter doit être commun à ces trois vaisseaux, je veux dire qu'ils doivent être tous trois resserrez également par ce sphincter quand il se contracte, & par conséquent il doit accélérer, selon lui, le mouvement du sang vers le pōumon, comme vers les extrémitéz.

Il paroît néanmoins qu'il est d'un sentiment different dans le passage qui suit. † *L'anneau ou sphincter qui se trouve à la naissance de l'aorte dans la petite Tortue, en se resserrant immédiatement après la contraction du cœur, donne lieu de croire que son principal usage est d'accélérer & d'augmenter le mouvement du sang vers les extrémitéz.*

De ce passage on peut tirer deux conséquences. La premiere, que si ce sphincter ne se trouve qu'à la naissance de l'aorte, il ne peut pas embrasser les trois arteres qui sortent du cœur des petites Tortues de terre; cependant il est porté dans le passage précédent qu'il les embrasse. La seconde, que son usage ne peut pas être commun à ces trois vaisseaux. Donc ce second sentiment est different du premier, puisque ce second passage ne porte point que
ce

* Quatrième description pag. 292. † Pag. 309.

ce sphincter accelere le mouvement du sang vers le poulmon, mais seulement vers les extremittez, à moins que M. *du Verney* ne prenne les poulmons de la Tortue pour quelques-unes des extremittez du corps de cet animal.

Après tant de variations, si M. *du Verney* veut veritablement instruire le public par ses découvertes, qu'il rectifie ses idées, & reforme les descriptions & les figures qu'il lui a données des parties des animaux dont il fait mention dans son *Traité*, qu'il n'a entrepris, à ce qu'il dit, que pour faire connoître l'erreur du nouveau *Système* de la circulation du sang par le trou ovale du fœtus humain; parceque sans une correction très-exacte, il sera toujours impossible au Lecteur de découvrir la verité de ses faits dans des descriptions, où l'on ne remarque que contradiction depuis le commencement jusqu'à la fin. Ainsi toute la Critique de M. *du Verney* n'étant bâtie que sur un fondement si ruineux, il n'y a pas d'apparence qu'elle puisse long-temps se soutenir. C'est ce que je vais démontrer.

R E P O N S E

A LA CRITIQUE

DE M. DU VERNEY.

IL y a dix ans bien accomplis que M. *du Verney* entreprit de combattre dans l'Academie Royale des Sciences, le rapport que j'avois fait du trou ovale, & du canal de communication de la Tortue avec ces mêmes

mes conduits, qui se rencontrent dans le fœtus humain.

Pour le détruire, il se contenta alors de dire à cette célèbre Compagnie, que le trou ovale du fœtus est placé entre la veine cave & la veine du pœumon, & que le canal de communication n'est qu'une branche de l'artere du pœumon, qui va se joindre au tronc inferieur de l'aorte: Qu'au contraire dans la Tortue le trou ovale est placé dans la cloison qui separe le ventricule gauche du cœur de cet animal d'avec le droit, & que le canal de communication est une artere particuliere qui tire immédiatement son origine du ventricule droit, d'où il conclut que le rapport que j'avois fait de ces deux conduits de la Tortue avec ceux du fœtus humain, étoit faux.

Pour répondre à cet argument, je représentai à Messieurs les Academiciens qu'ayant marqué dans le Memoire du 31 Mars que l'Academie fit imprimer en 1692, que ces conduits sont placez dans le fœtus en des lieux differens de ceux qu'ils occupent dans la Tortue, il étoit évident que le rapport que j'en avois fait ne regardoit pas leur situation, mais seulement leur usage.

Aujourd'hui M. du Verney, non content de me renouveler cette même objection, à laquelle je n'ai point d'autre réponse à faire que celle que j'ai fait imprimer dans la seconde Dissertation du petit Traité que j'ai donné au public sur la circulation du sang du fœtus en 1700. pag. 18. soutient d'ailleurs que le trou ovale & le canal de communication n'ont pas dans la Tortue les mêmes usages que dans le fœtus, d'où il conclut que le sang ne circule pas dans l'une & dans l'autre.

l'autre de la même maniere. Je vais prouver le contraire.

Les usages que j'ai attribuez au trou ovale & au canal de communication du fœtus & de la Tortue, se réduisent à trois. 1. Le trou ovale sert à donner passage au sang des veines du pœumon dans le ventricule droit. 2. Le canal de communication empêche que toute la masse du sang ne circule par leur pœumon, comme elle fait par celui de l'homme. 3. L'un & l'autre conduits servent à raccourcir dans le fœtus humain & dans la Tortue le chemin que le sang parcourt dans l'homme.

Quant à l'usage particulier du trou ovale, M. du Verney convient avec moi que le sang des veines du pœumon qui se décharge dans le ventricule gauche du cœur de la Tortue, passe dans le ventricule droit par le trou, qui fait leur communication : mais il prétend que dans le fœtus humain le trou ovale sert au contraire à donner passage au sang de la veine cave de l'oreillette droite dans l'oreillette gauche. Voici comme il s'explique dans sa Critique : * *Il est constant que la valvule du trou ovale du fœtus est située de maniere à donner un libre passage au sang de la veine cave dans l'oreillette gauche du cœur, & à le lui fermer au retour.*

Apparemment M. du Verney a oublié que les experiences qu'il a faites à l'Academie pour faire voir ce qu'il croit, lui ont toujours été inutiles, & il n'a pas prévu cette objection qui détruit visiblement son hypothèse.

Si la valvule prétendue du trou ovale peut l'ouvrir & le fermer, il faut qu'elle souffre nécessairement des pressions alternatives de la

part

part du sang qui coule de la veine cave dans l'oreillette droite du cœur, & de la part de celui qui passe de la veine du pōmon dans l'oreillette gauche. Cela étant, le sang de ces veines doit donc entrer dans les oreillettes en différens temps; cependant l'expérience nous apprend le contraire: car l'on voit que les deux oreillettes du cœur se dilatent ou s'emplissent en même temps, & qu'elles se resserrent ou se vuident dans un autre & même moment. Le sang en quelque temps que ce soit ne peut donc pas faire sur cette valvule supposée des pressions alternatives; elle doit donc toujours demeurer dans une même situation, puisque le sang entre en même temps dans les oreillettes du cœur du fœtus.

Or comme les deux tiers du trou ovale sont creusés dans le bord supérieur de sa valvule prétendue, qui fait certainement la plus grande partie de la cloison des oreillettes du cœur; il est évident que cette valvule ne peut point s'appliquer au passage de ce trou, il doit donc toujours rester ouvert dans le fœtus humain avant la naissance.

Aussi est-ce par cette raison que l'air soufflé & l'eau seringuée par les veines du pōmon gauche, passe librement de l'oreillette gauche par le trou ovale dans l'oreillette droite. C'est ce que j'ai démontré il y a plus de dix ans dans l'Académie Royale des Sciences à M. du Verney, & c'est dont M. du Hamel rend témoignage dans l'Histoire qu'il a faite de ce qui s'est passé dans cette savante Compagnie, lorsqu'il dit: ** Negabat ille, c'est de moi dont il parle, in ovali foramine nullam valvulam, aut eam quæ*

eo

* Histoire de l'Ac. p. 385. sec. Edition an. 1695.

eo nomine censetur, ita esse collocatam, ut foramen ipsum possit occludere: cum aqua siphunculo in aortam, aut pulmonis venam injecta per illud foramen in auriculam cordis dentram, atque inde in venam cavam libere transmittatur: quod semel & iterum in duplici sortu palam ostendit.

Quelque tentative qu'ait faite jusqu'ici dans cette même Compagnie M. du Verney pour démontrer le contraire, il n'a jamais pu y réussir; delà vient qu'il n'en est point parlé dans aucun des Memoires, ni dans l'Histoire de l'Academie. Il ne laisse pas cependant d'affurer encore aujourd'hui dans sa Critique du nouveau Systeme, que la prétendue valvule du trou ovale ne peut permettre au sang de la veine du poulmon de passer par ce trou. Ce qui m'a engagé à faire un nouvel effort pour le desabuser de l'opinion d'Harvée.

Dans ce dessein je ne me suis pas seulement contenté de lui répéter la même experience, je lui ai fait voir de plus en pleine Academie le 13 Decembre 1702, que lorsque la valvule supposée a acquis dans l'enfant après sa naissance assez d'étendue pour boucher le trou ovale, c'est-à-dire, qu'elle a acquis dans l'enfant la disposition qu'il prétend que cette valvule a dans le fœtus; alors quoiqu'elle ne soit point encore unie à la cloison des oreillettes, ni l'air ni l'eau ne peuvent plus passer de l'oreillette gauche par ce trou dans l'oreillette droite: preuve évidente que cette valvule prétendue ne ferme pas dans le fœtus humain, comme elle fait dans l'enfant, le trou ovale, puisque dans celui-ci ni l'air ni l'eau ne peuvent passer de gauche à droit, & que dans l'autre ils traversent en ce sens ce trou avec une très-grande facilité. Le trou ovale qui fait la

com-

communication, de l'oreillette gauche à l'oreillette droite du cœur du fœtus, & du ventricule gauche au ventricule droit du cœur de la Tortue, peut donc avoir dans l'un & dans l'autre le même usage. C'est ce que je vais démontrer.

Il est constant que la capacité du ventricule gauche du cœur du fœtus humain est de moitié plus petite que la capacité du ventricule droit. Or les deux artères pulmonaires ayant, prises ensemble, plus de capacité que le canal de communication, il est visible qu'il passe par les deux artères pulmonaires plus de sang que par ce canal; il doit donc revenir par les veines du pœmon dans l'oreillette gauche plus de la moitié du sang que contient le ventricule droit: le ventricule gauche n'en peut contenir que la moitié; il faut donc nécessairement que le surplus passe de l'oreillette gauche par le trou ovale dans l'oreillette droite, & que ce surplus rentre dans le ventricule droit, comme fait le sang des veines des pœmons de la Tortue, qui ne trouvant point d'artère dans le ventricule gauche, est forcé de passer par le trou ovale dans le ventricule droit du cœur de cet animal, pour prendre la route des artères qui tirent leur origine de ce ventricule. Il est donc évident que le trou ovale a dans le fœtus & dans la Tortue le même usage.

Faisons voir à présent à M. du Verney qu'il en est de même du canal de communication, & ne nous servons pour cela que des faits dont il convient avec moi, & du sens dans lequel il entend que ce conduit décharge les pœmons du fœtus humain.

A l'égard des faits il tombe d'accord, premierement, qu'il sort du cœur de la Tortue
trois

496. MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
trois troncs d'arteres, savoir deux aortes, &
l'artere pulmonaire.

Secondement, * que de ces trois arteres, celle que j'appelle le canal de communication, mais dont il fait son second tronc, qu'il nomme l'aorte descendante, s'unit à la branche inférieure du premier qu'il appelle l'aorte ascendante.

Troisièmement, il convient encore avec moi que les trois cavitez du cœur de la Tortue ne font qu'un seul ventricule. Cela étant, il faut donc que toute la masse du sang qui sort du cœur de cet animal, se partage en trois parties en entrant dans ces arteres, & par conséquent de toute cette masse de sang, il n'y a que la partie qui passe dans l'artere pulmonaire qui puisse circuler par les poulmons de la Tortue.

En effet, celles qui s'écoulent par les deux aortes dans tous les autres membres de cet animal, reviennent par les veines caves dans ce même ventricule, pour recommencer de nouveau leur circulation comme auparavant sans passer par les poulmons.

Or comme l'aorte descendante de *M. du Verney* verse une portion du sang qu'elle reçoit du ventricule droit du cœur dans la branche postérieure de l'aorte ascendante, comme fait le canal de communication du fœtus; il est donc évident que cette aorte descendante a le même usage dans la Tortue, qu'a le canal de communication dans le fœtus humain, qui est d'empêcher que tout le sang qui sort de son cœur, ne circule par ses poulmons comme il fait par ceux de l'homme adulte.

Et parceque c'est dans ce sens-là que *M. du Verney*

* Pag. 293.

Verney entend que ce canal décharge les p^{ou}mons du fœtus, puisqu'il fait bien qu'il ne puise pas dans ces parties le sang qu'il porte dans le tronc inférieur de l'aorte, mais qu'il le reçoit du tronc même de l'artere pulmonaire ; il faut absolument qu'il convienne avec moi que l'aorte descendante de la Tortue décharge aussi les p^{ou}mons de cet animal, quoiqu'elle puise le sang dans le ventricule droit du cœur de la Tortue. L'aorte ascendante fait encore le même effet, puisque le sang de celle-ci, non-plus que celui de l'autre, ne circule point par les p^{ou}mons de cet animal.

Si après cette démonstration *M. du Verney* ne veut pas reconnoître cette conformité d'usage, il faut nécessairement, pour soutenir l'opinion d'*Harvée*, qu'il nous fasse voir clairement que tout le sang qui sort du cœur de la Tortue circule par les p^{ou}mons, comme fait celui de l'homme. Mais comment osera-t-il l'entreprendre, après nous avoir dit dans sa Critique, que ** les trois cavitez du cœur de la Tortue ne font en effet qu'un seul ventricule peu différent de celui du cœur des poissons & des grenouilles, & les trois arteres qui répondent à ces trois cavitez, n'ont ensemble dans la Tortue que la même fonction qu'à l'artere du cœur de ces autres animaux, qui est de distribuer le sang en même temps & au p^{ou}mon, & à toutes les autres parties du corps?*

Car delà il s'ensuit visiblement que le sang qui passe du cœur de la Tortue dans ses deux aortes, ne circule point par les p^{ou}mons de cet animal. Il reconnoît lui-même cette vérité, en nous disant que † *dans la Tortue, à chaque*

* Quatrième description p. 320. & 321. † Pag. 310.
MEM. 1703. r

circulation, un peu plus du tiers du sang passe dans le poulmon. Les deux aortes ont donc, encore une fois, dans cet animal le même usage qu'a dans le fœtus humain le canal de communication.

Cette conformité d'usage qui se trouve entre ces conduits, a paru autrefois si évidente à M. du Verney, que dans sa premiere description il nous dit en termes formels, que ** la circulation du sang se fait dans les Tortues de la même maniere qu'elle se fait dans le fœtus; parceque tant dans le fœtus que dans ces animaux, le poulmon ne reçoit de sang que pour sa nourriture, & non-point pour la circulation entiere; & qu'enfin de même que la circulation entiere ne se fait que par les anastomoses du cœur du fœtus, elle ne se fait aussi dans les Tortues que par les ouvertures particulieres que les ventricules de leur cœur ont les unes avec les autres.*

Qui après cela ne sera surpris de lui entendre dire dans sa Critique du nouveau Systême? *† Il est facile de faire voir par tout ce que nous venons de dire, que l'Auteur du Systême se fatigue bien inutilement pour trouver dans le cœur de ces animaux un trou ovale & un canal de communication. Il s'en seroit épargné la peine, s'il avoit voulu considerer que ces conduits ne sont necessaires qu'au fœtus humain, & à ceux des animaux dont le cœur a du rapport à celui de l'homme; il auroit vu la difference qu'il y a de la circulation qui se fait dans le fœtus à celle qui se fait dans la Tortue, & qu'il n'y avoit nulle comparaison à faire entre deux manieres de circuler si opposées.*

En raisonnant ainsi, M. du Verney ne s'est pas

* Premiere description pag. 201. † Quatrième description pag. 321. & 322.

pas apparemment ressouvenu, 1°. Qu'il nous a dit en parlant du cœur de la Tortue dans sa seconde description, que ** la cavité qui répondoit à l'oreillette gauche communiquoit avec celle qui répondoit à l'oreillette droite par une ouverture ovalaire garnie d'une espece de valvule*. Car je ne puis pas m'imaginer qu'il veuille mettre quelque difference entre trou ovale & ouverture ovalaire. 2°. Il semble qu'il ait oublié † aussi que son second tronc de l'aorte s'unit à la branche postérieure du premier. C'est donc un canal de communication. 3°. Il n'a pas fait reflexion que la Tortue ‡ vivant également dans l'air, comme dans l'eau sans respirer, que par des intervalles très-longs ces deux conduits ne lui sont pas moins nécessaires pour vivre en cet état, qu'ils le sont au fœtus pendant les neuf mois qu'il demeure dans le sein de sa mere privé de la respiration.

Il y a donc bien de l'apparence que ces conduits qui se ferment dans le fœtus après la naissance, parcequ'il respire alors, doivent rester toujours ouverts dans la Tortue; parcequ'elle passe la plus grande partie de tous les jours de sa vie sans respirer. Mais cette difference n'empêche nullement qu'ils n'aient dans la Tortue les mêmes usages qu'ils ont dans le fœtus. La circulation se fait donc dans l'un & dans l'autre de la même maniere. Ces conduits ne sont donc pas seulement nécessaires au fœtus humain, & à ceux des animaux dont le cœur a du rapport à celui de l'homme; ils le doivent être aussi à tous les amphibies dont le cœur a du

* Seconde description pag. 32. † Pag. 293. ‡ J'ai vu vivre une Tortue pendant trente-deux jours sans respirer, la gueule & les narines étant scellées.

du rapport à celui de la Tortue, & qui ne respirent comme elle que de temps en temps. *M. du Verney* se fatigue donc bien inutilement pour nous faire croire que le trou ovale & le canal de communication ne se trouvent pas dans ces animaux; puisque par les faits qu'il a lui-même observés, & que je viens de rapporter, je démontre qu'ils se rencontrent dans la Tortue.

Si l'on me demande la raison pourquoi *M. du Verney*, étant autrefois persuadé que la circulation du sang se faisoit dans les Tortues de la même manière qu'elle se fait dans le fœtus, soutient à présent tout le contraire dans sa Critique, la voici: C'est parceque je lui ai fait voir qu'il est faux dans l'opinion d'*Harvée* qu'il s'agit, que le sang circule dans le cœur de la Tortue comme dans celui du fœtus. Je vais en tirer la preuve de ses propres observations.

M. du Verney a remarqué que dans la Tortue le sang des veines du pœumon passe du ventricule gauche dans le ventricule droit par le trou qui fait la communication de ces deux ventricules; ce qui est vrai. Mais comme il soutient que dans le fœtus le sang de la veine cave passe au contraire par le trou ovale dans la veine du pœumon, il est donc évident que le sang doit couler, selon *M. du Verney*, de gauche à droit dans le cœur de la Tortue, & de droit à gauche dans celui du fœtus; ainsi il doit prendre en passant par le trou ovale du cœur de la Tortue une route contraire à celle qu'il suit en passant par celui du cœur du fœtus. Le sang ne peut donc pas circuler dans le cœur de l'un & de l'autre de la même manière, suivant ses propres remarques. Je viens de démontrer cependant que dans tous les deux le sang des veines du pœumon tient la même route

route en passant par le trou ovale, & que le canal de communication a le même usage. Le second sentiment de M. *du Verney* n'est donc pas moins faux que le premier. Que peut-on penser après cela de ses décisions?

Le troisième usage commun au trou ovale & au canal de communication, c'est de servir l'un & l'autre dans le fœtus & dans la Tortue à raccourcir à une grande partie du sang le chemin qu'il parcourt dans l'homme. M. *du Verney* ne s'est point recrié dans sa Critique contre cet usage, il n'en a pas même parlé. Peut-être a-t-il senti qu'il est hors d'atteinte: Quoiqu'il en soit, en voici la démonstration.

Toute la masse du sang qui sort du ventricule droit du cœur du fœtus humain, se partage en passant dans le tronc de l'artere du pœumon en trois parties: l'une s'écoule par le canal de communication dans la branche inférieure de l'aorte, sans circuler par le pœumon, ni par le ventricule gauche: les deux autres parties passent dans les arteres pulmonaires. Celles-ci traversant le pœumon, viennent se rendre par ses veines dans l'oreillette gauche du cœur, où elles se séparent: l'une entre dans le ventricule gauche, l'autre passe par le trou ovale & rentre dans le ventricule droit, sans circuler par le ventricule gauche, ni dans tout le reste des parties du corps du fœtus. Il est donc visible que le trou ovale & le canal de communication servent dans le fœtus humain à raccourcir à la plus grande partie du sang le chemin qu'il parcourt dans l'homme adulte. Ce qui est expliqué plus au long dans les Memoires des mois de Mars & d'Août de l'an 1693, & dans le nouveau Systême pag. 45. L'un & l'autre conduits

502 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
duits font le même effet dans la Tortue, en
voici la preuve.

Toute la masse du sang sortant du ventricule droit du cœur de la Tortue, se partage aussi en trois parties: l'une entre dans l'artere pulmonaire, & vient se rendre par les veines du poulmon dans le ventricule gauche; mais n'y trouvant point d'artere, elle est forcée de rentrer par le trou ovale dans le ventricule droit. Celle-ci ne fait donc que circuler par les poulmons, & ne passe point dans tout le reste des parties du corps de la Tortue. Des deux autres parties, l'une passe dans l'aorte, & l'autre dans le canal de communication. Ces deux parties viennent se rendre par les veines caves dans le ventricule droit, sans circuler par les poulmons, ni par le ventricule gauche. Il est donc évident que le trou ovale & le canal de communication servent aussi à raccourcir dans la Tortue le chemin que le sang parcourt dans l'homme.

Car dans celui-ci tout le sang qui passe du ventricule droit dans l'artere du poulmon, circule par le poulmon, & vient se rendre par ses veines dans le ventricule gauche, d'où il passe ensuite dans l'aorte qui le distribue à toutes les parties du corps, qui le renvoient par la veine cave dans le ventricule droit, où il recommence sa circulation: delà vient que le sang parcourt dans l'homme plus de chemin qu'il ne fait dans le fœtus & dans la Tortue. Il paroît par toute la Critique de M. du Verney, qu'il est persuadé que le nouveau Système de la circulation du sang du fœtus humain n'est fondé que sur les usages semblables qu'ont, selon moi, dans le fœtus & dans la Tortue le trou ovale & le canal de communication.

Cet-

Cette conformité d'usage qui se présenta d'abord à mon esprit, est bien à la vérité le premier moyen qui m'a servi à l'établir : mais indépendamment de ce rapport, que *M. du Verney* combat seulement dans sa Critique, ce Système nouveau est aujourd'hui fondé sur l'égalité de capacité qui se trouve dans l'homme, entre l'oreille droite & l'oreille gauche, entre le ventricule droit & le ventricule gauche, entre l'artere pulmonaire & l'aorte ; comme aussi sur l'inégalité qui se rencontre dans le fœtus humain entre ces mêmes parties.

C'est ce qu'ont bien reconnu ceux qui, comme lui, se sont élevez contre ce nouveau Système : delà vient qu'ils ont abandonné ce rapport, pour attaquer ce Système par son véritable fondement. *M. du Verney* a fait tout le contraire, il a abandonné le fondement du Système pour combattre le rapport, qui ne m'en a fourni que la première idée. Comme donc il semble qu'il ne se soit pas aperçu jusqu'ici de cette vérité, je vais recommencer à la lui montrer par cinq Propositions auxquelles je le prie de répondre pour me desabuser de mon opinion, au cas que je me trompe. S'il ne le fait pas, son silence me servira d'approbation. S'il le fait & qu'il les détruise, j'avouerai moi-même que je me suis trompé.

PREMIERE PROPOSITION.

La capacité des arteres & des veines augmente à proportion de la quantité du sang que reçoivent ces vaisseaux, & elle diminue de manière que quand le sang cesse d'y passer, elle se détruit entièrement. La nature nous fournit dans le fœtus humain des exemples constans

de ces deux phenomenes. Depuis l'instant que le sang commence à couler dans ses vaisseaux, jusqu'au moment de sa naissance, la cavité du canal arteriel qui se trouve entre l'artere pulmonaire & la branche inferieure de l'aorte, & celle du conduit veineux qui se rencontre dans le foie entre la veine porte & la veine cave du fœtus, s'agrandissent. Il en est de même de celle de la veine & des deux arteres ombilicales; parceque la quantité de sang que reçoivent tous ces vaisseaux, augmente toujours jusqu'au terme de l'accouchement. Mais après la sortie de l'enfant hors du sein de sa mere, la veine ombilicale & le canal veineux ne recevant plus de sang du placenta; celui qui passoit par le conduit arteriel entrant dans les arteres pulmonaires de l'enfant, & les arteres hypogastriques de l'enfant cessant d'en envoyer dans les arteres ombilicales, le canal veineux, le conduit arteriel, la veine & les deux arteres ombilicales se rétrécissent en très-peu de temps, & dégènerent enfin en ligamens. Il est donc visible que le sang moule lui-même, pour ainsi dire, les vaisseaux dans lesquels il coule, & en forme la capacité à proportion de ce qui y en passe avec plus ou moins de vitesse. Or comme on ne peut nier ces faits, qui sont connus de tous les Anatomistes, on ne peut donc raisonnablement douter que le plus sûr moyen pour juger de la quantité de sang qui passe par des vaisseaux, ne soit la mesure de leur capacité.

SECONDE PROPOSITION.

De ce principe il s'ensuit que l'oreillette droite & le ventricule droit fournissant dans l'homme

me adulte par l'artere du p^{ou}mon à l'oreillette gauche & au ventricule gauche tout le sang que celui-ci envoie dans l'aorte, il faut nécessairement que l'oreillette gauche du cœur soit aussi spacieuse que la droite, le ventricule gauche aussi grand que le droit, & la capacité de l'aorte aussi grande que celle de l'artere du p^{ou}mon; & c'est ce qu'on trouve précisément dans l'homme.

TROISIEME PROPOSITION.

Comme donc dans le fœtus humain la capacité de l'oreillette droite, celle du ventricule droit, & celle du tronc de l'artere du p^{ou}mon sont aussi grandes par proportion de corps, que sont ces mêmes cavitez dans l'homme adulte; tout le sang de la veine cave doit passer, contre le sentiment d'*Harvée* & de tous ses sectateurs, des deux troncs de cette veine dans l'oreillette droite, entrer dans le ventricule droit, & s'écouler par le tronc de l'artere du p^{ou}mon du fœtus humain, comme il fait par celui de l'homme adulte.

QUATRIEME PROPOSITION.

Mais comme dans le même fœtus humain la capacité de l'oreillette gauche est d'un tiers ou environ plus petite que celle de l'oreillette droite, la capacité du ventricule gauche de moitié plus petite que celle du ventricule droit, & la capacité de l'aorte aussi moitié plus petite que celle de l'artere du p^{ou}mon; il est évident qu'il doit passer un tiers moins de sang par l'oreillette gauche que par l'oreillette droite; par le ventricule gauche & par le tronc de l'aorte

306 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
moitié moins que par le ventricule droit, &
par l'artere du p^{ou}mon. En voici la raison tirée
des conduits particuliers au fœtus humain.

CINQUIEME PROPOSITION.

Le tronc de l'artere pulmonaire dans le fœtus humain se divise en trois branches, qui sont à peu près d'égale capacité. L'une fait le canal de communication; celle-ci s'abouche avec la branche inferieure de l'aorte, les deux autres vont aux p^{ou}mons.

Tout le sang de la veine cave passant de l'oreillette droite dans le ventricule droit, & de ce ventricule dans le tronc de l'artere du p^{ou}mon, comme il est démontré par la troisième Proposition, doit donc se partager en entrant dans les branches de cette artere en trois parties. Or comme de ces trois parties celle qui s'écoule par le canal de communication dans la branche inferieure de l'aorte ne circule point par le p^{ou}mon; l'oreillette gauche du cœur, dans laquelle cette partie de sang ne peut se rendre, doit donc être d'un tiers plus petite que l'oreillette droite.

Et comme des deux autres parties qui prennent la route des deux arteres pulmonaires, & viennent se rendre par les veines du p^{ou}mon dans l'oreillette gauche, l'une passe dans le ventricule gauche, pendant que l'autre partie rentre par le trou ovale dans l'oreillette droite; delà vient que la capacité du ventricule gauche, de même que celle de l'aorte, est moitié plus petite que celle du ventricule droit & de l'artere du p^{ou}mon; parceque l'un & l'autre ne sont pas seulement déchargez de cette partie du sang qui passe de l'oreillette gauche
par

par le trou ovale dans l'oreillette droite, mais encore de celle qui s'écoule du tronc de l'artere pulmonaire par le canal de communication dans la branche inferieure de l'aorte. Il est donc démontré qu'une partie du sang des veines du poulmon passe de l'oreillette gauche par le trou ovale dans l'oreillette droite du cœur du fœtus humain.

Car si au contraire il étoit vrai que la plus grande partie du sang de la veine cave passât, comme le prétend *Harvée*, par le trou ovale dans le ventricule gauche; il est certain que ce ventricule recevant de plus tout le sang qui circule par le poulmon, devoit avoir une capacité beaucoup plus grande que le droit pour le contenir.

Le ventricule droit est au contraire moitié plus grand que le ventricule gauche. L'opinion d'*Harvée*, que M. *du Verney* s'efforce de soutenir, est donc évidemment fautive; d'autant plus que dans le cœur de l'homme, par lequel il ne passe pas plus de sang d'un côté que de l'autre, la capacité de l'oreillette gauche est aussi grande que celle de la droite, le ventricule gauche aussi spacieux que le droit, & l'embouchure de l'aorte est égale à celle de l'artere pulmonaire.

Si M. *du Verney* ne veut pas se rendre à ces faits qui servent de fondement au nouveau Système, il a à prouver pour soutenir l'ancien, que la capacité du ventricule gauche & celle de l'aorte doivent être dans le fœtus humain d'autant plus petites qu'il y passe plus de sang, & celles du ventricule droit & de l'artere pulmonaire d'autant plus grandes qu'il y en passe moins; c'est-à-dire, que le ventricule gauche doit contenir moitié plus de sang que le droit,

quoique la capacité de celui-ci soit une fois plus grande que celle de l'autre : mais cette absurdité se détruit par la première Proposition, par laquelle il est démontré que le sang étend la capacité des vaisseaux à proportion de la quantité qui y passe : de sorte que si M. du Verney vouloit bien se dépourvoir de toute prévention, & examiner avec un esprit d'équité ces cinq Propositions établies sur des faits certainement vrais, je m'assure qu'il changeroit de sentiment. Car qu'il ne pense pas que le public, sévère censeur des Ouvrages des particuliers, croie que sans détruire mes cinq Propositions, qui servent de fondement au nouveau Système, mon opinion soit bien réfutée, par ce qu'il dit en finissant sa Critique en termes vagues qu'il n'applique à aucun fait singulier.

** Personne en un mot ne pourra convenir de la solidité d'un Système qu'il faut appuyer sans cesse sur des principes ou faux, ou dont on tire de fausses conséquences ; parceque dans leur application on n'en compare point en même temps toutes les circonstances. Comme il arrive lorsqu'examinant les capacités des vaisseaux, on en tire des conclusions sans avoir égard ni aux forces, ni aux résistances, & lorsque supposant faussement égalité de forces ou de résistances, on en tire des conclusions sans avoir égard à la capacité des vaisseaux. Mais tout ce détail appartient au Traité de la circulation du sang dans le fœtus, que je me propose de donner incessamment au public. Nous l'attendons depuis six ans.*

M. du Verney a beau se flater que personne ne suivra mon opinion ; l'approbation que l'Ac-

* Memoires de l'Academie de l'année 1699. page 325.

ademie Royale des Sciences a donnée au nouveau Système, est un préjugé de celle du public. Voici comme elle en parle dans son Histoire de 1701.

„ * Les deux Systèmes opposez de la circulation du sang dans le fœtus, rapportez dans l'Histoire de 1699. pag. 28. 39. ne roulent que sur des conjectures; mais le moins qu'on puisse deviner c'est le mieux, & une question Physique est d'autant plus sûrement décidée, que le témoignage des yeux a plus de part à la décision, & que le raisonnement y en a moins.

„ Le trou ovale encore tout ouvert dans un homme de quarante ans, que M. *Littre* dissequa, paroît donner une de ces décisions sensibles. Puisque le sang s'étoit toujours conservé le passage du trou ovale, la circulation étoit la même dans l'homme qu'elle avoit été dans le fœtus; & de plus comme il avoit toujours passé ou de l'oreillette droite dans la gauche, ou de la gauche dans la droite, les marques & les traces de l'un ou de l'autre de ces mouvemens contraires ne s'étoient pas effacez dans cet homme, ainsi qu'elles s'effacent dans tous les autres; ce qui fait la difficulté de la question. Il ne s'agissoit donc que d'examiner avec ses yeux, & de reconnoître sensiblement de quel côté le sang avoit passé par le trou ovale.

„ Tous les vaisseaux du corps augmentent, diminuent, ou cessent d'être vaisseaux, selon qu'il y passe beaucoup, ou peu, ou point du tout de liqueur. Dans les adultes, après que le trou ovale s'est fermé, les capacitez
„ des

* Pag. 45, 46 & 47.

510 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

„ des vaisseaux du côté droit & du côté gau-
 „ che du cœur sont égales, parcequ'il y coule
 „ une égale quantité de sang. Mais le trou
 „ ovale étant ouvert dans un adulte, il en cou-
 „ le davantage de l'un ou de l'autre côté; &
 „ par conséquent le côté qui a les plus grands
 „ vaisseaux, est selon toutes les apparences
 „ possibles celui qui reçoit le plus de sang. Car
 „ on ne peut nullement dire d'un adulte, ce
 „ qu'on diroit d'un fœtus; que quoiqu'il cou-
 „ le moins de sang dans les vaisseaux du côté
 „ droit, ils sont cependant plus dilatez, par-
 „ ceque le sang y coule plus lentement, & re-
 „ gorge à cause de l'embarras des pōmons.

„ Or M. *Littre* ayant exactement mesuré
 „ tous les vaisseaux du cœur de cet homme
 „ de quarante ans, le Systême de M. *Mery* se
 „ trouva victorieux.

„ L'oreillette droite du cœur étoit large de
 „ 3 pouces & 10 lignes, la gauche de 3 pouces
 „ & 2 lignes. L'embouchure du ventricule
 „ droit avoit 2 pouces $\frac{1}{2}$ de largeur, celle du
 „ ventricule gauche 1 pouce & 8 lignes. Les
 „ capacitez des deux ventricules étoient pro-
 „ portionnées à celles de leurs embouchures.
 „ Le diamètre de l'artere du pōmon étoit de
 „ 1 pouce & 10 lignes, celui de l'aorte de 1
 „ pouce & 3 lignes. Par conséquent il couloit
 „ plus de sang du côté droit, & le sang pas-
 „ soit par le trou ovale de l'oreillette gauche
 „ dans la droite.

„ Il y avoit plus. Du côté de l'oreillette
 „ droite le trou ovale n'avoit que 3 lignes de
 „ diamètre, & il en avoit 9 du côté de l'oreil-
 „ lette gauche; ce qui faisoit la figure d'un En-
 „ tonnoir, dont la plus grande ouverture est
 „ naturellement tournée du côté d'où vient la

„ li-

, liqueur; & même à l'égard du trou ovale
 , cette figure est d'autant plus concluante, que
 , le sang doit toujours élargir son chemin du
 , côté d'où il vient.

Prétendre encore après cette décision de l'Académie d'être crû sur sa seule parole, sans donner aucune preuve particuliere de ce qu'on n'avance qu'en général, c'est trop exiger du public. En attendant le *Traité de M. du Verney*, qui contiendra le détail de toutes les fausses conséquences que j'ai tirées des faux principes sur lesquels j'ai fondé le nouveau *Système*, je vais faire voir une seconde fois à ce fameux Critique que j'ai eu égard à toutes les circonstances qu'il prétend que je n'ai point observées. Pour cet effet je rapporterai seulement quelques-unes des objections qui m'ont été faites contre mon opinion avec leurs réponses. Voici la première objection qui renferme le faux raisonnement de *M. du Verney*.

* *Je veux bien accorder à M. Mery, dit un second Critique du Système nouveau, que l'ouverture de l'aorte est de moitié plus petite que celle de l'artere pulmonaire dans le fœtus humain: mais comme la force mouvante du ventricule gauche appliquée à l'aorte est double, & peut-être triple de celle du ventricule droit appliquée à l'artere du pœmon, il est évident que la vitesse que le ventricule gauche donne au sang qui passe dans l'aorte doit être double, & peut-être triple de celle que communique le ventricule droit au sang qui passe dans l'artere du pœmon; d'où il s'ensuit que malgré l'inégalité de leurs diamètres, l'impulsion de la même quantité de sang doit se faire en même temps*
par

* Pages 9. & 10. de la Lettre de *M. Silvestre* an. 1698.

par ces deux artères; ce qui renverse incontestablement tout l'édifice du nouveau Système du passage du sang des veines du pōumon par le trou ovale dans l'oreillette droite du cœur du fœtus humain.

La réponse à cette objection, que ce Critique croit insurmontable, est aisée à trouver & facile à comprendre. La capacité du ventricule gauche du cœur est, dans le fœtus humain, moitié plus petite que celle du ventricule droit; celui-ci contient donc moitié plus de sang que l'autre : ces deux ventricules se vident dans un même temps. Le ventricule gauche emploie donc autant de temps à se vider du sang qu'il contient dans l'aorte, qu'en met le ventricule droit à se vider de celui qu'il renferme dans l'artere du pōumon. Il passe donc dans un même moment, avec des vîteses égales, moitié plus de sang du ventricule droit dans l'artere pulmonaire, qu'il n'en passe du ventricule gauche dans l'aorte, malgré l'inégalité de forces de ces deux ventricules.

Ce qui se passe dans l'homme confirme encore cette verité, & fait mieux voir l'absurdité de l'objection de ce Critique. Car s'il étoit vrai que la force mouvante du ventricule gauche du cœur fût telle qu'elle pût donner au sang qui passe dans l'aorte une vîtesse double, & peut-être triple de celle que peut communiquer le ventricule droit au sang qu'il chasse dans l'artere du pōumon; ce que ce second Critique croit qu'on ne peut lui contester; il est visible, l'ouverture de ces deux artères étant égale dans l'homme, qu'il passeroit dans un même espace de temps deux & peut-être trois fois plus de sang par l'aorte que par l'artere du pōumon: ce qui est certainement impossible.

offible ; parcequ'au fû de tous les Anatomistes , le ventricule gauche ne peut pousser de sang dans l'aorte, qu'autant que lui en fournit le ventricule droit par l'artere du poulmon, puisque le ventricule gauche ne reçoit point de sang d'ailleurs.

Or comme la capacité de ces deux ventricules est égale , & que l'ouverture de l'artere du poulmon est aussi égale à celle de l'aorte, il est évident que ces deux ventricules se vidant en même temps, il doit passer du ventricule droit dans l'artere du poulmon la même quantité de sang qui passe du ventricule gauche dans l'aorte avec même vitesse, dans un même espace de temps, malgré l'inégalité de force de ces deux ventricules ; ce qui est absolument nécessaire pour entretenir une circulation continue.

D'ailleurs si, comme le prétend ce Critique , * *le plus & le moins de force mouvante des muscles dépend de ce qu'ils ont plus ou moins de fibres charnues*, & si pour l'impulsion du sang † *il est nécessaire que la force mouvante soit proportionnée au degré de résistance qu'il faut surmonter* ; je vais lui faire voir qu'il détruit la circulation du sang, en appliquant au cœur ces deux propositions.

Car si l'on compare l'oreillette gauche avec le ventricule gauche, on verra que celui-ci a dix fois au moins plus de fibres charnues que l'autre. Or comme le plus & le moins de résistance des muscles dépend aussi de ce qu'ils ont plus ou moins de ces fibres, il ne paroît pas vrai-semblable que l'oreillette gauche puisse avec un degré de force mouvante surmon-

ter

* Page 7. † Page 8.

514 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
ter dix degrez de résistance que lui oppose le
ventricule gauche , & par conséquent il n'y a
pas d'apparence que cette oreillette puisse faire
entrer le sang dans ce ventricule , la circula-
tion en est donc impossible.

Supposé néanmoins que dans le temps que
les fibres charnues des ventricules sont relâ-
chées, les oreillettes puissent, quoique beau-
coup plus foibles qu'eux, surmonter leur ré-
sistance, & pousser dans le moment qu'elles se
contractent, le sang dans les ventricules;
quand ceux-ci viendront à se resserrer, s'il est
vrai que la vitesse avec laquelle le sang coule
dans les arteres, dépende seulement, comme
le prétend ce Critique, de la force mouvan-
te appliquée immédiatement à leurs embou-
chures, le sang qui sort du ventricule droit,
ne pourra donc couler dans l'artere pulmonai-
re qu'avec un degre de vitesse, pendant qu'il
s'écoulera avec trois dans l'aorte, en sortant
du ventricule gauche; parceque celui-ci, au
compte de notre Critique, est trois fois plus
fort que l'autre. Le ventricule droit ne pour-
ra donc fournir par l'artere du poulmon au
ventricule gauche, qu'un tiers du sang que ce
ventricule pousse dans l'aorte (car l'ouverture
de cette artere étant égale à celle de l'autre,
il est évident qu'il doit passer, comme je viens
de dire, en même temps deux fois plus de
sang du ventricule gauche dans l'aorte, qu'il
n'en passe du ventricule droit dans l'artere pul-
monaire) il faut donc que le ventricule gau-
che reçoive d'ailleurs les deux autres tiers du
sang qu'il chasse dans l'aorte, ce qui est visi-
blement faux. En effet, il est certain que le
ventricule droit fournit seul par l'artere du
poulmon au ventricule gauche tout le sang qui
passe

isse dans l'aorte. De plus, * *l'oreillette droite* ant, selon ce Critique, *composée de gros paquets de fibres au moins deux fois plus fortes que celles de l'oreillette gauche*, celle-ci doit être au moins deux fois plus foible que l'autre. Si donc la vitesse avec laquelle le sang coule dans les vaisseaux dépend absolument de la force mouvante qui leur est appliquée, comme il le prétend, l'oreillette droite doit pousser le sang dans le ventricule droit avec deux degrez de vitesse, au moins; pendant que l'oreillette gauche ne le poussera qu'avec un seul dans le ventricule gauche.

Or les oreillettes étant égales en capacité, & contenant par conséquent autant de sang l'une que l'autre dans l'homme adulte, les ventricules étant aussi égaux, il est évident que l'oreillette gauche doit employer au moins deux fois plus de temps pour remplir le ventricule gauche, qu'il n'en faudra à l'oreillette droite pour remplir le ventricule droit, sans avoir égard à la différente résistance des ventricules.

Car si l'on y fait attention, on trouvera que le ventricule gauche étant trois fois plus fort que le droit, l'oreillette gauche emploiera quatre ou cinq fois plus de temps à remplir le ventricule gauche, que n'en mettra l'oreillette droite à remplir le ventricule droit; parceque l'oreillette droite a au moins deux fois plus de force que la gauche, & trois fois moins de résistance à surmonter : les ventricules ne pourront donc s'emplier en même temps.

Ils ne pourront pas aussi se vider dans un même instant; puisque le ventricule droit étant trois fois plus foible que le gauche, il faut à celui-ci trois fois moins de temps qu'à l'autre pour se

vui-

vuider; parceque le ventricule gauche pousse le sang dans l'aorte avec trois degrez de vitesse, pendant que le droit ne le pousse qu'avec un seul dans l'artere du p^{ou}mon. Voilà les conséquences qui suivent naturellement des trois propositions de nôtre Critique, que l'expérience dément : lui-même ne peut pas nier que les deux ventricules du cœur ne s'emplissent en même temps, & qu'ils ne se vuident dans un autre & même moment. Il en est de même des oreillettes, la vitesse avec laquelle le sang coule dans les vaisseaux, ne dépend donc pas de la seule force mouvante qui leur est immédiatement appliquée.

„ * Pour trouver le dénouement de toutes ces
 „ difficultez, il faut considerer, comme j'ai dit,
 „ les veines du p^{ou}mon, l'oreillette gauche,
 „ le ventricule gauche, l'aorte, la veine cave,
 „ l'oreillette droite, le ventricule droit, &
 „ l'artere du p^{ou}mon comme un seul canal
 „ plus large en certains endroits qu'en d'au-
 „ tres, mais tout plein d'air & de sang mêlez
 „ ensemble très-exactement.

„ Sous cette idée présente à l'esprit, on con-
 „ cevra aisément, 1°. Que l'impulsion de l'air
 „ qui entre des vesicules du p^{ou}mon dans ce
 „ canal quand la poitrine se resserre, & l'im-
 „ pression que font toutes les parties de ce
 „ tuyau sur le sang qui y est renfermé, doivent
 „ se communiquer dans l'instant même qu'el-
 „ les se contractent à toute sa masse.

„ 2°. Que pour pousser dans les ventricules
 „ du cœur, dans le temps de leur relâchement,
 „ autant de sang qu'ils en chassent dans les ar-
 „ teres pendant leur rétreccissement, l'effort que
 „ font

* Nouveau Systême pag. 170. 171. 172.

font les oreillettes du cœur & les arteres, qui pour cet effet se contractent en même temps, doit être égal à celui des ventricules & des veines qui se resserrent dans un autre & même moment ; qu'ainsi les oreillettes & les arteres associées dans leur action & prises ensemble, doivent avoir autant de force que les ventricules & les veines prises ensemble dans la leur ; d'où il s'ensuit que l'impulsion du sang doit toujours être égale dans toute la longueur de ce canal qui en est rempli.

„ Aussi paroît-il fort vrai-semblable que c'est pour cet effet que l'Auteur de la nature a fait, par une sagesse admirable, que la partie la plus foible de ce tuyau, qui sont les veines, agit en même temps que la plus forte, qui sont les ventricules, & que les oreillettes & les arteres, qui sont d'une moyenne force entre les ventricules & les veines, se contractassent aussi dans un autre & même moment.

„ C'est encore par la même raison qu'il a associé la plus foible oreillette avec la plus forte artere ; savoir l'oreillette gauche avec l'aorte ; & la plus forte oreillette avec la plus foible artere, savoir l'oreillette droite avec l'artere du pōumon. Il paroît donc par cette compensation de force de part & d'autre, que le sang doit toujours être également poussé dans toute la longueur de ce canal.

„ 3°. On connoîtra que quoique les parties les plus fortes, ou les plus épaisses de ce tuyau contribuent davantage que les plus minces ou les plus foibles à l'impulsion du sang, si néanmoins ces parties les plus fortes sont aussi les plus larges, le sang doit circuler chez elles avec moins de vitesse que dans
„ les

„ les parties les plus foibles, si elles sont les
 „ plus étroites. Il est donc évident que la vi-
 „ tesse du sang plus grande en certains vais-
 „ seaux qu'en d'autres, ne dépend pas de leur
 „ différente force ou épaisseur, mais de l'iné-
 „ galité de leur capacité. * Ce que j'ai expliqué
 en détail dans la réponse à la Lettre de M. Sil-
 vestre.

Quoique ce seul passage soit suffisant pour
 faire connoître que j'ai eu égard aux circon-
 stances auxquelles M. du Verney prétend que je
 n'ai pas fait attention; je vais en ajoûter un au-
 tre, par lequel, suivant les propres principes
 de mes Critiques mêmes, j'ai fait voir que le
 mouvement du sang doit être aussi rapide dans
 l'artere du pōumon que dans l'aorte. Le voici.

„ † Le ventricule gauche a beaucoup plus de
 „ force, disent-ils, que le ventricule droit;
 „ parceque le sang, à ce qu'ils s'imaginent, a
 „ beaucoup plus d'obstacles à surmonter dans
 „ toutes les parties du corps qu'en traversant
 „ le pōumon, je veux bien le leur accorder.
 „ Pour vaincre ces obstacles il faut donc, sou-
 „ tiennent-ils, que le sang circule dans l'aor-
 „ te avec plus de rapidité que par l'artere du
 „ pōumon: c'est ce que je nie, & voici mon
 „ raisonnement.

„ ‡ La force des ventricules étant, selon ces
 „ Messieurs, proportionnée à la résistance des
 „ parties; si le sang trouve moins d'obstacles
 „ à surmonter dans le pōumon de l'homme que
 „ dans

* Pag. 164. 165. 166. 167. 168. 169. ann. 1700.

† Pag. 182. ‡ Par la même raison elle restera aussi
 égale en mettant la résistance dans le sang même con-
 tenu dans ces deux arteres qui sont de longueur fort
 différente, mais d'égal diamètre.

dans les autres parties de son corps, comme ils le prétendent, la vitesse du sang restera égale dans les arteres, si leurs capacitez sont égales.

„ Or la capacité de l'artere du poulmon est
 „ égale à la capacité de l'aorte: donc la vitesse
 „ se du sang dans l'artere du poulmon doit
 „ être égale à la vitesse que le sang a dans l'aorte,
 „ puisque la petite résistance du poulmon
 „ est proportionnée à la foiblesse du ventricule
 „ droit, & la grande résistance des autres
 „ parties du corps proportionnée à la force du
 „ ventricule gauche; d'où il s'ensuit qu'il ne
 „ peut passer dans un même espace de temps
 „ plus de sang par l'aorte que par l'artere du
 „ poulmon.

„ Cette verité paroîtra très-évidente aux
 „ moindres connoisseurs, pour peu qu'ils fassent
 „ reflexion que l'aorte ne reçoit point
 „ d'autre sang que celui que lui envoie l'artere
 „ du poulmon. Il faut donc pour entretenir
 „ une circulation continue, que dans l'adulte
 „ le ventricule droit pousse dans l'artere du
 „ poulmon autant de sang que le ventricule
 „ gauche en chasse dans l'aorte avec la même
 „ vitesse & en même temps. Aussi sont-ils égaux
 „ & se vident dans un même moment.

Quiconque lira ces deux passages, & les cinq propositions sur lesquelles le nouveau Systeme de la circulation du sang est établi, aura peine à croire qu'il ne soit appuyé, comme dit M. du Verney, que ** sur des principes ou faux, ou dont on ne tire que de fausses conséquences, parce que dans leur application on n'en compare point en même temps toutes les circonstances; car il est*
 aisé

* Memoires de l'Academie de l'an 1699. pag. 325.

aisé d'y reconnoître que j'ai eu égard & aux forces mouvantes, & à la résistance des parties, & à la capacité des vaisseaux. M. du Verney n'a feint de ne le pas savoir, que parcequ'il ne trouve pas en lui-même de réponse à des raisons si convaincantes. Il auroit donc mieux fait de se taire, que d'avancer des suppositions dont je prouve si évidemment la fausseté.

Au reste cette premiere objection est fort specieuse, & part d'un homme qui me paroît plus Géometre qu'Anatomiste. La seconde que je vais rapporter me semble d'autant plus étrange, qu'elle m'est faite par un Anatomiste, mais qui assurément n'a point connu le rapport des vaisseaux du poulmon. Aussi ne me serois-je pas arrêté à la refuter une seconde fois, n'étoit que de grands hommes que j'honore véritablement à cause de leur rare merite, ont cru qu'elle faisoit perdre à l'opinion que je soutiens toute sa vrai-semblance. Voici quelle est cette objection.

* *L'aorte, dit ce troisiéme Critique, est beaucoup plus petite dans le fœtus humain que l'artere pulmonaire; mais dans le veau & l'agneau fœtus, l'aorte est au contraire beaucoup plus grosse que l'artere du poulmon. Il faut donc qu'il passe une plus grande quantité de sang par l'aorte que par l'artere du poulmon. Car on ne doit pas croire que les liqueurs aient des routes toutes opposées dans le fœtus humain, & dans ceux des animaux ruminans.*

Quoique j'aye fait voir à l'Academie le contraire des faits que ce Critique dit avoir observés dans ces animaux, accordons-lui néanmoins que dans le veau & l'agneau fœtus, l'aorte

* Progrès de Medecine 1698. pag. 71. 75.

l'aorte soit beaucoup plus grosse que l'artere du pòumon, & que par cette raison il passe plus de sang par l'aorte que par l'artere pulmonaire: mais montrons-lui en même temps que puisque de son aveu même, l'aorte est au contraire beaucoup plus petite, que l'artere du pòumon dans le fœtus humain; il faut qu'il passe necessairement beaucoup moins de sang par l'aorte que par l'artere pulmonaire. En voici la démonstration.

Le ventricule gauche du cœur du fœtus humain a moitié moins de capacité que le ventricule droit: celui-ci contient donc moitié plus de sang que l'autre. Ces deux ventricules se vident en même temps, il passe donc moitié moins de sang dans l'aorte que dans l'artere du pòumon. Il n'y a donc pas d'apparence que le sang tienne la même route dans le fœtus & dans le veau en passant par le trou ovale, s'il est vrai que dans le veau & l'agneau l'aorte soit beaucoup plus grosse que l'artere du pòumon.

Pour éluder la force de ces deux conséquences que ce Critique a bien sentie, il s'est avisé de me faire cette réponse aussi peu solide que son objection.

** Que l'artere pulmonaire soit dans le fœtus humain plus grosse que l'aorte, ce n'est pas à dire qu'il y passe plus de sang, cela conclut seulement que le sang y passe moins vite; parceque les pòumons vers lesquels il est poussé ne sont pas aisez à pénétrer. Ainsi il regorge dans l'artere pulmonaire, qui d'ailleurs étant composée de membranes moins fortes & moins épaisses, prête & s'étend avec assez de facilité.*

Si

* Histoire de l'Academie de 1699. pag. 33.

MEM. 1703.

Z

Si ce Critique avoit fait réflexion , 1°. Que les p^{ou}mons du veau & de l'agneau ne sont pas plus aisez à pénétrer que ceux du fœtus humain. 2°. S'il avoit remarqué que les membranes qui composent l'artere pulmonaire de ces animaux , étant aussi & moins fortes & moins épaisses que celles de l'aorte , elles peuvent s'étendre dans le veau & l'agneau fœtus avec la même facilité qu'elles font dans le fœtus humain. 3°. S'il avoit s^u que le canal arteriel sert à décharger au moins le tiers du sang de l'artere du p^{ou}mon dans la branche inférieure de l'aorte du fœtus humain, comme dans ces animaux, dans l'artere pulmonaire desquels il ne prétend pas que se fasse le même reflux, il se seroit bien donné de garde de rapporter la dilatation de l'artere pulmonaire du fœtus humain au regorgement du sang des p^{ou}mons dans le tronc de cette artere, puisque le canal de communication ne doit pas moins empêcher dans celui-ci que dans les autres ce prétendu regorgement.

Supposé néanmoins qu'il se fasse dans le fœtus humain, il est visible que les p^{ou}mons du veau & de l'agneau n'étant pas plus aisez à pénétrer que ceux du fœtus, l'embarras des p^{ou}mons de ces animaux doit produire le même regorgement dans l'artere pulmonaire, & par conséquent la même dilatation , puisque les membranes qui composent l'artere pulmonaire peuvent s'étendre dans le veau & l'agneau avec la même facilité que dans le fœtus humain. Il y a donc bien de l'apparence qu'à la dilatation de l'aorte plus grande que celle de l'artere du p^{ou}mon, que ce Critique a fait voir dans ces animaux, l'art a plus de part que la nature, ou qu'il a pu prendre dans le veau & l'agneau fœtus

tus le tronc de l'artere du poumon pour celui de l'aorte.

D'ailleurs il n'a pas pris garde que le ventricule droit du cœur étant dans le fœtus humain moitié plus grand que le ventricule gauche, & l'oreillette droite ayant un tiers du moins plus de capacité que l'oreillette gauche, il est évident que si la dilatation de l'artere pulmonaire du fœtus humain est causée par le regorgement du sang des pœmons, ce regorgement doit être aussi la cause de l'élargissement de ces parties; ce même sang doit donc refluer encore de cette artere dans le ventricule droit, de celui-ci dans l'oreillette droite, & passer ensuite par le trou ovale, pour ne pas donner à ces parties une dilatation énorme. Mais il est aisé de prouver que ce reflux est impossible. En voici la raison.*

Dans le temps que l'artere du pœumon se contracte ou se resserre, l'oreillette droite se rétrécit aussi, & pousse en se contractant le sang qu'elle contient dans le ventricule droit: le sang de l'artere pulmonaire ne peut donc pas regorger dans cette oreillette pendant qu'elle se resserre, il ne peut pas aussi y refluer quand elle se relâche; parce qu'alors le ventricule droit se contracte, & chasse le sang qu'il a reçu de cette oreillette dans l'artere pulmonaire: le sang de cette artere ne peut donc pas en quelque temps que ce soit regorger dans l'oreillette droite pour passer par le trou ovale: le regorgement du sang ne peut donc pas être la cause de la dilatation de l'oreillette droite, ni de celle du ventricule droit. D'ailleurs il faudroit pour cela que ce même sang coulât en même temps par des mouvemens contraires dans le même vaisseau vers des parties opposées

sées malgré les valvules du cœur, ce qui est absolument impossible à la nature. En effet, celles qui sont placées à l'entrée & à la sortie du ventricule droit, & qui permettent au sang de la veine cave de s'écouler dans l'artere pulmonaire, ne peuvent pas souffrir qu'il reflue par cette même artere dans l'oreillette droite, pour passer par le trou ovale sans perdre leur usage, & détruire la circulation du sang par le poulmon du fœtus humain.

Supposé néanmoins que malgré l'opposition de ces valvules, malgré la contraction du ventricule droit & de l'oreillette droite ce regorgement se fasse, & que le sang qui reflue de l'artere pulmonaire dans leurs concavitez passe par le trou ovale; je demande pourquoi la plus grande partie du sang de la veine cave passant aussi, selon le Systême d'*Harvée*, par ce trou dans l'oreillette gauche, qui reçoit de plus celui qui revient par les veines du poulmon dans sa cavité; je demande, dis-je, pourquoi cette oreillette se trouve-t-elle cependant d'un tiers au moins plus petite que l'oreille droite? Celle-ci, par les observations des Critiques du nouveau Systême, est composée de fibres du moins deux fois plus grosses & plus fortes que celles de l'autre. L'oreillette gauche peut donc s'étendre beaucoup plus aisément que la droite. D'où vient donc, encore une fois, que l'oreillette gauche est néanmoins d'un tiers plus petite que la droite, & le ventricule gauche moitié plus petit que le droit? C'est ce qui est inexplicable dans l'ancien Systême; mais dont il est très-facile de rendre raison par le nouveau. On n'a qu'à relire la troisième, la quatrième & la cinquième Proposition que je viens de donner, on y trouvera les raisons de cette

diffé-

différence fort naturellement expliquées par les routes naturelles du sang.

Enfin si le sang qui reflue des poûmons, & regorge dans l'artere pulmonaire, ne peut rentrer dans le ventricule droit, ni dans l'oreillette droite, à cause de l'opposition des valvules & de la contraction de ces parties; il faut nécessairement, ce sang s'accumulant de jour à autre pendant neuf mois que le fœtus humain demeure renfermé dans le sein de sa mere, ou que l'artere pulmonaire se creve, ou qu'elle devienne à la fin d'une grosseur monstrueuse. Ni l'un ni l'autre n'arrive : tout le sang que les deux arteres pulmonaires portent dans le poûmon, doit donc se décharger par ses veines dans l'oreillette gauche du cœur. En voici la démonstration.

Par la premiere des cinq Propositions par lesquelles j'ai établi le nouveau Systême de la circulation du sang par le trou ovale dans le fœtus humain, j'ai prouvé que le sang étend la capacité des vaisseaux à mesure de ce qui en passe. Si donc tout le sang qui est porté par les deux arteres pulmonaires aux poûmons, ne se décharge pas dans leurs veines, parcequ'ils ne sont pas aîsez à pénétrer, & que delà vient qu'une partie de ce sang soit forcée de regorger dans l'artere pulmonaire; il s'ensuit delà que les veines des poûmons ne doivent point avoir dans le fœtus humain avec les arteres pulmonaires, la même proportion que gardent entr'eux ces vaisseaux dans l'homme adulte.

Or il est visible dans le fœtus, que les veines des poûmons ont avec les arteres pulmonaires, la même proportion que gardent entr'eux ces vaisseaux dans l'homme adulte : les veines des poûmons du fœtus humain reçoivent donc in-

526 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
dubitablement tout le sang qui passe dans les
deux arteres pulmonaires. Le sang circule donc
dans les p^ou^lmons du f^oetus avec la même li-
berté qu'il a dans ceux de l'homme.

Le regorgement du sang des p^ou^lmons dans
l'artere pulmonaire, que donne pour cause de
sa dilatation dans le f^oetus humain ce troisième
Critique du nouveau Syst^ème, n'est donc qu'une
chimere & une fausse supposition. Le passa-
ge du sang des veines des p^ou^lmons par le trou
ovale dans le ventricule droit du c^oeur du f^o-
tus humain est donc démontré.

A l'égard du f^oetus de l'animal, s'il s'en trou-
ve quelqu'un dans qui la capacité de l'oreillet-
te gauche & du ventricule gauche soit plus gran-
de que celle de l'oreillette droite & du ventri-
cule droit, & dans qui l'ouverture de l'aorte
soit naturellement plus grande que celle de
l'artere pulmonaire, ce qu'on n'a point enco-
re p^u jusqu'ici faire voir; j'avoue qu'il faut de
toute necessité qu'une partie du sang de la vei-
ne cave passe au contraire par le trou ovale
dans l'oreillette gauche, qu'elle entre dans le
ventricule gauche, & qu'elle s'écoule par le
tronc de l'aorte du f^oetus de l'animal; ces deux
routes différentes n'ayant rien de contraire à
l'usage des valvules du c^oeur, ni aux loix de
la circulation. L'une & l'autre peuvent égale-
ment servir à raccourcir dans toutes sortes de
f^oetus le chemin que le sang parcourt dans les
adultes: ce qui fait le principal usage du trou
ovale, & celui du canal de communication.

Après avoir prouvé par tant de raisons que
le regorgement du sang des p^ou^lmons dans l'ar-
tere pulmonaire est une pure illusion, & dé-
montré que le sang circule par les p^ou^lmons
du f^oetus humain avec la même liberté que par
ceux

ceux de l'homme adulte; il m'est aisé de faire voir que la raison que rend ce Critique de la réduction de l'artere des pōmons à l'égalité de l'aorte, n'est qu'une chimere des plus mal imaginées.

* *Le fœtus étant né, dit-il, & les pōmons débarrassés par la respiration, le sang qui commence à y couler aussi aisément que dans les autres parties du corps, ne regorge plus dans l'artere pulmonaire, & elle reprend par son ressort une capacité qui n'est qu'égale à celle de l'aorte.*

Comment ce Critique pourra-t-il prouver cette supposition, lui qui tient que dans le veau fœtus la capacité de l'aorte n'est beaucoup plus grande que celle de l'artere des pōmons, que parcequ'il passe beaucoup plus de sang par l'aorte que par l'artere pulmonaire de cet animal?

S'il a bien compris l'opinion d'*Harvée* qu'il défend, il doit s'avoir premierement qu'avant la naissance du fœtus, la plus grande partie du sang de la veine cave passe, selon cet Auteur, par le trou ovale dans la veine des pōmons, ou pour mieux dire, dans l'oreillette gauche du cœur, & qu'elle s'écoule en passant par le ventricule gauche dans le tronc de l'aorte, pendant que la plus petite partie du sang de cette même veine cave entre de l'oreillette droite dans le ventricule droit, pour s'écouler dans le tronc de l'artere des pōmons.

Secondement, il ne doit pas ignorer que de cette plus petite partie de sang qui entre dans le tronc de l'artere pulmonaire, le tiers au moins se décharge par le canal de communication dans la branche inférieure de l'aorte, puisque ce canal fait la plus grosse des trois bran-

* Histoire de l'Acad. de l'an 1699. pag. 33.

528 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
branches dans lesquelles se divise le tronc de
l'artere des p^{ou}mons.

Troisi^{ème}ment, il doit savoir que le fœtus
étant né, le trou ovale se bouche, & que le
canal de communication dégenere en ligamens.

Ces connoissances suppotées dans nôtre Cri-
tique, il doit convenir, 1°. Que tout le sang
de la veine cave qui passoit par le trou ovale
dans le ventricule gauche, doit entrer dans le
ventricule droit, & s'écouler dans l'artere pul-
monaire. Ce trou étant fermé, le tronc de cet-
te artere doit donc recevoir au moins une fois
plus de sang après la naissance qu'auparavant,
suivant le Syst^{ème} d'Harvée. 2°. Il ne peut pas
nier que les deux branches de ce tronc qui
vont aux p^{ou}mons, en reçoivent davantage;
puisqu'outre qu'elles donnent passage alors au
sang de la veine cave qui passoit par le trou
ovale, elles le donnent encore à celui qui s'é-
couloit dans la branche inferieure de l'aorte,
avant que le canal de communication fût dé-
truit. La capacité de ces deux branches de l'ar-
tere pulmonaire doit donc dans l'enfant s'a-
grandir considerablement au lieu de diminuer,
si l'opinion de cet Auteur est vraie; puisqu'il
est démontré par la premiere des cinq Propo-
sitions sur lesquelles le nouveau Syst^{ème} est
établi, que les vaisseaux se grossissent à propor-
tion de la quantité du sang qui y passe. Ce Cri-
tique reconnoît lui-même cette verité, puis-
qu'il la fait servir de fondement à sa principale
objection.

Comment ne s'est-il donc pas apperçû que
c'est une chimere de dire que *le fœtus étant né,*
l'artere pulmonaire reprend par son ressort une ca-
pacité qui n'est qu'égale à celle de l'aorte? Chi-
mere d'autant plus mal imaginée, qu'il fau-
droit

droit pour cela que la capacité du tronc de l'artere des poûmons diminuât de moitié en recevant moitié plus de sang, & même davantage, s'il est vrai que dans le foetus la plus grande partie du sang de la veine cave passe par le trou ovale. Peut-on voir une plus grande absurdité ?

Comme donc il est absolument impossible que le tronc de l'artere des poûmons puisse diminuer de moitié de capacité en recevant moitié plus de sang, il est évident que c'est le tronc de l'aorte qui devient, le foetus étant né, égale à l'artere pulmonaire, quoique le ressort de l'aorte soit environ moitié plus fort que celui de l'artere des poûmons. Pour devenir égale à l'artere pulmonaire, la capacité de l'aorte doit augmenter de la moitié : il faut donc que le tronc de cette artere reçoive moitié plus de sang après la naissance qu'auparavant ; & c'est ce qui arrive en effet par le moyen que je vais expliquer.

Le trou ovale étant fermé, la partie du sang des veines des poûmons qui passoit de l'oreillette gauche par ce trou dans l'oreillette droite, entre alors dans le ventricule gauche, & s'écoule dans le tronc de l'aorte. Le canal de communication étant détruit, le sang que ce canal portoit dans la branche inferieure de l'aorte, circule en après par les poûmons, se rend par leurs veines dans l'oreillette gauche, entre dans le ventricule gauche, & s'écoule aussi par le tronc de l'aorte : delà vient que la capacité de l'oreillette gauche augmente d'un tiers, & de moitié celles du ventricule gauche & du tronc de l'aorte. Ce qui montre évidemment que l'opinion d'*Harvée* est fautive.

Le nouveau-Système de la circulation d'une partie du sang des veines du poumon par le

trou ovale dans le fœtus humain , conserve donc encore , malgré les plus fortes raisons de ce Critique , toute sa vrai-semblance : ainsi les plus foibles ne meritent pas de réponse. Mais voici une troisième objection par laquelle un quatrième Critique a crû le pouvoir détruire.

Si le sang que verse la veine cave dans l'oreillette droite du cœur du fœtus humain , est capable de remplir entierement sa capacité ; aucune partie du sang des veines du pœumon n'y peut entrer par le trou ovale ; ce qui renverse , me dit ce Critique , vôtre Système. ●

J'avoue que cette objection m'a fait plus rêver que toutes les autres qui jusqu'ici m'ont été proposées , & que la première fois qu'elle me fût faite , je ne pûs sur le champ y répondre. Ce n'a été qu'après y avoir quelque temps pensé que j'en ai à la fin trouvé la solution qui suit.

Pour découvrir la fausseté de cette impossibilité apparente du passage d'une partie du sang des veines du pœumon par le trou ovale , je suppose que dans la première circulation du sang qui se fait dans le fœtus humain , la veine cave décharge dans l'oreillette droite du cœur trois gros de sang , & je tombe d'accord avec ce Critique que c'est tout ce qu'elle en peut contenir. Mais comme j'ai démontré que tout le sang de cette veine passe de cette oreillette dans le ventricule droit , & s'écoule dans le tronc de l'artere du pœumon , il doit aussi convenir avec moi que de ces trois gros de sang , l'un doit passer par le canal de communication dans la branche inférieure de l'aorte , & les deux autres dans les deux arteres pulmonaires , en supposant ces trois canaux d'égale capacité.

Or

Or comme des deux gros de sang qui traversent le p^{ou}mon, & viennent se rendre par les veines pulmonaires dans l'oreillette gauche, le ventricule gauche n'en peut contenir qu'un gros & demi, parcequ'il est moitié plus petit que le droit; il est visible qu'il ne peut passer dans le tronc de l'aorte, quand le ventricule gauche se vuide, que ce gros & demi de sang renfermé dans sa capacité. Il ne peut donc revenir dans la seconde circulation par la veine cave dans l'oreillette droite, que deux gros & demi de sang des trois gros que cette oreillette a reçûs dans la premiere circulation. Le demi gros restant, que le ventricule gauche ne peut contenir, doit donc passer de l'oreillette gauche par le trou ovale dans l'oreillette droite, & peut y trouver place, puisqu'il fait partie des trois gros que cette oreillette a reçûs dans la premiere circulation. La même chose, par la même raison, doit arriver dans toutes les autres circulations suivantes. Cette objection fut suivie d'une autre que je vais rapporter.

Si tout le sang, m'a répliqué ce Critique depuis la solution à sa premiere difficulté, que verse la veine cave dans l'oreillette droite du cœur, passe par le ventricule droit, & s'écoule dans l'artere pulmonaire, ne se peut-il pas faire aussi que tout le sang que déchargent les veines des p^{ou}mons dans l'oreillette gauche, traverse le ventricule gauche, & prenne la route du tronc de l'aorte. Voici la réponse que je lui fis.

Puisque la démonstration que je vous ai donnée du contraire ne vous paroît pas assez convaincante, j'espère que la preuve que je vais y joindre pourra vous satisfaire.

Si tout le sang qu'apportent les veines du p^{ou}mon dans l'oreillette gauche, passoit dans

le ventricule gauche, & de ce ventricule dans le tronc de l'aorte, comme vous vous l'imaginez ; la difference de capacité qui se trouve entre le ventricule droit & le ventricule gauche, entre l'artere pulmonaire & l'aorte, resteroit toujours en même proportion pendant tout le temps que le fœtus humain est renfermé dans le sein de sa mere.

Or l'experience fait voir que pendant tout le séjour qu'il y fait, cette difference proportionnelle varie à mesure que le diamètre du trou ovale diminue : elle ne peut ainsi varier que parceque plus ce trou est ouvert, moins il entre de sang des veines du pœmon dans le ventricule gauche, mais plus dans l'oreillette droite, & qu'à mesure que ce trou diminue, il en passe plus dans le ventricule gauche, mais moins dans l'oreillette droite. Il est donc évident que tout le sang des veines des pœmons n'entre pas de l'oreillette gauche dans le ventricule gauche, & ne s'écoule point par conséquent par le tronc de l'aorte pendant les neuf mois que le fœtus humain est renfermé dans la matrice, puisque pendant tout ce temps-là le trou ovale est ouvert, mais inégalement.

Au reste s'il prend envie à M. *du Verney* de me répondre, je le prie de rapporter mot pour mot mes veritables sentimens sans y rien changer, & de marquer en marge les endroits d'où il les aura tirez, comme j'ai fait des siens; afin que le public puisse plus aisément juger dans lequel des deux Systèmes opposez de la circulation du sang par le trou ovale du cœur du fœtus humain se rencontre la verité.

C R I T I Q U E

Des deux descriptions que M. Buißiere Anatomiste de la Société Royale de Londres a faites du cœur de la Tortue de mer.

SI les solutions que je viens de donner aux plus grandes difficultez qui m'ont été proposées contre le nouveau Systême de la circulation du sang du fœtus par le trou ovale, ne paroissent pas à M^{rs}. *Verbeien* & *Buißiere* assez évidentes pour les convaincre de sa solidité; en vain ferois-je de nouveaux efforts pour les tirer de leurs erreurs, dont leurs secondes Lettres sont si remplies, qu'il semble que c'est moins le zele qu'ils ont pour découvrir la verité qui les fait écrire, que la passion de servir un ami, qui mal à propos s'est mis en tête de soutenir l'opinion d'*Harvée*, sur laquelle il n'a point fait non-plus qu'eux assez de reflexion.

Je ne m'arrêterai donc pas davantage à refuter leurs mauvais raisonnemens: mais puisque l'occasion se présente de faire voir que la dernière description que M. *du Verney* nous a donnée du cœur de la Tortue terrestre de l'*Amerique*, n'est guere moins fausse que la première, je me servirai de cette même occasion pour faire remarquer que les deux descriptions du cœur de la Tortue de mer que M. *Buißiere* a données il y a plus de quatre ans au public pour détruire mon opinion, ne sont remplies que d'observations fausses & supposées: ce que je vais faire connoître premierement par de courtes réflexions faites sur chaque periode de

534 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
sa piece. Secondement par une description du
cœur de la Tortue de mer autorisée du certi-
ficat de l'Academie Royale des Sciences, qui
ôte tout prétexte de douter de la verité des faits
qu'elle renferme.

Premiere description de M. Buisserie.

* *Le cœur de la Tortue de mer est, dit M. Buisserie, aussi-bien que celui des autres, enfermé dans un pericarde fort large qui le separe des visceres du bas ventre; sa figure est demi lenticulaire, assez semblable à un rein de chien ou de mouton, convexe par sa partie inferieure, la superieure étant comme applatie, de maniere qu'il fait comme deux angles obtus, l'un à droit & l'autre à gauche. C'est sur ces angles que sont placées les oreillettes, lesquelles sont fort éminentes, de figure presque ronde, & d'une couleur plus rouge que le cœur même. Les Matelots qui voient dans les Indes les prennent pour differens cœurs, & soutiennent que cet animal en a trois: ce sont ces oreillettes que M. Mery a apparemment prises pour des ventricules; elles sont garnies de fibres musculenses, de la même maniere qu'on les remarque dans les autres animaux: ces oreillettes sont séparées l'une de l'autre, y ayant environ un demi ponce de distance de l'une à l'autre.*

Dans cette periode je remarque une fausse supposition, & deux erreurs de fait. M. Buisserie suppose faux, quand il dit que j'ai pris les oreillettes du cœur de la Tortue de mer pour deux de ses ventricules. Il se trompe en donnant au cœur de cet animal une figure demi len-

* Seconde Lettre de M. Buisserie de l'année 1700. depuis la page 37. jusqu'à la page 50.

entriculaire, elle est conique. Cette méprise sans un fait qu'on découvre dès yeux sans dissection, est une preuve certaine qu'il ne l'a jamais vu. La figure qu'il lui donne ne se remarque que dans celui de la Tortue de terre. Il tombe dans une erreur grossière en mettant un demi-pouce de distance entre les oreillettes ; il est évident qu'elles sont unies, l'une à l'autre, & que leurs cavitez ne sont séparées au dedans que par une cloison qui n'a pas un quart de ligne d'épaisseur. Poursuivons notre examen.

De la base du cœur précisément au milieu de l'espace qui est entre les deux oreillettes, sortent, dit M. Buissière, trois grosses artères : savoir, l'aorte descendante, l'aorte ascendante, & l'artere pulmonaire. Ces trois artères en sortant du cœur, sont tellement unies, qu'elles semblent ne faire qu'un seul tronc ; mais on peut les séparer distinctement les unes des autres. Chacune de ces trois artères a son orifice distinctement ouvert dans la seule cavité du cœur, ou pour parler comme M. Mery dans le ventricule du milieu : les orifices des deux aortes n'étant séparés que par une membrane ; mais celui de l'artere pulmonaire est distant des autres d'environ demi-ligne : ces artères ont chacune leurs valvules semi-lunaires comme dans les autres animaux.

Ce passage renferme une erreur de fait, une fausse supposition, une équivoque & deux contradictions. Voici l'erreur : M. Buissière prétend qu'il n'y a qu'une seule cavité dans le cœur de la Tortue de mer. S'il en avoit ouvert un seul en sa vie, il y auroit remarqué trois cavitez séparées par deux détroits, sans compter les oreillettes. Il suppose donc faux, quand il veut que j'aye pris son unique cavité
pour

pour le ventricule du milieu, & les oreillettes pour le droit & le gauche. Il y a une équivoque dans ces paroles: *Ces trois arteres ont chacune leurs valvules semi-lunaires comme dans les autres animaux*, parcequ'elles se peuvent entendre, ou de la disposition, ou du nombre de ces valvules. Si M. Buisserie rapporte ces paroles à la situation de ces valvules, il a raison: mais s'il entend parler de leur nombre, il se trompe grossièrement. Car il est certain qu'il n'y a que deux valvules à l'embouchure de chacune des trois arteres qui sortent du cœur de la Tortue, au lieu que dans l'homme il y en a trois. La premiere contradiction se trouve entre la description qu'il fait ici de ces arteres, & les deux figures qu'il en donne. La description porte qu'il sort trois grosses arteres du cœur, les figures n'en représentent qu'une seule marquée de la lettre C, qui indique, *tronc des trois arteres*. En faisant ses figures, il ne s'est plus ressouvenu de sa description, qui renferme la seconde contradiction que voici: *Ces trois arteres en sortant du cœur, sont tellement unies, qu'elles semblent ne faire qu'un seul tronc*; ce qui ne peut pas être, puisque selon lui-même l'artere pulmonaire est distante des deux autres d'environ demi-ligne.

Ces trois arteres, poursuit-il, sortant ainsi de la base du cœur, sont environ un pouce de chemin unies ensemble, après quoi elles se separent les unes des autres. L'aorte descendante séparée des autres fait environ deux lignes de chemin toute seule, après quoi elle se partage en deux branches, lesquelles se recourbant l'une à droit & l'autre à gauche, descendent par les côtes du cœur sur la superficie des poulmons, pour se réunir ensemble au dessous de l'estomac, à l'endroit où les lobes du poulmon se
sepa-

separent. Ces deux branches ainsi réunies ne forment plus qu'un seul canal, lequel descendant aux parties inferieures leur donne à toutes des ramifications.

La description que fait M. Buissiere de son aorte descendante, est une preuve certaine qu'il ne l'a point suivie; car s'il l'avoit examinée, il n'auroit pas manqué de découvrir, premièrement, que dans les Tortues de mer, comme dans celles de terre, des deux prétendues branches de son aorte descendante, la droite n'est qu'un rameau de son aorte ascendante, & que la gauche fait un tronc particulier. Secondement, il auroit remarqué que ce tronc produit, avant que de s'unir à la branche postérieure de l'aorte ascendante, l'artere cœliaque & la mesenterique. Il est donc faux que du canal que forment les deux branches réunies de son aorte descendante, partent les arteres qui distribuent le sang à toutes les parties inferieures. Ce qu'il dit de son aorte ascendante n'est guere mieux imaginé.

L'aorte ascendante separée des autres fait environ trois à quatre lignes de chemin avant que de se diviser, après quoi elle produit quatre principales branches qui vont aux bras & à la tête.

Cette periode renferme une erreur & une absurdité étonnante. L'erreur consiste en ce que M. Buissiere divise son aorte ascendante en quatre principales branches; elle ne se divise qu'en deux, l'une monte & l'autre descend. Pour parler son langage l'ascendante se partage d'abord en deux autres branches, qui se divisent ensuite chacune en deux rameaux, qui font les deux axillaires & les deux carotides.

La branche descendante fait l'aorte postérieure avec laquelle s'abouche le canal de commun-

munication, après avoir produit la cœliaque & la mésentérique. L'absurdité est en ce qu'il dit que des quatre branches de son aorte ascendante, les unes se portent à la tête, & les autres aux bras. Il ne fait donc pas que les Tortues de mer n'ont que des nageoires, au lieu que celles de terre ont des jambes. Après nous avoir donné une fausse description de ces deux aortes, il passe à l'artere des poulmons, & nous dit ce qui suit.

L'artere pulmonaire se divise d'abord en deux branches, qui vont directement l'une au lobe droit, & l'autre au lobe gauche du poulmon, sans en donner à aucune autre partie.

Je n'ai rien à dire contre cette division, elle est vraie; mais il n'a pas connu d'où sort le tronc qui produit ces deux branches: car ayant cru qu'il n'y avoit qu'une cavité dans le cœur de la Tortue de mer, il s'est mis hors d'état de reconnoître que ses deux aortes partent du ventricule droit, qu'il ne sort aucune artere du ventricule gauche, & que l'artere pulmonaire tire son origine du ventricule du milieu. Le défaut de cette connoissance lui a fait faire ce mauvais raisonnement.

Il n'y a point d'autre artere qui sorte du cœur, & M. Mery s'est trompé lorsqu'il a cru que l'oreillette droite, ou comme il l'appelle le ventricule droit, donnoit naissance à l'aorte & à son prétendu canal de communication; car comme je l'ai déjà dit, les deux aortes descendante & ascendante ont leur origine dans le ventricule du milieu, par la base entre les deux oreillettes par deux orifices distincts, & il n'y a nul canal de communication que les deux branches de l'aorte descendante qui se communiquent l'une à l'autre dans le bas ventre, & je défie M. Mery de faire voir qu'il y

est

et aucune autre artere qui sorte d'aucune partie du cœur des Tortues de mer, autre que les trois dont je viens de parler.

Encore une fois M. Buissiere suppose faux, quand il dit, 1°. Que j'ai pris les oreillettes du cœur pour deux de ses ventricules. 2°. Quand il prétend que j'ai cru que l'oreillette droite donnoit naissance à l'aorte & à l'artere de communication. 3°. Lorsqu'il veut que je me sois imaginé qu'il sortoit plus de trois troncs d'arteres du cœur de la Tortue de mer. De ces fausses suppositions il tombe dans des erreurs si grossieres, qu'il paroît qu'il n'a jamais vû les vaisseaux du cœur de cet animal.

Dans la Tortue que j'ai disséquée, dit M. Buissiere, il y avoit deux veines caves, la droite & la gauche: la droite faite des veines du foie, qui est très-gros dans cet animal, & des veines qui descendent des parties superieures du côté droit s'ouvre dans l'oreillette droite: la veine cave gauche étoit faite des veines des parties superieures du côté gauche; & de toutes les veines des parties inferieures de cet animal, lesquelles étant jointes ensemble forment un tronc qui s'ouvre dans l'oreillette gauche.

Il est vrai qu'il y a deux veines caves, l'une à droit & l'autre à gauche; mais il est faux que la gauche s'abouche avec l'oreillette gauche: elles se joignent ensemble, & versent toutes deux leur sang dans l'oreillette droite, qui a à son embouchure avec les veines caves deux valvules, dont M. Buissiere ne parle point dans toute sa description. Ce qu'il nous dit de la veine pulmonaire est encore faux. Voici ses paroles.

La veine pulmonaire s'unit à la veine cave du côté droit, & se décharge comme elle dans l'oreillette.

lette droite du sang qu'elle rapporte des pœmons, qui sont d'une grandeur surprenante dans ces animaux.

Il y a dans cette période trois erreurs de fait.

1°. Les deux veines des pœmons ne forment point de tronc en s'unissant l'une à l'autre.

2°. Elles ne se joignent pas à la veine cave.

3°. Elles ne déchargent pas leur sang dans l'oreillette droite. L'une & l'autre s'ouvrent dans l'oreillette gauche par une seule embouchure.

La description que M. Buisserie fait de la structure interieure du cœur de la Tortue, est aussi fausse que celle qu'il nous a donnée de ses vaisseaux.

Ayant ouvert le cœur par sa partie inferieure, de la maniere qu'on ouvre le rein pour en faire voir le bassin, on n'y vit, dit-il, qu'une seule cavité ou ventricule fort uni, au haut duquel à droit & à gauche il y a deux trous ou ouvertures de figure ovale, par lesquelles les oreillettes versent le sang dans la cavité du cœur, à la faveur d'une valvule assez semblable à celle qui se trouve au trou ovale du fœtus humain. Ces valvules sont unies à la circonference inferieure de leur trou; mais elles sont libres du côté qui regarde vers la base du cœur, par où le sang coule des oreillettes dans le ventricule; ainsi elles empêchent que le sang ne passe du ventricule dans les oreillettes, parce que le sang devant monter à la base pour sortir par les arteres, les applique contre le trou ovale en les pressant de bas en haut.

Cette dernière observation de M. Buisserie fait bien voir qu'il n'a point jusqu'ici examiné le cœur de la Tortue de mer. S'il en avoit disséqué une seule, & qu'il eût pris soin d'en ouvrir le cœur, il lui auroit été impossible de n'y pas appercevoir, premierement trois cavi-

tez très-distinctes les unes des autres, mais qui se communiquent par deux ouvertures tout à fait différentes de celles qui donnent passage au sang des oreillettes dans les ventricules. Secondement il auroit vû aussi qu'il n'y a rien de plus inégal que leur surface intérieure. Troisièmement il auroit encore pû remarquer qu'il y a trois valvules à l'embouchure de l'oreillette gauche avec son ventricule, bien qu'il n'y en ait qu'une à celle de l'oreillette droite. Quatrièmement il auroit pû s'assurer en comparant ces valvules avec les passages qu'elles occupent, qu'elles n'ont point assez d'étendue pour les fermer. Ici finit la première description de M. Buisserie, & commence la seconde qu'il m'attribue quoiqu'il en soit l'Auteur.

Seconde description de M. Buisserie.

Premièrement. M. Mery prétend que les Tortues ont trois ventricules, bien qu'en effet il n'y en ait qu'un. Ce qu'il nomme les ventricules droit & gauche, ne sont que les oreillettes qui reçoivent le sang que les veines portent au cœur, comme dans tous les autres animaux. Si l'on trouve bon que je suive mon Adversaire, on me doit bien pardonner des répétitions ennuyeuses.

Je demeure d'accord que j'ai décrit trois ventricules; mais M. Buisserie avance faux, quand il soutient que j'ai pris les oreillettes pour les ventricules droit & gauche. On n'a qu'à revoir le Mémoire que j'ai rapporté dans l'*Examen des faits de M. du Verney** pour assurer du contraire. Ce que m'impute ensuite M. Buisserie n'est encore qu'une fausse supposition.

Se-

* Pag. 442.

Secondement. *Je prétends*, dit-il, *que les oreillettes se communiquent, c'est-à-dire, que le sang de l'une passe dans l'autre.*

Je n'ai ni dit ni écrit en aucun endroit qu'il y eût entre les oreillettes une communication, ni que le sang passât de l'une dans l'autre. Cette illusion de M. *Buissiere* ne vient que de ce qu'il s'est faussement imaginé qu'il n'y a qu'un seul ventricule dans le cœur de la Tortue. De ce faux principe il a tiré cette fausse conséquence, que puisque je soutenois qu'il y avoit trois ventricules dans le cœur de cet animal, il falloit que j'eusse pris les oreillettes pour les ventricules droit & gauche, ce qui est certainement faux. Après avoir faussement supposé que j'ai prétendu que les oreillettes se communiquent, il apporte cette expérience pour prouver qu'elles n'ont pas de communication.

J'ai seringué, dit-il, *par le trou ovale de l'oreillette droite, sans qu'il ait passé une goutte de liqueur dans la gauche: j'y seringuai ensuite de la sève verte, la veine cave droite & la veine du poulmon en furent pleines; mais il ne parût pas qu'il en eût passé une seule goutte dans l'autre oreillette, ni dans la veine cave gauche. De quelle manière peuvent-elles donc se communiquer? Pour cela il faudroit que le sang des oreillettes entrât premièrement dans la cavité ou ventricule du cœur, & que delà il passât dans les oreillettes. Quelle absurdité! L'impossibilité y est claire à cause des valvules, &c.*

L'expérience que rapporte ici M. *Buissiere* est certainement fautive. J'ai fait voir à l'Académie qu'en soufflant par l'une ou l'autre veine cave de l'air dans l'oreillette droite, la gauche se gonfle aussi-tôt, & qu'en le poussant par l'une ou l'autre des veines du poulmon dans l'oreillette gauche, la droite s'enfle aussi en même

le temps, quoiqu'il n'y ait point entr'elles de communication immédiate. Bien plus, j'ai montré que poussant l'air par quelque-une des trois artères dans le cœur de la Tortue, il s'échappe, après avoir rempli les trois ventricules & les deux oreillettes par les veines pulmonaires & les veines caves : l'eau fait la même chose.

Or s'il étoit vrai que les valvules étant soulevées fermaient les ouvertures des ventricules aux oreillettes, comme le prétend M. Buisserie; l'air soufflé, ni l'eau seringuée par les artères dans les ventricules ne devroient point passer dans les oreillettes; parceque ces valvules peuvent par ce moyen se soulever bien plus aisément que lorsque le sang circule dans les vaisseaux; car le sang des veines fait alors effort pour les abaisser. L'air & l'eau poussez par les artères soulèvent ces valvules, & ne laissent pas de passer des ventricules dans les oreillettes. Ces valvules ne peuvent donc étant soulevées fermer leurs passages; aussi voit-on qu'elles ne les ferment pas dans un cœur soufflé & desséché dans lequel ces valvules se trouvent cependant soulevées autant qu'elles le puissent être: elles ne peuvent donc pas seules & par elles-mêmes empêcher le reflux du sang.

D'ailleurs comme il n'y a pas de communication immédiate d'une oreillette à l'autre, l'air soufflé par les veines ou par les artères ne peut les enfler toutes deux en même temps sans entrer dans les ventricules, & passer de ceux-ci dans les oreillettes: ce qu'on n'aura pas de peine à comprendre qu'il puisse faire, si l'on fait reflexion que toutes les cavitez du cœur communiquent ensemble par des ouvertures qui ne peuvent être fermées par les valvules.

Troi-

Troisièmement. *M. Mery fait sortir l'artere aorte & son prétendu canal de communication de l'oreillette droite, de l'endroit où la veine cave se décharge; mais cela est absolument faux, à moins qu'il n'ait dissequé des Tortues d'un autre monde: car dans celles de ce pays-ci, je le défie de faire voir qu'aucune artere sorte d'une des oreillettes ou ventricules droit ou gauche, comme il lui plaît de l'appeller.*

Tout ce que suppose *M. Buiffiere* dans cette periode est faux. Pour son honneur il devoit citer l'endroit où il a pris ce qu'il avance. Cela lui est impossible. Son défi est donc autant ridicule, que la raison qu'il apporte pour soutenir ses fausses suppositions, est mal imaginée. La voici.

Quatrièmement. *M. Mery n'ayant vu qu'un seul tronc d'artere sortant de la base du cœur, il a crû sans l'avoir examiné que ce n'étoit que l'artere pulmonaire; alors pensant qu'il devoit y avoir une artere aorte dans le corps de cet animal, il a trouvé à propos de la faire sortir de l'oreillette droite: mais s'il avoit bien voulu examiner la chose, il auroit trouvé que ce qu'il croit n'être que l'artere pulmonaire, est fait de trois arteres distinctes, & distinctement ouvertes dans la cavité qu'il appelle le ventricule du milieu.*

Qui saura que j'ai fait mention des deux oreillettes du cœur de la Tortue, que j'ai décrit trois ventricules, & fait sortir l'aorte & le canal de communication du ventricule droit, & l'artere pulmonaire de celui du milieu, ne pourra s'empêcher de prendre *M. Buiffiere* du moins pour un visionnaire. Ce qu'il dit ensuite en est une preuve convaincante.

Cinquièmement. *M. Mery, entêté de son opinion, a crû que s'il pouvoit faire croire que l'aorte sortit*

sortit de l'oreillette droite, on seroit obligé de lui passer que la valvule qui ferme le trou ovale de cette oreillette, permettant au sang d'y passer pour aller dans l'aorte, celle du trou ovale du fœtus humain qui est disposée de même, doit aussi donner passage au sang de la veine pulmonaire dans la veine cave.

J'ai placé le trou ovale de la Tortue dans la cloison qui separe le ventricule gauche du ventricule droit. M. Buissiere veut que je l'aye mis dans la cloison des oreillettes, & que j'aye pris cependant l'ouverture de l'oreillette droite dans le ventricule droit pour ce trou: ce qui est faux. Pour faire croire qu'il ne se trompe pas dans ses conjectures, il en rapporte cette raison.

Sixièmement. Un esprit prévenu, dit M. Buissiere en parlant de moi, ramene toutes choses à son point: si cela n'est pas naturel, du moins il est assez ordinaire. En voici une nouvelle preuve dans la description de M. Mery. Son prétendu canal de communication qu'il dit être dans les Tortues, est à mon sens une des plus fortes preuves que je pourrois vous en donner: il le fait sortir du même endroit que son aorte, c'est-à-dire de l'oreillette droite, & ensuite il le fait communiquer avec la même aorte dans le ventre. Quel rapport a, je vous prie, ce canal imaginaire avec le canal arteriel du fœtus, dont l'unique usage est de débiter le sang d'une quantité de sang qui lui seroit à charge, en le transportant de l'artere pulmonaire dans l'aorte, au lieu que son canal prise le sang dans le même endroit que cette même aorte, avec laquelle il le fait communiquer, puis le sien? Il n'y a là aucune ressemblance. Si M. Mery faisoit sortir son canal de l'artere pulmonaire, & ensuite l'insérer dans l'aorte, l'allusion seroit moins grossiere, & le, ignorant y pourroit trouver quelque parallèle

mais dans sa maniere il est inutile : car suppose qu'il y eût un tel canal dans les Tortues, tant et qu'on en pourroit dire seroit que l'aorte puiseroit le sang par deux troncs differents qui se réunissent dans la suite.

Qu'un homme trop passionné est peu capable de faire de serieuses reflexions sur ce qu'il écrit ! M. Buisson a avancé que je n'ai vu qu'un seul tronc d'artere sortir de la base du cœur, que j'ai pris pour l'artere pulmonaire ; & il dit ici que je fais partir mon aorte & mon prétendu canal de communication du même endroit. Quelle contradiction ! Après cela pour soutenir que ce canal, qui se joint à la branche postérieure de l'aorte, ne sert pas dans la Tortue à décharger le pōumon, comme fait dans le fœtus l'artere de communication, il dit pour le prouver, que dans la Tortue ce canal puise le sang dans le même endroit que l'aorte, au lieu que l'artere de communication du fœtus le puise dans le tronc de l'artere du pōumon ; d'où il conclut que mon prétendu canal de la Tortue n'a pas dans cet animal le même usage qu'a dans le fœtus l'artere de communication, qui est de décharger le pōumon.

Pour donner quelque vrai-semblance à son argument, il auroit du faire voir que tout le sang qui sort du cœur circule par les pōumons de la Tortue, comme il fait par ceux de l'homme adulte. Or cela est faux par ses propres faits. Il n'y a, selon lui, qu'un seul ventricule dans le cœur de la Tortue, d'où partent ces trois troncs d'arteres, l'aorte ascendante, l'aorte descendante, & l'artere pulmonaire. Le sang sortant de cet unique ventricule, se partage donc en trois parties en entrant dans ces arteres : il n'y a donc que la partie du sang qui passe

passe dans l'artere pulmonaire, qui puisse cir-
 culer par les p^{ou}mons de cet animal, puisque
 des deux autres l'une est portée aux parties an-
 terieures par l'aorte ascendante, l'autre aux
 parties posterieures par l'aorte descendante, &
 que toutes les deux reviennent sans circuler
 dans les p^{ou}mons par les veines caves dans ce
 ventricule d'où elles sont parties, pour recom-
 mencer leur circulation comme auparavant.
 L'aorte descendante empêche donc que tout
 le sang qui sort du cœur, ne circule par les
 p^{ou}mons de la Tortue, comme il fait par ceux
 de l'homme adulte. Cette artere sert donc à
 décharger les p^{ou}mons de cet animal, comme
 fait le canal arteriel ceux du fœtus humain.
 Ces deux conduits ont donc le même usage,
 bien que dans la Tortue l'aorte descendante
 reçoive le sang du ventricule droit du cœur
 de cet animal, & que dans le fœtus le canal
 de communication le reçoive de l'artere du
 p^{ou}mon. Il ne faut qu'un peu de jugement
 pour reconnoître, après cet éclaircissement,
 la justesse de ce parallèle, qui ne regarde que
 l'usage de ces deux arteres, & non pas leur
 situation, dont j'ai marqué la différence. En-
 fin M. Baissiere achève sa seconde description,
 qu'il m'attribue, par deux erreurs & une fau-
 se supposition.

Septièmement. Il faut, dit-il, que M. Mery
 ait pris une des branches de l'aorte descendante pour
 un canal de communication, parce qu'en effet ces
 deux arteres s'étant partagées en deux branches, elles
 viennent se rejoindre dans le ventre pour ne faire
 plus qu'un seul tronc.

M. Baissiere suppose faux, quand il prétend
 que j'ai pris une des branches de l'aorte descen-
 dante pour un canal de communication. Il se

448. MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 méprend-doublement, en soutenant que les
 deux arteres qui portent le sang aux parties
 posterieures du corps de la Tortue, sont les
 branches de son aorte descendante. * Car 1.
 celle du côté droit est une branche de son aor-
 te ascendante. 2°. Celle du côté gauche fait un
 tronc particulier, qui sort du ventricule droit,
 & va après avoir produit, comme j'ai déjà dit,
 l'artere cœliaque & la mesenterique, se réunir
 à la branche posterieure de l'aorte; & c'est par
 cette raison que j'ai appelé cette artere canal
 de communication; & non pas une des bran-
 ches de l'aorte. M. Buissiere après avoir rem-
 pli de faux faits, qu'il a lui-même imaginé, la
 description qu'il m'attribue, s'écrie ainsi.

Huitièmement. *Après cela, Monsieur, quelle
 foi doit on ajoûter aux faits de M. Mery, puisqu'il
 ne les établit que suivant que sa prévention & sa
 fantaisie le souhaitent? Il s'est imaginé que, puis-
 que dans le cœur du fœtus il y a un tron ovale &
 un canal de communication, qu'il devoit y avoir
 un pareil canal dans les Tortues, puisqu'il y a
 deux trous ovales dans le cœur; je m'étonne qu'il
 n'y en ait pas mis deux, un pour chaque tron ova-
 le: il le pouvoit assurément; l'artere aorte descen-
 dante a deux branches qui pourroient être rebatu-
 ne canal de communication dans son sens, puisqu'el-
 les se communiquent l'une à l'autre.*

† Le Memoire que j'ai joint à l'examen des
 faits de M. du Verney, détruit si visiblement tou-
 tes les erreurs que m'impute M. Buissiere, que
 pour peu qu'il soit sensible à l'honneur, il doit
 se repentir de les avoir imaginées, plus encore
 d'a-

* Voyez la quatrième figure, qui représente l'aor-
 te avec ses branches & le canal de communication
 separé du cœur. † Pag. 442.

d'avoir ajoûté à toutes ses fausses suppositions cette insultante ironie par laquelle il finit sa pitoyable Critique.

Lorsque je me représente, dit-il, l'étrange pré-
vention de M. Méry en faveur de l'usage qu'il pré-
tend donner au trou ovale dans le fœtus, & les
efforts qu'il fait pour le prouver par les choses mê-
mes qui lui sont le plus contraires, je ne puis m'em-
pêcher de rappeler en ma mémoire la pensée d'un
des beaux génies de la France, qui pour prouver
que tous les hommes sont frappez à quelque coin,
comparoit le cerveau à un grand Royaume, divisé
en plusieurs Provinces, gouvernées chacune par
l'Esprit, sous les ordres du Bon Sens & de la Raison
qui en sont le Roi & la Reine. Dans ce Royaume,
dit-il, il y a toujours quelqu'une de ses Provinces
qui se revoltent contre leur Roi. Pendant que le
Roi & la Reine se promènent dans les Provinces
fidèles, tout y est tranquille, le Bon Sens & la
Raison y sont obéis; mais dès qu'ils veulent mettre
seulement le pied dans la Province rebelle, tous
les Sujets se revoltent, courent aux armes, & obas-
sent la Raison & le Bon Sens de leur territoire. Je
crains fort que le trou ovale ne soit la Province
revoltée de M. Méry.

Il est bien plus à craindre pour M. Buissière
que le public, qui verra tous ses faits supposés
& faux, détruits par d'autres faits tous vérifiés
par trois Commissaires nommez exprès par
l'Académie Royale des Sciences pour les exa-
miner, ne juge que la passion qui s'est émue
dans son cœur en voulant combattre mon sen-
timent, n'ait tellement échauffé dans son cer-
veau ses esprits animaux, que son Bon Sens &
sa Raison en soient tombez dans un délire pas-
sager, pendant lequel il s'est imaginé lire dans
mon Ouvrage une description du cœur de la

Tortue de mer qu'aucun homme de sens froid ne peut y découvrir, & voir dans le cœur de cet animal des caracteres qu'il n'y trouvera plus, quand ses esprits reprenant leur premiere tranquillité, il recouvrera le jugement.

Qu'il ne croie pas que cette juste réponse, que je ne lui fais qu'afin de l'engager à être plus modeste & plus sincere à l'avenir, soit l'effet du chagrin qu'ayent pû me causer ses injures; je ne sens pour lui dans mon cœur qu'un mouvement de compassion, qui m'auroit fait garder sur sa derniere Lettre, plus digne d'une piquante satire que d'une critique modérée, un silence éternel pour lui épargner la confusion & le mépris que doivent lui attirer toutes ses fausses suppositions reconnues, si la conjoncture où je me trouve aujourd'hui avec M. du Verney ne m'avoit contraint de donner deux descriptions; l'une du cœur de la Tortue de mer, l'autre de celui de la Tortue de terre, pour mettre ma réputation à couvert de la critique de ce fameux Anatomiste. Elles pourront toutes deux servir aussi à tirer le public de l'incertitude dans laquelle pourroient le jeter, & les rêveries de M. Buiffiere, & les variations de M. du Verney.

Mais si tout autorisées qu'elles sont du certificat de l'Academie Royale des Sciences, elles ne sont pas capables de faire revenir M. Buiffiere de son égarement, & qu'il lui reste cependant quelque envie d'en sortir, qu'il consulte le Docteur Shadwell Medecin & Membre de la Societé Royale de Londres son Confrere & son ami; il pourra l'assurer qu'en me rendant sa ridicule Lettre imprimée, je lui fis remarquer sur le champ qu'elle n'est remplie d'un bout à l'autre que d'observations chimeriques, toutes

DES SCIENCES. 1703. 551
tes différentes des faits que je lui démontrai
dans les cœurs de deux Tortues de mer, qu'il
prit soin de bien examiner. Un tel témoin ne
pouvant lui être suspect, il ne peut pas le re-
cuser.

DESCRIPTION

Du cœur d'une Tortue de mer.

Les parties vitales de cette Tortue étoient
renfermées avec les naturelles dans une
même cavité. Les pœmons en occupoient la
partie supérieure toute entière. Ils étoient at-
tachés au dos depuis le col jusqu'à la queue;
le cœur étoit placé sur le devant, & les parties
naturelles sur le derrière. Il n'y avoit point de
diaphragme qui les séparât les unes d'avec les
autres.

Le cœur de cette Tortue étoit néanmoins
renfermé dans un péricarde, au fonds duquel
il étoit attaché par trois petits ligamens char-
nus. Ce péricarde étoit plein d'une liqueur
claire & transparente comme l'eau la plus pu-
re, dans laquelle baignoit le cœur de cet ani-
mal. Sa figure étoit conique, il avoit deux
pouces de long sur un pouce six lignes de lar-
ge ou environ. Au dedans il étoit partagé en
trois ventricules, l'un étoit placé à droit, l'au-
tre à gauche, & le troisième au milieu sous le
ventricule droit.

Le ventricule gauche étoit séparé du droit
par une cloison charnue, qui avoit vers la ba-
se du cœur une ouverture ovale assez sembla-
ble à celle qui se trouve dans la cloison qui di-

vise les oreillettes du cœur du fœtus humain. Cette cloison étoit d'ailleurs toute percée d'un grand nombre de petits trous par lesquels, de même que par l'ouverture ovale, ces deux ventricules communiquoient ensemble.

Il y avoit sur cette ouverture ovale deux valvules abbatues ; mais comme en cet état elles ne la fermoient pas entierement , elles ne pouvoient qu'en partie empêcher le sang de passer de l'un de ces ventricules dans l'autre par ce trou.

Le ventricule droit communiquoit encore avec le moyen par une autre ouverture. Celle-ci avoit cinq à six lignes de long sur trois à quatre de large au milieu de sa longueur. Dans ce passage de l'un à l'autre, il n'y avoit aucune valvule ; & comme ce second trou de communication avoit quasi autant de longueur que le ventricule du milieu avoit de profondeur, on peut ne considerer celui-ci que comme une continuation du ventricule droit, dont il n'étoit distingué que par un petit rétrécissement. Les fibres dont ces trois ventricules étoient constitués au dedans, n'étant pas étroitement serrées les unes contre les autres, formoient dans leur capacité une espèce d'éponge charnue. Le ventricule gauche étoit égal à celui du milieu : mais le ventricule droit paroissoit lui seul aussi grand que les deux autres pris ensemble.

Trois troncs d'arteres sortoient de la base du cœur de cette Tortue. Deux de ces arteres avoient leurs embouchures dans le ventricule droit, & la troisième dans le ventricule du milieu. Ces trois vaisseaux n'avoient chacun que deux valvules sigmoïdes à leurs ouvertures.

Les deux troncs d'arteres qui partoient du
ven-

ventricule droit, avoient leurs diamètres à peu près égaux; ils étoient l'un & l'autre composés de deux plans de fibres charnues très-vissibles couchez l'un sur l'autre. Les fibres du plan extérieur étoient disposées suivant la longueur de ces deux arteres, celles du plan intérieur paroissoient circulaires.

Ces deux plans de fibres n'étoient pas sensibles dans le troisième tronc d'artere qui tiroit son origine du ventricule du milieu: mais la capacité de celui-ci étoit seule presque aussi grande que celle des deux autres prises ensemble, d'ailleurs ses membranes avoient moins d'épaisseur.

Des deux troncs d'arteres qui sortoient du ventricule droit placez à côté l'un de l'autre, le droit s'avancant en devant se divisoit aussitôt en deux grosses branches. La première tirant en ligne droite vers le col se partageoit en deux autres, & celles-ci en deux rameaux chacune, deux desquels s'étendoient dans les nageoires de devant: ceux-ci faisoient les axillaires, les deux autres placez entre les premiers se portoient à la tête, & formoient les carotides.

La seconde branche se recourbant du côté droit, passoit sous la branche droite de la trachée artère; après quoi elle se glissoit entre les poulmons pour gagner le derrière du corps. En faisant ce chemin, elle donnoit des rameaux aux reins, à la vessie, aux parties de la génération, & aux nageoires postérieures. Par cette distribution d'arteres, il me fut aisé de juger que ce premier tronc étoit celui de l'aorte, quoiqu'il partit du ventricule droit. Sa capacité étoit un peu plus grande que celle de l'artere que je vais décrire.

Le tronc gauche formoit de son côté la même courbure que faisoit à droit la branche postérieure de l'aorte, & suivoit la même route. Ce tronc n'envoioit aucun rameau dans les parties antérieures du corps de cette Tortue. Il se divisoit seulement au delà du foie en trois branches, dont la première tenoit lieu de cœliacque, la seconde de mésentérique, la troisième passant de gauche à droit, alloit se réunir à la branche postérieure de l'aorte, comme fait le canal arteriel de communication dans le fœtus humain. Et c'est par cette raison que j'ai donné à cette seconde artère le nom de canal de communication, afin de la distinguer du tronc de l'aorte.

Le troisième tronc qui tiroit son origine du ventricule du milieu, faisoit le corps de l'artère pulmonaire. Ce tronc se partageoit en deux branches considérables, qui formoient à droit & à gauche des courbures semblables à celles de la branche postérieure de l'aorte, & du canal de communication. L'une & l'autre passaient sous les branches de l'autre artère, pour se rendre l'une au pœumon droit, & l'autre au gauche. Le circuit de ce troisième tronc étoit presque égal à celui de l'aorte & du canal de communication pris ensemble. Ces trois artères étoient jointes les unes aux autres par leurs membranes extérieures, depuis le cœur jusqu'à leur division en branches.

Toutes les racines des veines de chaque pœumon s'unissant ensemble, formoient à la sortie des pœumons une veine de chaque côté, dont la capacité étoit moitié plus petite que celle des deux artères pulmonaires; ce qui mérite attention. Ces deux veines alloient se rendre à l'oreillette gauche, à l'embouchure de
la-

laquelle elles se joignoient ensemble par leur extrémité, sans former après leur union un canal qui eût seul la capacité de ces deux veines prises ensemble; ainsi elles ne formoient point de tronc, chacune d'elles versoit immédiatement le sang qu'elle portoit dans la capacité de cette oreillette.

Les veines qui rapportoient au cœur le sang de toutes les autres parties du corps, faisoient la même chose; de sorte qu'il n'y avoit point de tronc unique à qui seul on peut véritablement imposer le nom de veine cave. Car quoi qu'en apparence elles formassent toutes par leur union un canal courbe joint aux oreillettes par sa partie convexe, au foie par la partie concave, & dont le milieu répondoit à l'ouverture de l'oreillette droite; cependant ce canal dans cet endroit paroissoit un peu plus étroit que dans ses parties latérales. Ces deux parties faisoient donc deux troncs distincts, puisque dans l'endroit de leur union ils ne formoient pas un conduit qui eût seul la capacité des deux joints ensemble. Le sang de l'un & de l'autre couloit immédiatement dans l'oreillette droite. Les veines axillaires qui s'ouvroient dans ces deux troncs, étoient remplies de fibres charnues, qui formoient par leur entrelacement une espèce de tresse d'une structure admirable, dont on voyoit quelques rudimens dans le confluent des deux veines caves.

L'oreillette droite avoit à son embouchure deux valvules, qui formoient entr'elles une ouverture ovale longue de sept à huit lignes, & large dans son milieu de trois à quatre. Cette ouverture faisoit la communication des veines, dont je viens de parler, avec cette oreillette.

Ces

Ces deux valvules sont d'autant plus dignes de remarque, qu'il n'y en avoit aucune à l'embouchure de l'oreillette gauche avec les veines pulmonaires.

Des deux oreillettes du cœur la droite étoit la plus grande; sa capacité paroissoit double de celle de l'oreillette gauche, ce qui est à observer; aussi-bien que la différence qui se trouve entre la capacité des veines & des arteres pulmonaires, pour déterminer à peu près la quantité du sang qui passe par ces vaisseaux, & sa vitesse différente.

Ces deux oreillettes étoient remplies de fibres charnues, qui étant liées les unes aux autres en divers sens, formoient une espèce de réseau; & même de petites cellules assez profondes. Par le dehors ces oreillettes étoient jointes ensemble; mais au dedans elles étoient séparées par une cloison qui n'avoit pas demie ligne d'épaisseur. Cette cloison étoit en partie charnue, & en partie membraneuse.

Sa partie membraneuse faite en forme de demie lune, tombant perpendiculairement sur la base du cœur, la partageoit, en s'unissant à elle, en deux; de sorte qu'elle divisoit l'embouchure du ventricule droit d'avec celle du ventricule gauche.

A la partie membraneuse de cette cloison étoient attachées & suspendues deux valvules faites en forme de croissant. Ces valvules étant abaissées, l'une dans le ventricule droit & l'autre dans le gauche, fermoient en partie, comme j'ai déjà fait remarquer, le trou ovale, qui faisoit la communication de ces deux ventricules. En cet état ces valvules formoient entre elles une cavité: étant élevées elles décrivoient un plan parallèle à la base du cœur, mais

en cette situation elles ne pouvoient boucher qu'environ la moitié des ouvertures des oreillettes aux ventricules, parce qu'elles étoient faites, comme je viens de dire, en forme de croissant.

De ces deux valvules, celle qui occupoit l'entrée du ventricule droit, n'avoit point de compagne: mais celle qui étoit placée à l'embouchure du ventricule gauche, étoit accompagnée de deux autres beaucoup plus petites qu'elle; celles ci n'avoient pas la liberté de se soulever qu'avoit l'autre, parce qu'elles étoient attachées à des colonnes charnues, qui les lioient intérieurement à la paroi du ventricule gauche.

Si l'on compare cette description avec l'extrait que M. du Verney a mis à la tête de sa Critique, on reconnoîtra aisément que mon but n'a point été de donner dans cet extrait une description du cœur de la Tortue, comme se l'est imaginé cet Anatomiste; mais seulement de faire voir que le sang des veines du poulmon peut tenir dans le cœur du fœtus humain la même route qu'il prend dans celui de cet animal en passant par le trou ovale.

Quiconque d'ailleurs la confrontera avec l'extravagante description que m'attribue M. Buissiere, jugera sans peine qu'il en est lui-même l'Auteur. On peut donc lui appliquer avec justice ces paroles du Sage: *Os stulti confusio proximum est.*

DESCRIPTION

*Du cœur d'une grande Tortue terrestre de
l'Amerique, avec des reflexions
sur celle de M. du Verney.*

DANS le temps que je croyois avoir fini avec M. du Verney, je reçus une Tortue terrestre de l'Amerique de même espece, & presque aussi grande que celle dont il nous a donné ses remarques dans les Memoires de l'Academie.*

Cette occasion toute propre à éclaircir les doutes que j'avois proposez à cette savante Compagnie sur les dernieres observations de cet ingenieux Anatomiste, m'engagea à reprendre le scalpel pour chercher dans cet animal même si les parties du cœur qu'il dit y avoir trouvées, & que j'ai conjecturé n'y pas être, s'y rencontrent effectivement, ou si elles ne sont qu'imaginaires.

Le certificat que m'a donné l'Academie sur le rapport de trois Commissaires qu'elle nomma pour examiner les parties que j'ai découvertes au cœur de cette Tortue, faisant foi de leur existence; la description que je vais en faire pourra servir au Lecteur à discerner ce qu'il y a de vrai d'avec ce qu'il y a de faux dans celle de M. du Verney.

Et comme le même certificat porte encore que les Figures que j'ai fait faire de ces parties sont conformes au naturel, elles pourront aussi
lui

* Pag. 283. &c. 1699.

lui servir à démêler ce qu'il y a de réel d'avec ce qu'il y a d'imaginaire dans les dernières peintures que nous en a données ce fameux Anatomiste.

Pour rendre cette recherche plus facile, je garderai le même ordre qu'a suivi M. du Verney dans sa dernière description, & ferai en passant de courtes réflexions sur les observations qu'elle renferme; ce qui servira à faire remarquer plus aisément toutes les erreurs qui s'y rencontrent.

La figure du cœur A de la Tortue terrestre de l'*Amerique*. que la première figure représente renversé en avant, & les oreillettes & les veines dans leur situation naturelle, ressemble à un rein un peu aplati en dessus & en dessous, de sorte qu'il est beaucoup plus large que long. Sa base est, comme il est marqué dans la seconde figure, un peu concave, & est naturellement tournée du côté de la tête de cet animal.

Les parties vitales & les naturelles de cette Tortue sont renfermées dans une même cavité, parcequ'il n'y a point de diaphragme qui les sépare. M. du Verney n'a donc pas, ce me semble, raison de dire, la Tortue marchant toujours sur ses quatre pieds, que le cœur de cet animal * est fixé au haut de la poitrine au-dessus du foie. Il est naturellement placé sur le devant de cette cavité, qui contient ensemble toutes ces parties; ce qui n'empêche pas que le cœur ne soit seul & en particulier renfermé dans un péricarde.

J'ai observé dans la Tortue terrestre de l'*Amerique* sept veines proche le cœur, représentées

* Memoires de l'Académie de 1699. pag. 285.

tées dans la premiere figure ; savoir, les deux caves *BB*, les deux axillaires *CC*, la coronaire du cœur *D*, & deux autres veines *EE*, à qui je donne le nom d'hépatiques, parcequ'elles tirent seulement leur origine du foie. Les quatre premieres sont fort considerables, les trois autres le sont beaucoup moins.

Les deux veines caves sortent toutes deux des parties postérieures du corps de la Torne, dont elles rapportent le sang au cœur. Passant par le foie de cet animal, l'une à droit & l'autre à gauche, elles reçoivent un grand nombre de racines de veines de ce viscere.

Ces deux vaisseaux ne forment point de tronc particulier dans l'endroit de leur concours. Là au contraire ils paroissent avoir un peu moins de capacité qu'avant leur union, quoique dans cet endroit viennent se rendre la veine coronaire du cœur & l'hépatique gauche. L'axillaire & l'hépatique droites s'ouvrent dans la veine cave droite à un pouce de distance de l'oreillette droite ; mais l'axillaire gauche ne se joint que de côté à la veine cave gauche ; tout proche l'entrée de cette oreillette. Ce sont les deux axillaires, auxquelles se joignent les jugulaires, qui rapportent au cœur le sang de toutes les parties antérieures : toutes ces veines paroissent simplement membraneuses ; leur surface interieure est aussi lisse & polie que l'extérieure. De la structure connue de ces veines, je tire deux conséquences contre la description que *M. du Vernay* en a faite.

La premiere est qu'il n'a pas pû voir *aucun* du cœur de ces animaux *une espece de réservoir* d'une figure oblongue & assez semblable à celle d'un

*d'un outre enflé, formé par le concours de plusieurs veines. La seconde conséquence est qu'il est faux que ce prétendu réservoir soit * tapissé par dedans de fibres charnues qui se croisent, & s'entrelassent à peu près comme celles qui se voient au dedans des oreillettes du cœur de l'homme. Il n'est pas vrai non-plus que † la veine cave soit tapissée de même de la longueur d'environ un ponce, & les embouchures des autres vaisseaux*

La premiere figure qui représente les sept veines que je viens de décrire, étant attestée conforme au naturel par Messieurs les Commissaires nommez par l'Academie pour les confronter ensemble, est une preuve décisive, 1°. Que le grand réservoir que M. du Verney dit être formé de l'assemblage de ces veines, n'existe point dans la Tortue terrestre de l'Amérique. 2°. ‡ Que la tapissérie de fibres charnues peinte dans ma neuvième figure, n'existant que dans les veines axillaires de la Tortue de mer, il est évident que la remarque qu'en a faite cet adroit Anatomiste dans sa dernière description, est certainement tirée des observations que j'ai faites sur ces veines dans cet animal en 1685.

Les deux veines pulmonaires FF que représente la huitième figure, ne forment point, non plus que les deux caves, un tronc particulier en se joignant ensemble: au contraire le lieu de leur union paroît plus rétréci qu'aucun autre endroit. Il est donc faux, 1°. † Qu'elles viennent toutes deux former un second réservoir beaucoup plus petit que le premier, comme le fait voir

* Pag. 286. † Pag. 286. ‡ Voyez l'article 12. du rapport de Messieurs les Commissaires. † Memoires de l'Academie 1699. pag. 286.

562 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
voir M. du Verney dans sa quatrième & huitième figure.

Et parceque la surface interieure de ces deux veines n'est pas moins lisse que l'est celle des veines caves, il est encore faux, 2°. Que * le bassin de son petit réservoir soit aussi garni par dedans de fibres charnues. Les deux réservoirs que nous représente cet habile Anatomiste dans huit figures qu'il en a fait faire, & la tapisserie de fibres charnues qu'il leur donne, sont donc enfin purement imaginaires. Voilà donc les doutes que j'ai proposés à l'Academie dans l'examen de ces deux réservoirs certainement résolus.

Les deux oreillettes G G du cœur de la Tortue terrestre de l'*Amerique*, ne représentent par leur dehors dans la première & seconde figure, qu'un seul sac aveugle couché transversalement sur la base du cœur, mais ce sac est au dedans divisé par une cloison I, figure 3^{me} & 5^{me}, en deux cavitez de grandeur différente. Cette cloison est charnue dans sa partie supérieure, charnue dans sa partie inférieure.

La capacité de l'oreillette gauche H H, représentée dans la troisième figure, est de moitié plus petite que celle de l'oreillette droite K K, comme il paroît dans la cinquième figure. Dans l'une & dans l'autre on remarque un très-grand nombre de fibres charnues.

Dans l'angle que forme l'oreillette gauche avec la cloison I qui la sépare de la droite, on voit une ouverture L, figure troisième, par laquelle les deux veines pulmonaires déchargent leur sang dans la capacité de l'oreillette gauche. Cette ouverture étant plus étroite au de-

dedans qu'au dehors, c'est une des raisons qui empêche que le sang de ces deux veines ne retourne d'où il vient.

Mais parceque l'embouchure des deux veines caves ne se trouve pas placée de même dans l'angle que forme la même cloison avec l'oreillette droite que cet angle pourroit retrecir; la nature a donné à cette oreillette deux valvules *AM*, figure cinquième, qui ne laissant entr'elles qu'une assez petite fente, produisent le même effet, c'est-à-dire, qu'elles s'opposent au retour du sang de l'oreillette droite dans les veines caves.

M. du Verney place ces deux valvules à l'embouchure de son grand réservoir; mais puisqu'il n'existe pas, il est visible qu'elles appartiennent à l'oreillette droite dont elles occupent l'entrée.

J'ai remarqué dans le cœur de la Tortue terrestre de l'*Amerique* que j'ai disséquée, quatre ventricules qui communiquent les uns avec les autres par trois détroits qui en font la séparation. Pour faire une juste description des uns & des autres, je me réglerai sur le cours du sang qui les traverse.

Le premier ventricule *P*, figure troisième, que j'appelle ventricule gauche, tant à cause de sa situation, que parcequ'il reçoit le sang de l'oreillette gauche, communique avec le second *q*, figure cinquième, par le premier détroit *R*, à qui je donne le nom de trou ovale; parcequ'il ressemble assez à celui du fœtus humain placé dans la cloison qui sépare les oreillettes de son cœur l'une d'avec l'autre, & qu'il a le même usage.

L'embouchure du ventricule gauche est garnie de trois valvules sigmoïdes *NNN*. Celle

du ventricule droit n'en a qu'une *O*. Ces valvules font dans la Tortue l'office des valvules triglochines du cœur de l'homme. *M. du Verney* nous dit cependant dans sa dernière description, qu'il n'y a qu'une valvule à l'entrée du ventricule gauche; il s'est donc mépris de deux.

Le second ventricule *Q*, figure cinquième, que je nomme ventricule droit, parcequ'il est situé à droit, & qu'il reçoit le sang de l'oreillette droite, communique avec le troisième *S*, figure sixième, par le second détroit *T*. On voit au dessus de ce passage dans le ventricule droit, une valvule charnue *V*, faite en forme de croissant. Cette valvule ne peut fermer qu'une petite partie de ce détroit: elle a été jusqu'ici inconnue à *M. du Verney*. La valvule *O* abbatue sur le trou ovale, & qui permet en cet état au sang de l'oreillette droite d'entrer dans le ventricule droit, n'a pas échappé à son exactitude: mais malgré elle, de ces cinq valvules, trois ne sont point venues à la connoissance de cet attentif Anatomiste.

Le troisième ventricule *S*, figure sixième, communique avec le quatrième *X*, figure septième, par le troisième détroit *T*.

Ces quatre ventricules communiquant ensemble, & le gauche & le droit n'ayant point d'arteres pour remporter le sang, qu'ils reçoivent des oreillettes, il est aisé de voir qu'il faut nécessairement que le sang des veines pulmonaires passe du ventricule gauche dans le ventricule droit, & que s'y mêlant avec le sang des veines caves, ils entrent ensemble dans le troisième & quatrième, pour prendre la route des arteres qui partent de ces deux ventricules. Je ne dirai rien de plus de sa circulation, le reste est facile à comprendre.

J'a-

J'ajouteraï seulement que ces quatre ventricules communiquant ensemble & ne faisant que l'office d'un seul, ils ne doivent être comptez que pour un seul ventricule, comme je l'ai fait remarquer dans les *Memoires de l'Academie en parlant des trois ventricules du cœur de la Tortue de mer. On aura recours à ces Memoires, si l'on veut en apprendre plus en détail les raisons.

A entendre parler M. *du Verney*, il n'y a que trois cavitez dans le cœur de la Tortue terrestre de l'*Amerique*: mais si on s'en rapporte au cœur même de cet animal, on y en trouvera quatre sans compter les oreillettes. Cet *éclairé Anatomiste* ne s'est donc pas moins mépris sur le nombre des ventricules que sur celui de leurs valvules, à l'égard desquelles j'ai une réflexion à faire avant que de passer aux arteres. La voici.

Des trois valvules *NNN* qui sont placées à l'entrée du ventricule gauche *P*, figure troisième, celle du milieu & la valvule *O* située à l'entrée du ventricule droit *Q*, figure cinquième, ne peuvent en s'abaissant de côté & d'autre sur le trou ovale *R* le fermer qu'en partie, & en se relevant ne boucher aussi qu'en partie les passages des oreillettes à ces deux ventricules dans la Tortue de terre comme dans la Tortue de mer.

M. *du Verney* prétend cependant que ces deux valvules ferment entierement, quand elles sont soulevées, les embouchures des oreillettes avec les ventricules, & que quand elles s'abaissent, elles

* Memoires de l'Academie 1693. pag. 139. Au delà des Memoires voyez l'extrait qui est dans l'Examen des faits de M. *du Verney*.

elles ne s'opposent nullement au passage du sang du ventricule gauche par le trou ovale dans le ventricule droit; mais ni l'un ni l'autre ne s'accorde avec l'expérience C'est ce que j'ai prouvé dans l'Examen des faits de ce judicieux Anatomiste. Ces deux valvules sont attachées à la partie membraneuse de la cloison des oreillettes, qui tombant sur la base du cœur, separe l'embouchure du ventricule gauche d'avec celle du ventricule droit.

De la base du cœur *A*, figure seconde, sortent trois troncs d'arteres; savoir l'aorte, le canal de communication 2, & l'artere pulmonaire 3. L'aorte & le canal de communication tirent leur origine du troisième ventricule *S*, figure sixième. L'artere pulmonaire 3 prend naissance du quatrième ventricule *X*, figure septième. Ces trois arteres n'ont chacune que deux valvules sigmoïdes à leurs embouchures, sur lesquelles on n'a point mis de lettres, parcequ'elles sont très-reconnoissables.

M. du Verney convient avec moi *qu'il sort trois arteres considerables de la base du cœur. Mais quant à l'origine de ces trois arteres, ses observations sont fort differentes des miennes, en ce qu'il dit que †deux de ces arteres s'ouvrent dans la premiere cavité du cœur, qui par ses propres remarques fait le ventricule droit, puisqu'elle ‡reçoit le sang de l'oreillette droite.

Or je trouve qu'il ne part aucune artere de cette cavité, & que les deux arteres qui, selon lui, composent l'aorte, mais dont une fait, selon moi, le canal de communication, loia de s'ouvrir dans la premiere cavité du cœur, comme

* Memoires de l'Academie 1699. pag. 291. † Pag. 291. ‡ Pag. 289.

me il le prétend, sortent du troisième ventricule, & que la troisième artère, qui est celle du poulmon, sort immédiatement du quatrième ventricule, & non pas * de la troisième cavité du cœur, comme il le soutient. Cette méprise ne vient que de ce qu'il n'a pas apperçû dans la Tortue terrestre de l'Amerique les quatre ventricules que j'ai démontrez à l'Academie dans le cœur de cet animal. Venons maintenant à la division de nos trois arteres.

Le tronc de l'aorte seconde & quatrième figure, à un pouce de distance du cœur ou environ, se partage en deux branches considerables: l'une se tourne en arriere, & l'autre se porte en avant. La branche posterieure 4 se courbant de gauche à droit croise la branche anterieure 5, après quoi elle continue son chemin du côté de la queue, & donne des rameaux à toutes les parties posterieures du corps de la Tortue.

La branche anterieure 5 s'avancant du côté de la tête, se divise en deux rameaux, qui se subdivisent chacun en deux autres, qui font les arteres axillaires 88 & les carotides 99, qui se jettent dans toutes les parties antérieures.

M. du Verney fait sortir le tronc de l'aorte avec toutes ses branches que je viens de décrire de l'artere pulmonaire. Voici la description qu'il en a donnée dans les Memoires de l'Academie.

† La troisième artère, qui est celle du poulmon, sort immédiatement de la troisième cavité du cœur. C'est cette même troisième artère qui fait le premier tronc de l'aorte. Vers l'endroit où elle commence son contour, elle jette une branche considerable,

* Pag. 292. † Pag. 292. 1699.

nable, qui d'abord se partage à droit & à gauche en deux autres, dont la plus grosse fait l'axillaire, & la plus petite la carotide; & parcequ'elle fournit du sang à toutes les parties supérieures, je l'appelle l'aorte ascendante. Elle descend ensuite au côté droit du cœur couchée sur le pōmon; je parle, dit-il, par rapport à l'animal marchant, comme j'ai toujours fait jusqu'ici, & comme je ferai dans toutes les descriptions suivantes.

Par la figure quatrième qui représente seulement l'aorte, ses principales branches, & le canal de communication ponctué dans son commencement, il est aisé de voir que cette division de l'aorte n'est pas juste, & qu'elle renferme une équivoque qu'il n'est pas aisé de dé mêler; car il devoit nous dire, pour ne nous point embarrasser, si c'est cette branche qu'il vient de décrire, ou le tronc de l'aorte sortant de l'artere pulmonaire, qui descend ensuite au côté droit du cœur couchée sur le pōmon. Or ce n'est ni l'une ni l'autre. En effet, il est évident que le tronc de l'aorte 1, se partage d'abord à un pouce de distance du cœur en deux grosses branches 4 & 5, d'où sortent tous ses rameaux. Ce n'est donc ni le tronc de l'aorte, ni cette branche décrite par M. du Verney; mais la branche 4 qui descend, pour me servir des termes impropres de M. du Verney, par rapport à l'animal marchant.

Je dis impropres, parceque dans cette situation ces deux branches, ni ne montent, ni ne descendent; mais l'une fait son chemin en avant, & l'autre en arriere par des lignes paralleles à celle que décrit le corps de l'animal marchant. Cet Anatomiste si réglé s'éloigne donc de sa règle, & ne l'a nullement suivie en décrivant les parties de la Tortue, puisqu'il est évident qu'elle

qu'elle ne marche pas le corps élevé sur ses pattes de derriere comme fait l'homme sur ses pieds. Posture qu'il faudroit que cet animal gardât en marchant, si M. du Verney avoit suivi sa regle.

Le second tronc d'artere 2, 2, 2, 2, figure quatrième, que j'appelle canal de communication, parcequ'il décharge une partie du sang qu'il reçoit du cœur dans la branche posterieure 4 de l'aorte, se recourbant aussi en arriere, mais du côté gauche, croise d'abord cette branche, & après avoir produit l'artere coeliaque 6, & la mesenterique 7, il s'unit à elle, & s'ouvre dans sa capacité.

L'artere des pōmons 3, figure premiere, qui fait le troisieme tronc représenté ouvert dans la figure septieme, se divise en deux branches considerables qui se croisent dès leur naissance; de sorte que la droite passe dans le pōmon gauche, & la branche gauche dans le pōmon droit.

Les troncs de ces trois arteres sont d'inégale capacité. Celle du canal de communication 2, est un peu plus petite que celle de l'aorte 1, figure sixieme; mais celle de l'artere pulmonaire 3, figure septieme, est elle seule presque aussi grande que celle de l'aorte & du canal de communication prises ensemble dans la Tortue terrestre de l'*Amerique*; il en est de même dans la Tortue de mer.

Dans la Tortue de terre les arteres pulmonaires ont une capacité égale à celle des veines des pōmons. Dans la Tortue de mer les veines pulmonaires ont beaucoup moins de capacité que les arteres des pōmons. Je tâcherai quelque jour de rendre raison de ces differentes, & de celles qui arrivent au

570 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
mouvement du sang en passant par ces vais-
seaux.

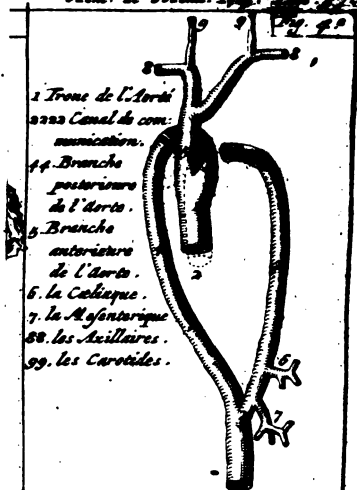
M. *du Verney* nous a parlé si différemment
de la capacité des artères du cœur de la Tor-
tue terrestre de l'*Amerique*, qu'il est impossible
d'en connaître le rapport partout ce qu'il nous
en a dit.

Au reste, quelque grande que soit la diffé-
rence qu'on peut remarquer entre mes obser-
vations & celles de ce fameux Anatomiste, ses
figures & les miennes, elle paroîtra petite à
quiconque prendra la peine de la comparer avec
celle qui se trouve entre ses anciennes & ses
nouvelles découvertes. Cette dernière différen-
ce est si énorme, qu'on s'imagine en faisant une
soignée attention sur tous les faits qu'il dit
avoir remarquez dans le cœur de ses deux Tor-
tues terrestres de l'*Amerique*, ne rien voir que
de faux ou de monstrueux dans ses observations.
La même chose paroît dans toutes les figures
qu'il en a jusqu'ici données dans les Memoi-
res de l'Academie: elles n'ont nul rapport au
naturel que j'ai fait voir à cette illustre Com-
pagnie.

Pour se disculper il a beau nous dire au-
jourd'hui que j'ai été plus fidèlement que lui
servi par M. de *Chastillon* Dessinateur des Ou-
vrages de l'Academie. Car voici la juste répon-
se que peut lui faire cet homme d'un mérite si
distingué dans sa profession pour se mettre à
couvert de ce reproche. J'ai fait vos figures,
M. *du Verney*, conformes à votre description:
celles de M. *Méry* conformes au naturel; delà
vient leurs différences. Je vous ai servi tous
deux comme vous l'avez désiré; ainsi votre
plainte est tout à fait injuste.

Aussi ai-je osé dire qu'il travaille à faire re-
for-





- 1 Tronc de l'Aorte.
2 Canal de com-
munication.
4 Branche
postérieure
de l'aorte.
5 Branche
antérieure
de l'aorte.
6. la Cœliaque.
7. la Mésentérique
8. les Axillaires.
9. les Carotides.

- D. Partie de la veine Coronaire.
E. Embouchure des veines de l'oreil-
lette droite
FF. les deux veines pulmonaires.
G. G. les Oreillettes.



Fig. 8.

Fig. 9.

Figure 9.^{re}
présente le
Tissu de Fibres
charniées des
veines axil-
laires de la
Tortue de mer.



diaphr
gastro

& qu'il se prépare à nous
 donner la même description des parties
 artérielles pour nous instruire mieux
 qu'ici de la vérité.

Il n'a lieu de croire que pour peu
 de réflexion sur le rapport de Mes-
 sieurs les Académiciens nommez par l'Acade-
 mie les faits que j'ai découverts
 sur les Tortues de terre & de mer,
 il lui viendra à abandonner toutes les er-
 reurs de ses descriptions sont remplies.

Si ce laborieux Anatomiste veut
 pour quelques instans les insectes
 s'appliquer avec une assiduité insati-
 able à prendre un moment de repos pour
 délassant le jugement qu'a prononcé
 l'illustre Compagnie en faveur du nouveau
 système de la circulation du sang du fœtus par
 le canal veineux; qui peut douter, la connoissan-
 ce de la vérité étant l'unique fin qu'il se pro-
 pose dans toutes ses recherches, qu'il ne se ré-
 solve la fin à abandonner l'ancien, qu'il n'a
 même soutenu jusqu'à présent, que pour
 trouver un lieu de prouver plus évidemment
 l'exactitude de l'opinion d'Harvée sur le passage
 du sang par ce trou?

Fin des Memoires de 1703.

CATALOGUE

DES

LIVRES,

Qui ont été imprimez en 1703. & qui se trouvent à Amsterdam chez GERARD KUYPER à un prix raisonnable.

A.

A Mours d'Eumene & de Flora, ou Histoire des Intrigues Amoureuses d'une grande Princeſſe de nôtre Siècle. in 12.

Arnaud d'Andilly, Histoire des Juifs de Joseph, traduite en François. N. Ed. 5 voll. in 12.

Art de connoître les hommes. in 12.

Aunoy (Mad. d') Le Comte de Warwick. 2 voll. in 12.

Aymon, ci-devant Prelat domestique d'Innocent XI, Lettres aux Archiprêtres, Curez, &c. où il les exhorte à reformer les abus & les superstitions de l'Eglise Romaine. in 8.

B.

B ARRE, (La) Continuation de l'Histoire Universelle de Mr. de Meaux depuis l'an 800. jusqu'en 1700.

Bayle, Réponse aux Questions d'un Provincial. Tome I. in 12. Le IV. Tome a paru en 1706.

Bellegarde (l'Abbé de) Réflexions sur la Politesse des Mœurs, suite des Réflexions sur le Ridicule. III. Ed. in 12.

Burchett, Memoires de ce qui s'est passé de plus considerable sur mer, durant la Guerre avec la France depuis l'an 1688. jusqu'à la fin de 1697. Traduits de l'Anglois. in 12.

C.

C ICERON, Epitres choisies traduites en François. in 12.

Clerc (Jean le) N. Testament, traduit en François, avec des Remarques où l'on explique le Texte, & où l'on rend raison de la Version. 2 voll. in 4.

Cornaro (Louis) Conseils & Moyens pour vivre plus de 100.

I M P R I M E Z E N 1703:

100. ans dans une parfaite santé, traduite de l'Italien.
in 12.
Courtin, le Droit de la Guerre & de la Paix, traduit du Latin de Grotius. N. Ed. augmentée de la Dissertation de la Liberté de la Mer, &c. 3 voll. *in 12.*

D.

Dapper, Description des Isles de l'Archipel, traduite du Flamand. *in Fol.*
Défense de la Maison d'Autriche à la succession d'Espagne.
in 12.
 — du Traité des Préjugés faux & légitimes contre l'Evêque de Meaux. *in 8.*

EI

L'Ecole du pur Amour de Dieu, dans la Vie d'Armelle Nicolas, vulgairement dité la bonne Armelle. *in 12.*
Elemens de la Politesse, ou l'Art de plaire. N. Ed. *in 8.*
Elite des bons mots & des Pensées choisies, recueillies des Livres en Ana. *in 12.*

F.

Fénelon (Fr. de Salignac de la Motte) Archevêque de Cambrai, de l'Education des Filles. N. Ed. où l'on a joint l'Instruction pour une jeune Princesse de Mr. de la Chatardye. *in 12.*
Fassé (de la) son Théâtre. *in 12.*
Furetiere (Ant.) de l'Acad. Fr. Le Roman Bourgeois. N. Ed. *in 12.*

G.

Grammaire générale & raisonnée, Par Mrs. de Port-Royal. N. Ed. *in 12.*
Grotius, voyez Courtin.
Guarini, le Berger fidelle, traduit en vers François avec l'Italien à côté, *in 12.* N. Ed.
 — Idem en Italien tout seul. *in 12.*
Guisa (Henri II. de Lorraine, Duc de) ses Memoires. *in 12.* N. Ed. 2 voll.

H.

Histoire de la Hollande depuis la Paix de Nimegue jusqu'à celle de Ryfwyk, ou Suite de l'Histoire de la Hol-

CATALOGUE DES LIVRES

Hollande de *Mr. Builet*, sous le nom de *la Nouvelle*.
2 voll. in 8.

— du Parlement assemblé à Westminster le 21. Fe-
vrier 1701. & de la 12. année du Règne de Guillaume
III. où l'on examine l'ACTE qu'il a fait pour régler la
succession à la Couronne & les Droits de la Chambre des
Communes. Traduite de l'Anglois. in 8.

— de la Persecution faite à l'Eglise de Rouen sur la
fin du dernier siècle. in 8.

— des souffrances & de la Mort du fidele Confesseur
& Martyr, *M. Isaac Le Ferre de Chateaubien* en Ni-
vernois. in 8.

Hannon (le Baron de la) *shire* de son Vbyage de l'Ameri-
que. fig. in 12.

L.

Journal des Sçavans pour l'Année 1702. Tome XXX. in 12.
Ismael Prince de Masou. Nouvelle Historique. in 12.

L.

L'Ermitte (P. dit du Buiffon) Grammaire François & Al-
lemande. X. Ed. in 8.

Leti (Gregorio) Vie de Charles Quint, traduite en Fran-
çois. 4 voll. in 12.

— Vie d'Olivier Cromwel, traduite en François. N.
Ed. chez *le sieur de Figures*. 2 voll. in 12.

Locke (Jean) Que la Religion Chrétienne est très-Raison-
nable, telle qu'elle nous est représentée dans l'Ecriture
Sainte. II. Partie. Traduite de l'Anglois. in 8.

M.

Manifeste de Charles III. Roi d'Espagne. in 4.
la Morale des Jésuites. 3 voll. in 8.

N.

Noble (le) *Avantures Galantes*, contenant l'Avare gé-
néreux, le Mortifié, le faux-Rape, l'Innocent im-
cent, ou la mauvaise Mere. in 12.

O.

Ovide. Epîtres & toutes les Elegies amoureuses, tradui-
tes en vers François, augmentées de XV. Epîtres
&

I M P R I M E Z E N 1703

& Elegies tant en Vers qu'en Prose. *in* 12.

— les Metamorphoses en-Latin & en François, de la Traduction de Du Ryer, en grand *in* Fol. Fig.

Ouville (le Sieur d') Elite de ses Contes. 2 voll. *in* 12.

Ozanam, Nouveaux Elemens d'Algebre. *in* 8.

P.

PIn (Ellies du) Nouvelle Bibliotheque des Auteurs Ecclesiastiques. Tomes XIII. & XIV. des Auteurs du XVI. Siecle. *in* 4.

Pompey (le P.) *Indiculus universalis* en Latin, François & Flamand. *in* 12.

R.

REcherche modeste des Causes de la présente Guerre en ce qui concerne les Provinces Unies. *in* 12.

Recueil & suite des Remedes faciles & domestiques de Mad. Fouquet. VI. Ed. augmentée de divers secrets, & d'un Traité du lait. *in* 12.

La Religieuse Intereffée avec l'Histoire du Comte de Clare, Nouvelle galantè. *in* 12.

Renoult (J. B.) l'Antiquité & la Perpetuité de la Religion Protestante. *in* 8.

— Histoire des Variations de l'Eglise Gallicane, en forme de Lettres à M. de Meaux. *in* 8.

Roche Guilhen (Mad. de la) Histoire des Favorites. N. Ed. *in* 8.

Ronjat, Premier Chirurgien du Roi Guillaume III., Lettre contre M. Bidloo, Professeur à Leyde. *in* 8.

S.

Sacy, Traité de l'Amitié. *in* 12.

Samsen, (P. A.) Histoire de Guillaume III. Tome II. *in* 12. Le III. a paru en 1704.

Saurin (Elie) Traité de l'Amour du Prochain. *in* 8.

T.

Temple (le Chevalier) Remarques sur l'Etat des Provinces Unies. 12.

— ses Oeuvres Posthumes, contenant I. un Essai sur les Mecontentemens Populaires. II. Un Essai sur la santé & sur la longue Vie. III. Une Défense sur le Savoir des Anciens & des Modernes, &c. *in* 12.

V.

CATALOGUE DES LIVRES.

V.

Vassier (Michelle). Histoire du Regne de Louis XIII. Tomes V. & VI. in 12. Le T. VIII. a paru en 1706.
Vidal (du) Trente Lettres par lesquelles l'Eglise Romaine est convaincue d'Antichristianisme. 2 voll. in 8.

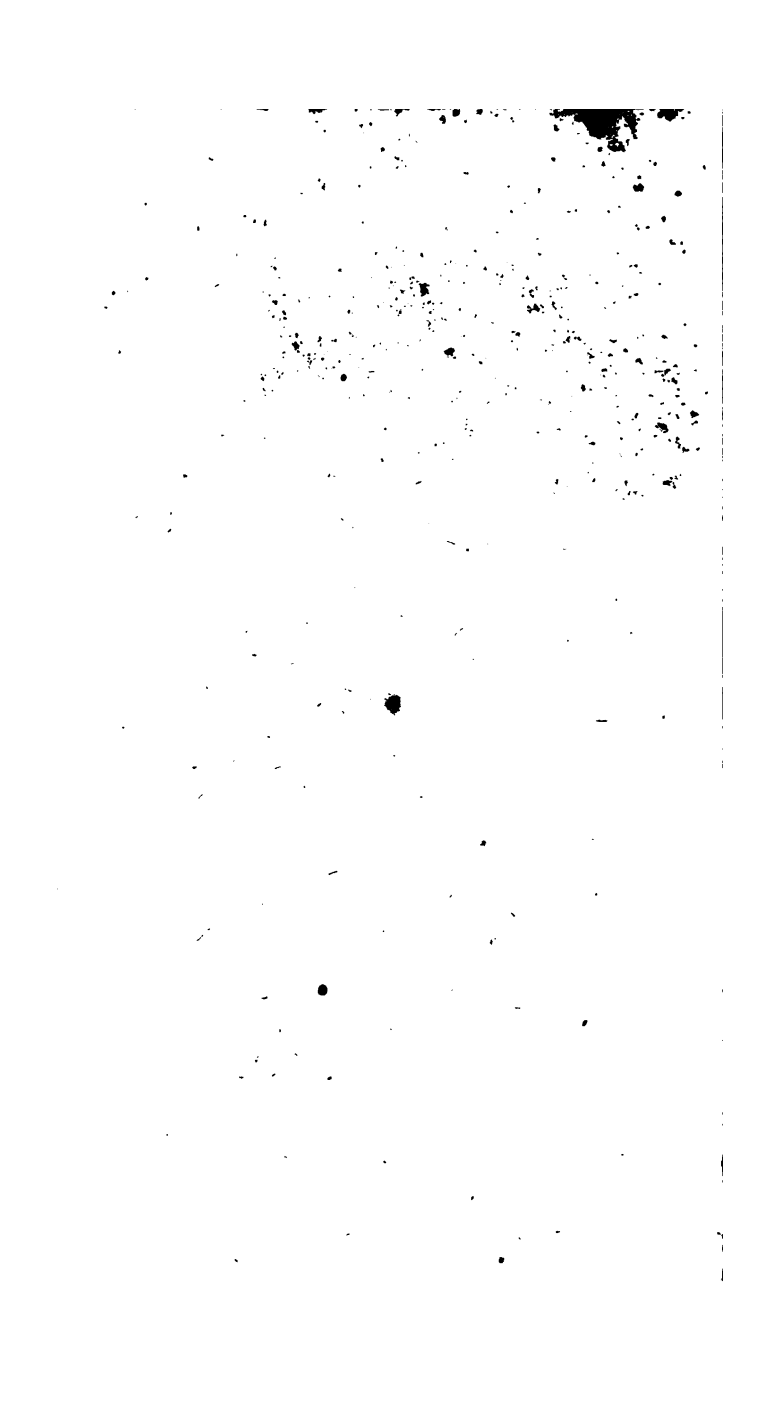
W.

Weyned (Quintin) Traité des Avaries. Traduit du Hollandois. in 8.

F I N.











WIDENER LIBRARY



HX ISQ4 /



